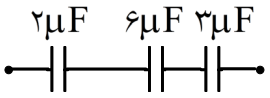
۱- در شکل زیر اگر انرژی ذخیره شده در خازن $۳\mu F$ برابر ۴ میلی‌ژول باشد، انرژی ذخیره شده در مجموعه چند میلی‌ژول است؟



۱) ۱۲ ۲) $\frac{۴۴}{۳}$ ۳) $\frac{۴۶}{۳}$ ۴) ۱۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در خازن‌های سری، انرژی ذخیره شده با ظرفیت نسبت عکس دارد. پس انرژی ذخیره شده در خازن $۶\mu F$ برابر ۲ میلی‌ژول می‌باشد.

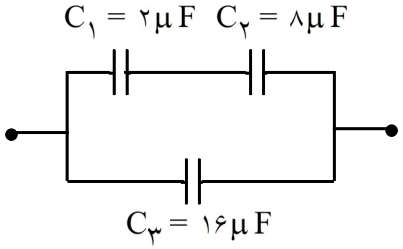
$$\frac{۶}{۳}=\frac{۴}{W_۱}\Rightarrow W_۱=۲mJ$$

و در خازن $۲\mu F$ برابر ۶ میلی‌ژول می‌باشد.

$$\frac{۶\mu F}{۲\mu F}=\frac{W_۲}{۲}\Rightarrow W_۲=۶mJ$$

پس در مجموع سه خازن $(۲+۶+۴=۱۲mJ)$ ذخیره شده است.

۲- در شکل زیر اگر انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱=۲\mu F$ برابر $۰/۸J$ باشد، انرژی ذخیره شده در مجموعه چند ژول خواهد بود؟



۱) ۱۱ ۲) ۱/۱
۳) ۴/۴ ۴) ۲۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$q_۱=q_۲\xrightarrow{U=\frac{۱}{۲}\frac{q}{C}}\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}\Rightarrow U_۲=\frac{۱}{۴}U_۱=۰/۲J$$

در خازنهای سری انرژی به نسبت عکس ظرفیت است و در خازنهای موازی انرژی با ظرفیت نسبت مستقیم دارد.

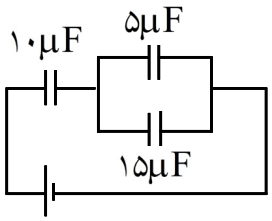
$$U_{۱,۲}=U_۱+U_۲=۱J$$

$$V_{۱,۲}=V_۳\xrightarrow{U=\frac{۱}{۲}CV^۲}\frac{U_{۱,۲}}{U_۳}=\frac{C_{۱,۲}}{C_۳}\Rightarrow U_۳=۱۰U_۱=۱۰J$$

$$C_{۱,۲}=\frac{C_۱C_۲}{C_۱+C_۲}=۱/۶\mu F$$

$$U_{کل}=U_۱+U_۲+U_۳=۰/۸+۰/۲+۱۰=۱۱J$$

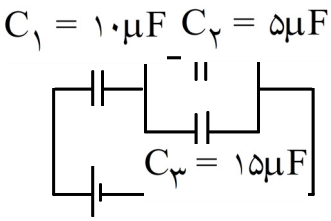
۳- در مدار شکل مقابل بار خازن $۱۰\mu F$ چند برابر بار خازن $۵\mu F$ است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$

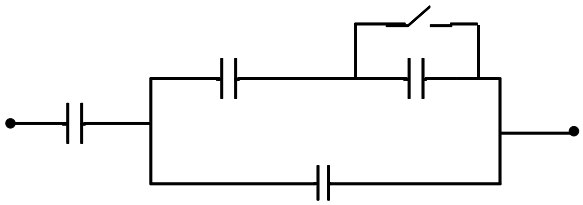
۳) ۳ ۴) ۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{q_۳}{q_۲}=\frac{C_۳}{C_۲}\Rightarrow q_۳=۳q_۲ \text{ و } q_۱=q_۳+q_۲=۴q_۲$$

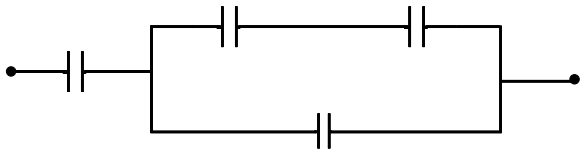
۴- در شکل مقابل خازن‌ها مشابهند. با بستن کلید ظرفیت معادل مجموعه چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$

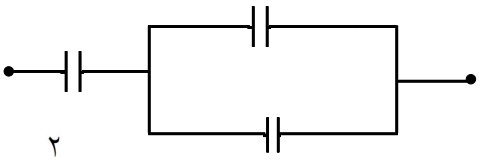
۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰}{۹}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$C=C_۱ \text{ سری } \left[C_۱ \text{موازی } \frac{C_۱}{۲}\right]$$

$$C=C_۱ \text{ سری } \frac{۳}{۲}C_۱=\frac{۳}{۵}C_۱$$



$$C'=C_۱ \text{ سری } ۲C_۱=\frac{۲}{۳}C_۱$$

$$\frac{C'}{C}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۱۰}{۹}$$

۵- خازن شارژ شده‌ای را از باتری جدا کرده‌ایم. اگر فاصله‌ی بین دو صفحه آن را دو برابر کنیم:

۱) اندازه‌ی میدان الکتریکی بین دو صفحه تغییر نمی‌کند.

۲) بار آن نصف می‌شود.

۳) انرژی آن نصف می‌شود.

۴) اختلاف پتانسیل بین دو صفحه نصف می‌شود.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$C = \frac{K\varepsilon_{\circ} A}{d} \xrightarrow{d' = ۲d} C' = \frac{۱}{۲}C$$

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{q^{۲}}{C} \Rightarrow U' = ۲U$$ بار ثابت است.

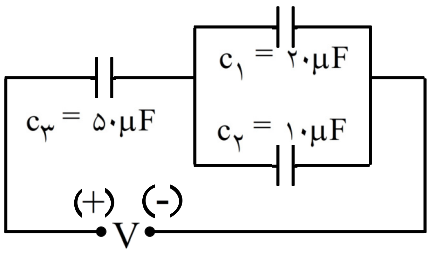
$$V = \frac{q}{C} \Rightarrow V' = ۲V$$

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[d'= ۲d]{V' = ۲V} E' = E$$

۶- در مدار نشان داده شده در شکل، اختلاف پتانسیل دو سر خازن شماره‌ی ۱، ۱۰ Volt است. بار خازن شماره‌ی ۳ چند μC است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰

۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰



گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$C_{۱۲} = C۱ + C_{۲} = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰\mu F$$

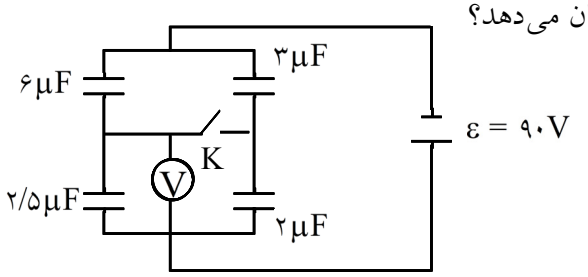
$$v_{۱۲} = V_{۱} = ۱۰Volt$$

$$q_{۱۲} = C_{۱۲}\, v_{۱۲} = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰\mu C$$

$q_{۳} = q_{۱۲}$ (خازن $C_{۱۲}$ با خازن $C_{۳}$ سری شده است.)

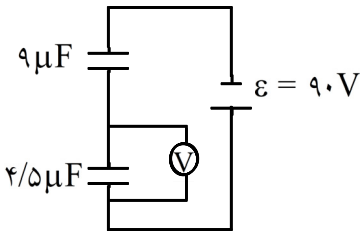
$$q_{۳} = ۳۰۰\mu C$$

۷- در شکل مقابل اگر کلید k بسته شود، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱) صفر ۲) ۱۵
۳) ۳۰ ۴) ۶۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر کلید را ببندیم مدار به صورت مقابل درمی‌آید و در خازن‌های متوالی، ولتاژ به نسبت عکس ظرفیت تقسیم می‌شود. پس از ۹۰ ولت، ۶۰ ولت به دو سر خازن ۴/۵ میکروفارادی و ۳۰ ولت به دو سر خازن ۹ میکروفارادی خواهد رسید.



۸- در یک خازن تخت، ظرفیت خازن ۵nF، بار ذخیره شده در خازن ۲۰nC و فاصله‌ی بین دو صفحه خازن ۱mm، است. اندازه‌ی بردار شدت میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه ی خازن چند Volt/m است؟

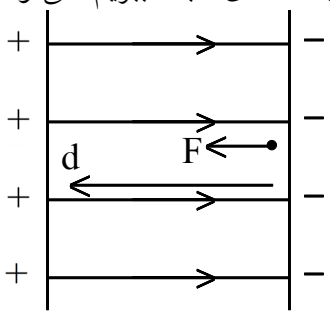
۱) ۴۰۰۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۲۰۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow ۵ = \frac{۲۰}{V} \Rightarrow V = ۴Volt$$

$$V = Ed \Rightarrow ۴ = E \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow E = ۴۰۰۰ \ Volt/m$$

توضیح در مورد رابطه‌ی $V = Ed$: اگر در میدان یکنواخت بین دو صفحه‌ی خازن، ذره‌ای بار مثبت با بار q، را با سرعت ثابت از صفحه‌ی مثبت ببریم، می‌توان گفت:



کاری که ما انجام می دهیم: $W - FdCos\pi$

$$W = Eq_{\circ} d$$

$$W = \Delta U \Rightarrow \Delta U = Eq_{\circ} d$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_{\circ}} = \frac{Eq_{\circ} d}{q_{\circ}} = Ed$$

در خازن ΔV را با V نشان داده ایم.پس، $V = Ed$

۹- خازن $C_۱ = ۵۰\mu F$ را با اختلاف پتانسیل $V_۱ = ۴۰(V)$ و خازن $C_۲ = ۴۰\mu F$ را با اختلاف پتانسیل $V_۲ = ۱۳۰(v)$ شارژ کرده، سپس صفحات هم‌نام آن‌ها را به هم متصل می‌کنیم. بار ذخیره شده روی صفحات خازن $C_۱$ پس از برقراری تعادل چند برابر خواهد شد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} q_۱ = C_۱ V_۱ = ۵۰ \times ۴۰ = ۲۰۰۰\mu C \\ q_۲ = C_۲ V_۲ = ۴۰ \times ۱۳۰ = ۵۲۰۰\mu C \end{array}\right\} \Rightarrow q_{کل} = q'_۱ + q'_۲ = q_۱ + q_۲ = ۲۰۰۰ + ۵۲۰۰ = ۷۲۰۰\mu C$$

در حالت جدید : $V'_{کل} = \frac{q_{کل}}{C_{کل}} = \frac{q'_۱ + q'_۲}{C_۱ + C_۲} = \frac{q_۱ + q_۲}{C_۱ + C_۲} = \frac{۷۲۰۰}{۵۰ + ۴۰} = ۸۰(v)$

$$q'_۱ = C_۱ V'_{کل} = ۵۰ \times ۸۰ = ۴۰۰۰\mu C \Rightarrow \frac{q'_۱}{q_۱} = \frac{۴۰۰۰}{۲۰۰۰} = ۲$$

نکته‌ی درسی:

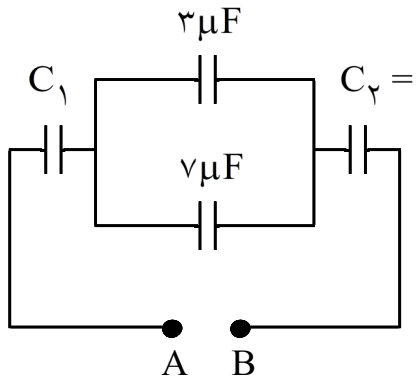
اتصال صفحات هم‌نام

$$V' = \frac{|C_۱ V_۱ \pm C_۲ V_۲|}{C_۱ + C_۲}$$

اتصال صفحات ناهم‌نام

$$\frac{q'_۱}{q_۱} = \frac{V'}{V_۱} = \frac{|C_۱ V_۱ + C_۲ V_۲|}{V_۱(C_۱ + C_۲)} = \frac{۵۰ \times ۴۰ + ۴۰ \times ۱۳۰}{۴۰(۵۰ + ۴۰)} = ۲$$

۱۰- اگر انرژی ذخیره شده در خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ به ترتیب برابر ۷۵ و ۳۰ میکروژول باشد، اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B چند ولت است؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۵

۳) ۲۰ ۴) باید ظرفیت خازن $C_۱$ معلوم باشد.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$U_۲ = ۳۰\mu J \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{q_۲^۲}{C} = ۳۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{q_۲^۲}{۱۵} = ۳۰ \Rightarrow q_۲ = ۳۰\mu C$$

خازن‌های $C_۱$, $C_۲$ متوالی هستند لذا بار برابر دارند. $q_۱ = q_۲ = ۳۰\mu C$

$$U_۱ = ۷۵\mu J \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{q_۱^۲}{C_۱} = ۷۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{(۳۰)^۲}{C_۱} = ۷۵ \Rightarrow C_۱ = ۶\mu F$$

خازن معادل کل مدار را به دست می‌آوریم در شرایطی که دو خازن $۳\mu F$, $۷\mu F$ موازی هستند.

$$\frac{۱}{C_T} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C'} + \frac{۱}{C_۲} = \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۳+۷} + \frac{۱}{۱۵} = \frac{۵+۳+۲}{۳۰} \Rightarrow C_T = ۳\mu F$$

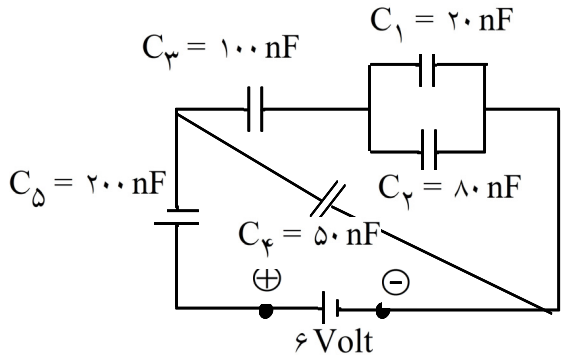
$$q_T = q_۱ = q_۲ = q_۳ = ۳۰\mu C$$

$$q_T = C_T V_T \Rightarrow V_T = \frac{q_T}{C_T} = \frac{۳۰}{۳} = ۱۰ \Rightarrow V_{AB} = ۱۰ \text{ ولت}$$

۱۱- در مدار نشان داده شده در شکل، بار خازن شماره‌ی ۱ چند نانوکولن است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰

۳) ۱۰۰ ۴) ۵۰۰



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C_{۱۲} = C_۱ + C_۲ = ۲۰ + ۸۰ = ۱۰۰\,(nF)$$

$$\frac{۱}{C_{۱۲۳}} = \frac{۱}{C_{۱۲}} + \frac{۱}{C_۳} = \frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۱}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵۰} \Rightarrow C_{۱۲۳} = ۵۰\,(nF)$$

$$C_{۱۲۳۴} = C_{۱۲۳} + C_۴ = ۵۰ + ۵۰ = ۱۰۰\,(nF)$$

$$\frac{۱}{C_T} = \frac{۱}{C_{۱۲۳۴}} + \frac{۱}{C_۵} = \frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۱}{۲۰۰} = \frac{۳}{۲۰۰} \Rightarrow C_T = \frac{۲۰۰}{۳}(nF)$$

$$q_T = C_T V_T = \frac{۲۰۰}{۳} \times ۶ = ۴۰۰\,(nC)$$

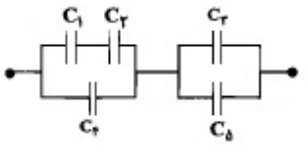
$$q_{۱۲۳۴} = q_T = ۴۰۰\,(nC)\ ,\ V_{۱۲۳۴} = \frac{q_{۱۲۳۴}}{C_{۱۲۳۴}} = \frac{۴۰۰}{۱۰۰} = ۴\,(Volt)$$

$$V_{۱۲۳} = V_{۱۲۳۴} = ۴\,(volt)\ ,\ q_{۱۲۳} = C_{۱۲۳} V_{۱۲۳} = ۵۰ \times ۴ = ۲۰۰\,(nC)$$

$$q_{۱۲} = q_{۱۲۳} = ۲۰۰\,(nC)\ ,\ V_{۱۲} = \frac{q_{۱۲}}{C_{۱۲}} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰} = ۲\,(Volt)$$

$$V_۱ = V_{۱۲} = ۲\,(volt)\ ,\ q_۱ = C_۱ V_۱ = ۲۰ \times ۲ = ۴۰\,(nC)$$

۱۲- در شکل مقابل خازن‌ها مشابهند و حداکثر ولتاژ قابل تحمل برای هر کدام ۱۲ ولت است. حداکثر اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه چند ولت باشد تا هیچ‌کدام از خازن‌ها آسیب نبینند؟



۱) ۲۴ ۲) ۲۱ ۳) ۳۶ ۴) ۱۸

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

باید V_t آنقدر باشد که حتی خازنی که بیشترین ولتاژ را دارد از ۱۲ ولت بالاتر نرود. پس ابتدا خازنی را پیدا می‌کنیم که بیشترین ولتاژ را دارد. چون خازنها مشابهند آنکه بیشترین بار را دارد بیشترین ولتاژ را خواهد داشت.

q_t باید بین $q_۴$ و $q_{۱,۲}$ به نسبت ۲ به ۱ تقسیم شود $\frac{q_{۱,۲}}{q_۴} = \frac{C_{۱,۲}}{C_۴} = \frac{۱}{۲}$

$$q_۱ = q_۲ = \frac{۱}{۳}q_t \, , \; q_۴ = \frac{۲}{۳}q_t$$

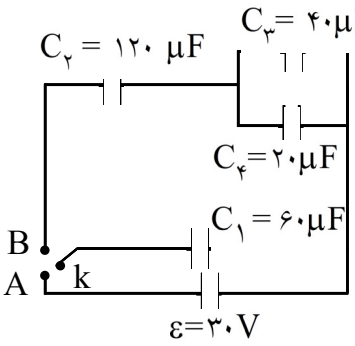
یعنی q_t بین $q_۳$ و $q_۵$ به طور مساوی تقسیم می‌شود $\frac{q_۳}{q_۵} = \frac{C_۳}{C_۵} = \frac{۱}{۱}$

$$q_۳ = q_۵ = \frac{۱}{۲}q_t$$

$$V_۴ = ۱۲ \xrightarrow{\frac{V_{۱۲۴}}{V_{۳۵}} = \frac{C_{۳۵}}{C_{۱۲۴}}} V_{۳۵} = ۹ \Rightarrow V_t = ۲۱\,V$$

پس بیشترین ولتاژ مربوط به $C_۴$ است

۱۳- در مدار شکل مقابل خازن‌ها بدون بار هستند. اگر کلید k را ابتدا به A وصل کنیم و سپس از وضع A جدا کرده و به وضع B وصل کنیم، بار خازن $C_۱$ چند میکروکولن می‌شود؟



۱) ۱۰۸۰
۲) ۶۰۰
۳) ۷۲۰
۴) ۱۸۰۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر دو خازن $C_۱$ و $C_۲$ را با ولتاژهای $V_۱$ و $V_۲$ شارژ کنیم، از ولتاژها جدا کرده و به هم وصل کنیم در این صورت بار الکتریکی از یک خازن به دیگری می‌رود تا هر دو اختلاف پتانسیل یکسان V پیدا کنند. با استفاده از پایستگی بار الکتریکی می‌توانیم بنویسیم:

$$V = \frac{|C_۱ V_۱ \pm C_۲ V_۲|}{C_۱ + C_۲}$$

علامت مثبت مربوط به اتصال صفحات هم‌نام خازن‌ها و علامت منفی مربوط به اتصال صفحات ناهم‌نام خازن‌ها می‌باشد. هم‌چنین بار الکتریکی جدید خازن‌ها باید با ولتاژ جدید V حساب شود. $(q = CV)$

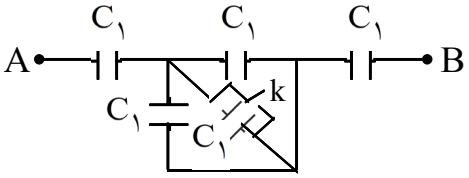
در حالت خاصی که یکی از خازن‌ها را پر کنیم و به خازن خالی دیگری وصل کنیم به عنوان نمونه $C_۱$ را با $V_۱$ پر کنیم و به خازن خالی $C_۲$ وصل کنیم، در این صورت می‌توان نوشت: $V = \frac{q_۱ + ۰}{C_۱ + C_۲}$ و $q_۱ = C_۱ V_۱$ می‌باشد.

حل: در مدار شکل فوق خازن $C_۱$ با ولتاژ ۳۰V پر شده و به مجموعه‌ای از خازن‌ها که آن‌ها را به یک خازن تبدیل می‌کنیم وصل می‌شود.

$$۴۰+۲۰=۶۰ \Rightarrow C' = \frac{۱۲۰ \times ۶۰}{۱۲۰ + ۶۰} = ۴۰\ \mu F\ ,\ V = \frac{C_۱ V_۱}{C_۱ + C'}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۶۰ \times ۳۰}{۶۰+۴۰} = ۱۸(V)\ ,\ q'_۱ = C_۱ V = ۶۰ \times ۱۸ = ۱۰۸۰\ \mu C$$

۱۴- خازن‌های شکل مقابل ظرفیت‌های یکسان دارند و انرژی کل مجموعه‌ی مدار u است. اگر کلید را ببندیم، انرژی کل مدار u' می‌شود. نسبت $\frac{u'}{u}$ چند است؟ (به دو سر A و B اختلاف پتانسیل ثابت V بسته شده است).



۱) $\frac{۷}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۷}$

۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱۵}{۱۴}$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. چون ولتاژ دو سر مدار ثابت است پس کافی است ظرفیت معادل مدار را در دو حالت بررسی کنیم. وقتی کلید را ببندیم سه خازن موازی وسط مدار حذف (اتصال کوتاه) می‌شوند.

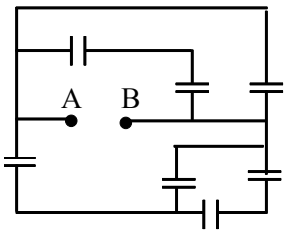
$$u = \frac{۱}{۲}CV^۲$$

کلید باز:
$$\frac{۱}{C_t} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{۳C_۱} + \frac{۱}{C_۱} \rightarrow C_t = \frac{۳C_۱}{۷}$$

کلید بسته:
$$\frac{۱}{C'_t} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_۱} \rightarrow C'_t = \frac{C_۱}{۲}$$

$$\frac{u'}{u} = \frac{C'_t}{C_t} = \frac{\frac{C_۱}{۲}}{\frac{۳C_۱}{۷}} = \frac{۷}{۶}$$

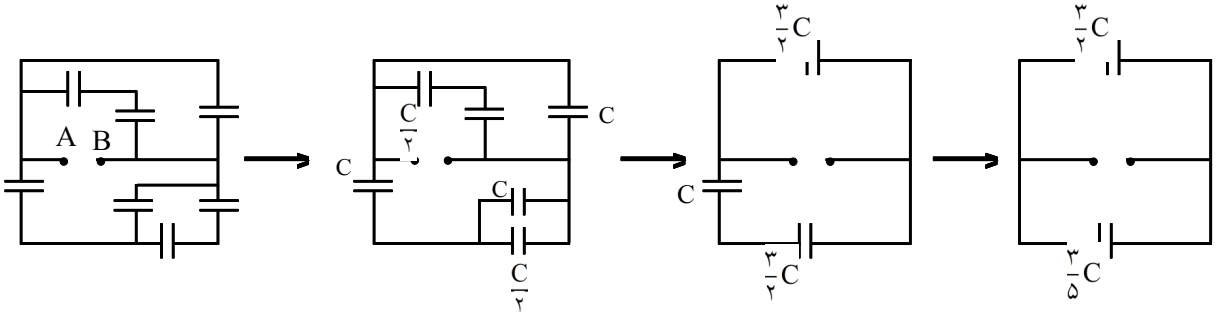
۱۵- هفت خازن مشابه با ظرفیت C در مداری مطابق شکل مقابل قرار دارند. ظرفیت خازن معادل چند برابر C است؟



۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$

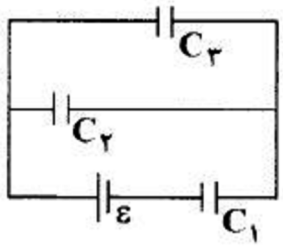
۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۲۱}{۱۰}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مراحل معادل‌سازی به صورت زیر است:



$$\rightarrow C_T = \frac{۳}{۲}C + \frac{۳}{۵}C = \frac{۲۱}{۱۰}C$$

۱۶- در شکل مقابل فضای بین صفحات خازن‌ها خالی است. اگر یک دی‌الکتریک وارد فضای بین دو صفحه‌ی $C_۲$ نماییم بار خازن‌های $C_۱$، $C_۲$ و $C_۳$ چگونه تغییر می‌کند؟



۱) $q_۳$ افزایش، $q_۲$ کاهش و $q_۱$ افزایش

۲) $q_۳$ افزایش، $q_۲$ کاهش و $q_۱$ ثابت

۳) $q_۳$ افزایش، $q_۲$ و $q_۱$ کاهش

۴) $q_۳$ کاهش، $q_۲$ و $q_۱$ افزایش

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با وارد کردن عایق ظرفیت $C_۳$ زیاد می‌شود ($C = \frac{K\varepsilon_۰ A}{d}$) و در نتیجه C_t هم زیاد می‌شود.

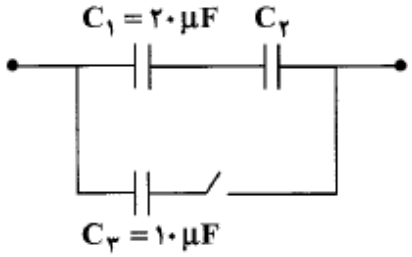
($C_{۲,۳} = C_۲ + C \Rightarrow$ زیاد می شود $C_{۲,۳}$ $\quad \frac{۱}{C_t} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_{۲,۳}} \xrightarrow[۳,]{\text{افزایش } C_۲} \frac{۱}{C_t}$ کاهش $\Rightarrow$ C_t افزایش)

$q_t = C_t V_t \xrightarrow[\text{افزایش } C_t]{\text{ثابت } V_t} q_t$ افزایش $\xrightarrow{q_۱ - q_t}$ $q_۱$ افزایش

$V_۱ + V_{۲,۳} = V_t \xrightarrow{\text{افزایش } V_۱} V_{۲,۳}$ کاهش $\Rightarrow$ $V_۲$ کاهش $\Rightarrow$ $q_۲$ کاهش

$q_۲ + q_۳ = q_۱ \xrightarrow[\text{کاهش } q_۲]{\text{افزایش } q_۱} q_۳$ افزایش

۱۷- در شکل مقابل دو سر مجموعه از مدار جدا شده است و خازن $C_۳$ بدون بار است. اگر با بستن کلید، اختلاف پتانسیل ۲ سر $C_۱$ نصف شود، ظرفیت $C_۲$ چند میکروفاراد است؟



۱) ۱۰ $\quad$ ۲) ۲۰

۳) ۳۰ $\quad$ ۴) ۶۰

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

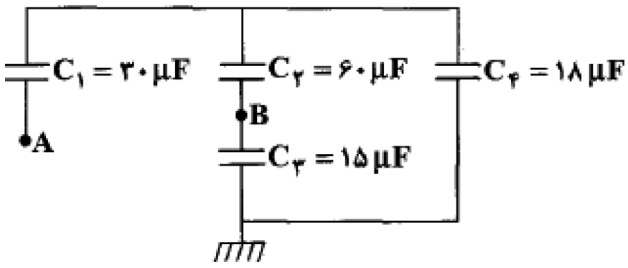
$q_{۱,۲}$ نصف می شود. $\xrightarrow{q_۱ = q_۲ = q_۱ \text{ و } ۲}$ $q_۱$ نصف می شود. $\xrightarrow{V_۱ \text{ نصف می شود.}}$ $V_۱ = \frac{q_۱}{C_۱}$

q_t ثابت است یعنی $q_{۱,۲}$ حالت اول برابر است با $(q_{۱,۲} + q_۳)$ حالت دوم، پس نیمی از بار $C_{۱,۲}$ به $C_۳$ منتقل می‌شود یعنی در حالت دوم $q_۳ = q_{۱,۲}$.

$\Rightarrow V_{۱,۲} = V_۳ \xrightarrow{q_۱ \text{ و } ۲ = q_۳} C_{۱,۲} = C_۳ \Rightarrow (۲۰ \text{ سری } C_۲) = ۱۰ \Rightarrow \frac{۲۰ C_۲}{۲۰ + C_۲} = ۱۰$

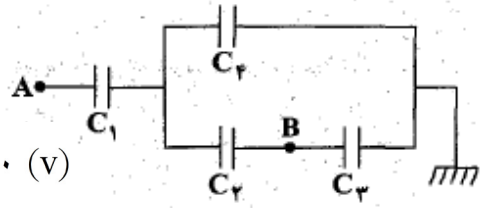
$\Rightarrow C_۲ = ۲۰ \ \mu F$

۱۸- اگر پتانسیل نقطه‌ی A برابر ۱۰۰ ولت باشد، پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟



۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. V_A برابر V_t و V_B برابر V_3 است.



$$C_{2,3,4} = C_4 + \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = 18 + \frac{60 \times 15}{75} = 30\ \mu F$$

$$C_1 = C_{2,3,4} = q_1 = q_{2,3,4} \Rightarrow V_1 = V_{2,3,4} = \frac{1}{2} V_t = 50\ (v)$$

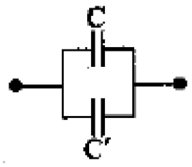
$$\begin{cases} V_2 + V_3 = 50 \\ C_2 V_2 = C_3 V_3 \Rightarrow V_3 = 4V_2 \end{cases} \Rightarrow V_3 = \frac{4}{5} \times 50 = 40\ (v)$$

۱۹- با استفاده از سه خازن $C_1 = 20\mu F$ و $C_2 = 10\mu F$ و $C_3 = 10\mu F$ مجموعه خازنی به ظرفیت معادل ۲۵ میکروفاراد ساخته‌ایم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه ۱۲ ولت باشد، بار C_3 چند میکروکولن است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

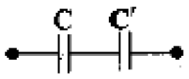
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

* ظرفیت معادل ترکیب موازی از ظرفیت هر یک از خازن‌ها بزرگ‌تر است.

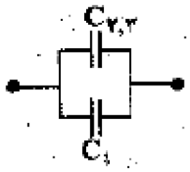


$$C_t = C + C' > C\ ,\ C'$$

* ظرفیت معادل ترکیب سری از ظرفیت هر یک از خازن‌ها کوچک‌تر است.

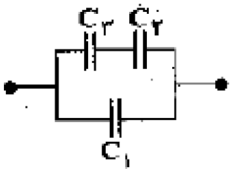


$$C_t < C\ ,\ C'$$



$$C_t = 25\ ,\ C_3 = 10\ ,\ C_2 = 10\ ,\ C_1 = 20$$

C_t از C_1 بیش‌تر است پس حتماً C_1 با $C_{2,3}$ موازی است.



$$25 = 20 + C_{2,3} \Rightarrow C_{2,3} = 5$$

$C_{2,3}$ قطعاً ترکیب سری C_2 و C_3 است.

$$V_{2,3} = V_t \Rightarrow q_{2,3} = C_{2,3} V_t = 5 \times 12 = 60\ \mu C \Rightarrow q_2 = q_3 = 60\ \mu C$$

۲۰- خازن‌های $C_۱=۶۰\mu F$ و $C_۲=۳۰\mu F$ و $C_۳=۲۰\mu F$ و $C_۴=?$ را به هم می‌بندیم و دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت وصل می‌کنیم، به‌طوری که بار ذخیره شده در مجموعه برابر ۱۰۰۰ میکروکولن می‌شود. انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن $C_۴$ چند ژول است؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۰۰۵ ۳) ۰/۰۲۵ ۴) ۰/۲۵

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از بار ذخیره شده در کل مجموعه، ظرفیت معادل C_t را حساب می‌کنیم، چنان‌چه C_t از ظرفیت تک‌تک خازن‌های موجود در مدار کم‌تر باشد، اتصال خازن‌های فوق، سری بوده و چنان‌چه بیش‌تر از ظرفیت تک‌تک خازن‌های موجود در مدار باشد، اتصال خازن‌های فوق، موازی بوده است.

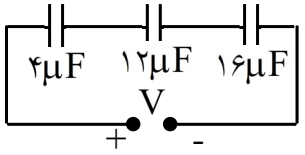
$$q=CV \Rightarrow ۱۰۰۰=C\times ۲۰۰ \Rightarrow C=۵\mu F \Rightarrow \frac{۱}{C}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۲}+\dots$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{C_۴} \Rightarrow C_۴=۱۰\mu F$$

$$U_۴=\frac{q^۲}{۲C_۴} \Rightarrow U_۴=\frac{(۱۰۰۰)^۲}{۲\times ۱۰} \Rightarrow U_۴=۵۰۰۰۰\mu J=۰/۰۵J$$

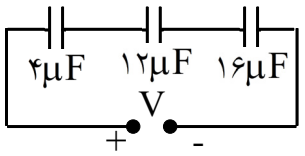
در خازن‌های سری، بار کل مجموعه و تک‌تک خازن‌ها برابر است.

۲۱- در شکل مقابل اگر انرژی ذخیره شده در مجموع سه خازن برابر ۰/۳۸ میکروژول باشد انرژی ذخیره شده در خازن ۱۲ میکروفارادی چند میکروژول است؟



۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۲۴

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.



چون خازنها متوالی هستند بنابراین بار الکتریکی کل با بار الکتریکی ذخیره شده در تک‌تک خازنها برابر است بنابراین برای انرژی ذخیره شده‌ی کل و انرژی ذخیره شده در خازن $۱۲\mu F$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{W}{W_{۱۲}}=\dfrac{\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}}{\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C_{۱۲}}} \Rightarrow \dfrac{W}{W_{۱۲}}=\dfrac{C_{۱۲}}{C} \\ \dfrac{۱}{C}=\dfrac{۱}{۴}+\dfrac{۱}{۱۲}+\dfrac{۱}{۱۶} \Rightarrow C=\dfrac{۴۸}{۱۹}\mu F\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۰/۳۸}{W_{۱۲}}=\frac{۱۲}{\frac{۴۸}{۱۹}} \Rightarrow W_{۱۲}=۰/۰۸\mu J$$

۲۲- صفحات خازنی که دی‌الکتریک آن هوا است به مولدی متصل است. در همین حال یک قطعه کائوچو بین صفحات آن قرار می‌دهیم. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) شدت میدان الکتریکی بین صفحات افزایش می‌یابد.

۲) شدت میدان الکتریکی بین صفحات تغییر نمی‌کند.

۳) شدت میدان الکتریکی بین صفحات کاهش می‌یابد.

۴) تغییر شدت میدان الکتریکی به نوع کائوچو بستگی دارد.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی‌که خازن به مولد (باتری) متصل باقی می‌ماند، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن همواره ثابت است، از طرفی می‌دانیم که شدت میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن از رابطه‌ی $E=\frac{V}{d}$ قابل محاسبه است. در این خازن ولتاژ (V) ثابت و فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی خازن (d) نیز ثابت است و وارد کردن قطعه‌ی دی الکتریک بین این دو صفحه، تأثیر بر این مقدارها ندارد. پس شدت میدان الکتریکی بین صفحات خازن تغییر نمی‌کند. در این جا لازم است که به نقش حضور دی الکتریک در بین صفحه‌های خازن اشاره‌ای شود. می‌دانیم طبق رابطه‌ی $C=\frac{k\varepsilon.A}{d}$ هرگاه دی الکتریک بین صفحه‌های خازن قرار دهیم، ظرفین خازن افزایش می‌یابد پس با توجه به رابطه‌ی $q=CV$ با افزایش C و ثابت بودن V ، بار خازن (q) افزایش می‌یابد. این امر سبب تقویت و افزایش میدان الکتریکی حاصل از بار q $\left(\overrightarrow{E_1}\right)$ در فضای بین صفحه‌های خازن می‌شود، از سویی دیگر قطبیدگی دی الکتریک بین صفحه‌های خازن میدان الکتریکی $\left(\overrightarrow{E_2}\right)$ خلاف جهت میدان $\overrightarrow{E_1}$ ایجاد می کند، شدت میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن $\left(\overrightarrow{E}\right)$ حاصل برآیند $\overrightarrow{E_1}$ و $\overrightarrow{E_2}$ است، بنابراین $E=E_1-E_2$ است، یعنی با افزایش E_1 ، E_2 نیز به همان مقدار افزایش یافته به گونه‌ای که مقدار E همواره ثابت باقی می‌ماند، یعنی شدت میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند.

۲۳- خازن مسطحی به ظرفیت $۱\mu F$ را به کمک اختلاف پتانسیل $۲۰۰V$ پر کرده و سپس آن را از منبع پتانسیل قطع می‌کنیم. حال یکی از صفحه‌ها را به موازات صفحه‌ی دیگر جابه‌جا می‌کنیم تا نصف مساحت صفحه‌ها مقابل یک‌دیگر قرار گیرد. انرژی خازن چه تغییری می‌کند؟

۱) ۲۰ میلی‌ژول بیش‌تر می‌شود.
۲) ۲۰میلی‌ژول کم‌تر می‌شود.
۳) ۴۰ میلی‌ژول بیش‌تر می‌شود.
۴) تغییری نمی‌کند.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. چون پس از شارژ شدن خازن آن را از مولد جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی خازن ثابت و بدون تغییر باقی می‌ماند. $q=C_۱V_۱=۱\times۲۰۰=۲۰۰\ \mu C$ ثابت

وقتی صفحه‌های خازن را جابه‌جا می‌کنیم تا نصف مساحت صفحه‌ها مقابل یکدیگر قرار گیرد، بار الکتریکی خازن تغییر آرایش داده و در قسمتی از صفحه‌ها که مقابل هم قرار گرفته‌اند، جمع می‌شود. بنابراین طبق رابطه‌ی ظرفیت الکتریکی خازن تخت $C=\varepsilon.\frac{A}{d}$ مساحت مؤثر صفحه‌های خازن نصف شده است، بنابراین ظرفیت خازن نیز به نصف کاهش می یابد.

$$A_۲=\frac{۱}{۲}A_۱\rightarrow\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\varepsilon.\frac{A_۲}{d}}{\varepsilon.\frac{A_۱}{d}}=\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{۱}{۲}\rightarrow C_۲=\frac{۱}{۲}C_۱=\frac{۱}{۲}\times۱=۰/۵\ \mu F$$

با معلوم بودن بار الکتریکی خازن و ظرفیت الکتریکی خازن در حالت‌های اولیه و ثانویه، می‌توان انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن را با استفاده از رابطه‌ی $U=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}$ به دست آورد.

$q_۱=q_۲=q$ و $C_۱=۱\mu F$ و $C_۲=۰/۵\ \mu F$

$$U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲_۱}{C_۱}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۰۰^۲}{۱}=۲\times۱۰^۴\ \mu J=۲۰\ mJ$$

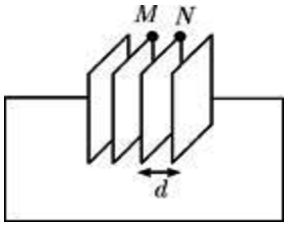
$$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲_۲}{C_۲}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۰۰^۲}{۰/۵}=۴\times۱۰^۴\ \mu J=۴۰\ mJ$$

با محاسبه‌ی تفاضل انرژی الکتریکی اولیه و ثانویه‌ی خازن، تغییر انرژی الکتریکی آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta U=U_۲-U_۱=۴۰-۲۰=۲۰\ mJ$$

علّت افزایش انرژی الکتریکی خازن را می‌توان در کار مثبت نیروی عامل خارجی برای جابه‌جا کردن صفحه‌های خازن دانست. چون بارهای الکتریکی صفحه‌های خازن ناهم‌نام هستند یکدیگر را جذب می‌کنند، عامل خارجی باید نیرویی برخلاف این نیرو به صفحه‌ها اعمال کند تا بتواند آن‌ها را جابه‌جا کند، قطعاً در این جابه‌جایی نیروی عامل خارجی کار مثبت انجام می‌دهد که سبب ایجاد ΔU مثبت شده است.

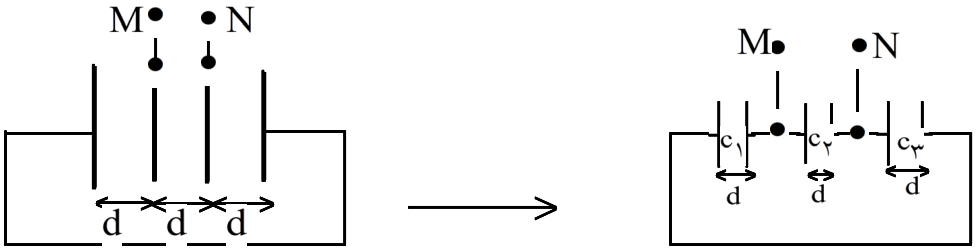
۲۴- مطابق شکل، چهار صفحه‌ی رسانا به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند. مساحت هر کدام از صفحات A و بین آن‌ها هوا است. صفحات انتهایی را به یکدیگر متصل می‌کنیم. ظرفیت معادل بین نقاط M و N کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ ۲) $\frac{۱}{۳}\varepsilon_۰\frac{A}{d}$

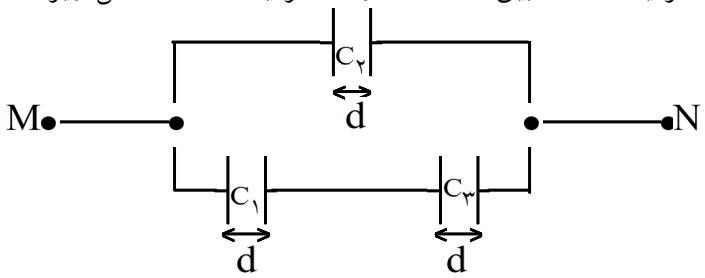
۳) $۳\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ ۴) $\frac{۳}{۲}\varepsilon_۰\frac{A}{d}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. باتوجّه به شکل زیر، خازن‌هایی که در صفحه‌ی M و در صفحه‌ی N با هم مشترک هستند را می‌توانیم تفکیک کنیم و این صفحه‌ها را به صورت دو صفحه‌ی جدا بین دو خازن که با سیمی با مقاومت ناچیز به هم متصل هستند، در نظر بگیریم.



به این ترتیب سه خازن مشابه $C_۱$, $C_۲$, $C_۳$ ایجاد می‌شوند و ظرفیت هر کدام برابر $C=\frac{\varepsilon_۰ A}{d}$ است.

با توجّه به شکل خازن $C_۱$ با خازن $C_۳$ به صورت متوالی قرار گرفته است و مجموعه این دو خازن، با خازن $C_۲$ به صورت موازی عمل می‌کند. ظرفیت معادل بین نقاط M و N، ظرفیت معادل شکل زیر است:



ظرفیت خازن معادل، خازن‌های $C_۱$ و $C_۳$ برابر است با:

خازن‌های سری : $\frac{۱}{C'}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۳}\rightarrow\frac{۱}{C'}=\frac{۱}{C}+\frac{۱}{C}=\frac{۲}{C}\rightarrow C'=\frac{C}{۲}$

ظرفیت خازن معادل، خازن‌های C' و $C_۲$ برابر است با:

خازن‌های موازی : $C''=C'+C_۲\rightarrow C''=\frac{C}{۲}+C\rightarrow C''=\frac{۳}{۲}C$

با جایگزینی مقدار C از رابطه‌ی بالا، ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی M و N بر حسب فاصله‌ی بین صفحه‌ها (d) و مساحت سطح آن‌ها (A) به دست می‌آید.

$$C_{MN}=C''=\frac{۳}{۲}\times\frac{\varepsilon_۰ A}{d}\rightarrow C_{MN}=\frac{۳\varepsilon_۰ A}{۲d}$$