

پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون شماره ۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۲ ریاضی ۲

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

در دنباله هندسی $b, \sqrt{2}, 2^a, \sqrt{2}, b$:

$$a_r = a_1 q^r = \sqrt{2} \xrightarrow{a_1 = \sqrt{2}} \sqrt{2} q^r = \sqrt{2} \Rightarrow q^r = 1 \xrightarrow{q > 0} q = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} 2^a = a_r = a_1 \cdot q = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \\ b = a_r = a_1 q = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \end{cases}$$

اعداد ۲، ۲، ۲، ۲، ۲ تشکیل دنباله‌ای عددی می‌دهند. پس می‌خواهیم بین ۲ و ۲، سه واسطه حسابی درج کنیم:

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_5 = 2 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{2-2}{5-1} = 0 \Rightarrow x = 2+0 = 2$$

دقت کنید چون سه جمله‌ی متوالی $\sqrt{2}, 2^a, \sqrt{2}$ از دنباله‌ی هندسی مثبت هستند، پس $q > 0$ است.

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۲ حسابان

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{2n} = n(2a_1 + (2n-1)d) = 2dn^2 + (2a_1 - d)n$$

$$\xrightarrow{S_{2n} = 2n^2 + \Delta n} 2dn^2 + (2a_1 - d)n = 2n^2 + \Delta n \Rightarrow \begin{cases} 2d = 2 \\ 2a_1 - d = \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

راه حل دیگر:

$$S_{2n} = 2n^2 + \Delta n$$

پس با قرار دادن $n=1$ داریم: $S_2 = 7$ با قرار دادن $n=2$ داریم: $S_4 = 18$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 7 \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 = 7 \\ a_2 + a_3 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + (a_1 + d) = 7 \\ (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 7 \\ 2a_1 + 5d = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۴ حسابان

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} a_r = a_1 q^r = -\frac{1}{3} \\ a_\Delta = a_1 q^\Delta = \frac{1}{81} \end{cases} \Rightarrow a_\Delta = a_r q^{\Delta-r} \Rightarrow \frac{1}{81} = -\frac{1}{3} \times q^{\Delta-r} \Rightarrow q^{\Delta-r} = -\frac{1}{27} \Rightarrow q = -\frac{1}{3} \xrightarrow{\frac{a_r = a_1 q}{a_r = -\frac{1}{3}}} a_1 = 1$$

$$\begin{cases} a_1^2 = 1 \\ q^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{مربع جملات}} = \frac{a_1^2}{1-q^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{9}} = \frac{9}{8}$$

وقتی جملات دنباله به توان ۲ برسند، هم جمله‌ی اول و هم قدرنسبت به توان ۲ می‌رسد، پس:

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ دیفرانسیل

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x + |y| = 4 \quad (1) \\ 2x + ay = 2 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow ay + 2(4 - |y|) = 2 \Rightarrow ay - 2|y| = -6$$

$$\begin{cases} y \geq 0: ay - 2y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{a-2} \geq 0 \Rightarrow a < 2 \\ y < 0: ay + 2y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{a+2} < 0 \Rightarrow a > -2 \end{cases} \Rightarrow |a| < 2$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ دیفرانسیل

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

$$|2x-3| < 1 \Rightarrow -1 < 2x-3 < 1 \Rightarrow 2 < 2x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$$

$$|3x-1| < a \Rightarrow -a < 3x-1 < a \Rightarrow 1-a < 3x < a+1 \Rightarrow \frac{1-a}{3} < x < \frac{a+1}{3}$$

چون می‌خواهیم بازه‌ها اشتراک نداشته باشند، پس:

$$\begin{cases} \frac{a+1}{3} \leq 1 \Rightarrow a \leq 2 \\ \frac{1-a}{3} \geq 2 \Rightarrow 1-a \geq 6 \Rightarrow a \leq -5 \end{cases}$$

(۱) $\frac{1-a}{3} < \frac{a+1}{3}$ $\frac{1-a}{3} < \frac{a+1}{3}$

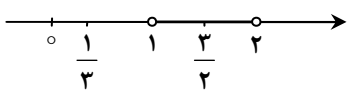
(۲) $\frac{1-a}{3} < \frac{a+1}{3}$ $\frac{1-a}{3} < \frac{a+1}{3}$

چون مجموعه جواب نامعادله‌ی دوم غیر تهی است، پس: $a > 0$ (۲) از اشتراک (۱) و (۲) داریم: $0 < a \leq 2$ یعنی $a = 1, 2$ قابل قبول است.

راه حل دیگر:

$$|2x-3| < 1 \Rightarrow 2 \left| x - \frac{3}{2} \right| < 1 \Rightarrow \left| x - \frac{3}{2} \right| < \frac{1}{2}$$

$$|3x-1| < a \Rightarrow 3 \left| x - \frac{1}{3} \right| < a \Rightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| < \frac{a}{3}$$



نامعادله‌ی اول معرف بازه‌ی متقارن با نقطه میانی $\frac{3}{2}$ و شعاع $\frac{1}{2}$ و نامعادله‌ی دوم معرف بازه‌ی متقارن با نقطه میانی $\frac{1}{3}$ و شعاع $\frac{a}{3}$ است.

برای اینکه اشتراک دو مجموعه تهی باشد، باید $1 + \frac{a}{3} \leq \frac{3}{2}$ یعنی $a \leq 2$ باشد، همچنین چون مجموعه جواب نامعادله‌ی دوم ناتهی است، پس: $a > 0$

$$\cap \rightarrow 0 < a \leq 2 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = 1, 2$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۲ دیفرانسیل

۱۰۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2 \Rightarrow \left| \frac{1-4n}{2n-3} + 2 \right| < \frac{1}{20} \Rightarrow \left| \frac{1-4n+4n-6}{2n-3} \right| < \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{5}{|2n-3|} < \frac{1}{20} \Rightarrow |2n-3| > 100 \Rightarrow 2n > 103$$

$$\Rightarrow n > \frac{103}{2} \Rightarrow n \geq \left[\frac{103}{2} \right] + 1 = 52$$

حداقل $n_0 = 52$ است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۲ دیفرانسیل

۱۰۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \Rightarrow |a_n - 0| > \frac{1}{10}$$

$$\frac{2 + (-1)^n}{n} > \frac{1}{10} \begin{cases} \text{زوج } n \rightarrow \frac{2}{n} > \frac{1}{10} \Rightarrow n < 20 \Rightarrow \text{تا } 14 \\ \text{فرد } n \rightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{10} \Rightarrow n < 10 \Rightarrow \text{تا } 5 \end{cases}$$

پس کلاً ۱۹ جمله قابل قبول است \Rightarrow

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۴۱ دیفرانسیل

۱۰۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{n^k a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)!}{n^k (2n-1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)(2n+1)(2n)(2n-1)!}{n^k (2n-1)!}$$

برای این‌که این حد موجود و غیر صفر باشد، باید $k = 3$ باشد.

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)(2n+1)(2n)}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27n^3}{n^3} = 27$$

بنابراین: $L + k = 27 + 3 = 30$

نکته: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^k + b_n^{k-1} + \dots}{a_n^k + b_n^{k-1} + \dots} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^k}{a_n^k}$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۴۱ دیفرانسیل

۱۰۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

نکته: $\left| \sqrt{an^2 + bn + c} - \sqrt{a} \left| n + \frac{b}{2a} \right| \right|$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (n+2) - (n+1) = 1$$

از طرف دیگر دنباله با مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود، پس کوچک‌ترین کران بالا برابر ۱ خواهد بود.

$$(\sqrt{n^2 + 4n - 1} - n - 1)' = \frac{2n+4}{2\sqrt{n^2 + 4n - 1}} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{n+2}{\sqrt{n^2 + 4n - 1}} > 0 \Leftrightarrow n+2 > \sqrt{n^2 + 4n - 1}$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 4n + 4 > n^2 + 4n - 1 \Leftrightarrow 4 > -1$$

در نتیجه جملات دنباله با مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود، پس کوچک‌ترین کران بالا برابر ۱ خواهد بود.

نکته: $(\sqrt[n]{u^m})' = (u^{m/n})' = \frac{m}{n} \cdot u^{m/n-1} \cdot u' \cdot u^{m/n}$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷ دیفرانسیل

۱۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

می‌دانیم $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ ، برای آن‌که $[a_n]$ هم همگرا به ۲ باشد، باید:

$$\frac{4n^2 + a}{2n^2 - a + 1} \geq 2 \Rightarrow 4n^2 + a \geq 4n^2 - 2a + 2 \Rightarrow a \geq -2a + 2 \Rightarrow a \geq \frac{2}{3}$$

دقت کنید با توجه به اینکه $n \rightarrow +\infty$ ، می‌توان فرض کرد مخرج مثبت است و جهت نامساوی تغییری نمی‌کند.



۱۱۱- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * دیفرانسیل (یکنوایی، کرانداری و همگرایی دنباله‌ها)

$\{a_n\}$ یکنوا و کراندار است، پس همگراست. از طرفی $\{b_n\}$ یکنوا و بی‌کران است، پس $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = +\infty$ ، پس:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a_n}{b_{n+1}} = 0$$

واگرایی دنباله‌های گزینه‌های ۱ و ۲ بدیهی است، ولی دنباله‌ی گزینه ۴ می‌تواند همگرا یا واگرا باشد، به‌عنوان مثال:

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n}, b_n = n^2 \Rightarrow a_n \cdot b_n = 1 \text{ همگرا} \\ a_n = \frac{1}{n}, b_n = n^3 \Rightarrow a_n \cdot b_n = n \text{ واگرا} \end{cases}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: * ساده * دیفرانسیل (کرانداری و همگرایی دنباله‌ها)

دنباله‌ی مناسب باید کراندار ولی واگرا باشد. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: همگرا به صفر، کراندار
گزینه ۲: واگرا، کراندار
گزینه ۳: همگرا به ۱، کراندار
گزینه ۴: همگرا به صفر، کراندار

پاسخ پرسش‌های درس‌های سال چهارم

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * دیفرانسیل (کرانداری و یکنوایی دنباله‌ها)

ابتدا نشان می‌دهیم دنباله‌های a_n و b_n هر دو صعودی و مثبت هستند.

$$a_n : 0 = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) < \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) < \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) < \dots < \cos(0) = 1$$

$$b_n : \begin{cases} n \in \mathbb{N} \Rightarrow \log n \geq 0 \\ \log 1 < \log 2 < \dots \end{cases}$$

پس a_n به‌ازای $n > 1$ صعودی و مثبت است. برای دنباله‌ی b_n داریم:

دنباله‌ی b_n به‌ازای $n > 1$ صعودی و مثبت است.

حال از صعودی و مثبت بودن a_n و b_n نتیجه می‌گیریم $a_n b_n$ هم صعودی است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \times \infty = \infty$$

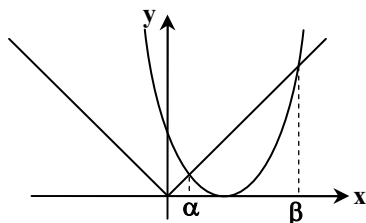
در نتیجه دنباله‌ی $a_n b_n$ بی‌کران است.

نکته: هر دنباله‌ی همگرا، کراندار است.

نتیجه: هر دنباله‌ی بی‌کران، واگراست.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ دیفرانسیل

ابتدا $y = |x|$ و $y = 2(x-1)^2$ را روی یک دستگاه مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل مقابل، جواب نامعادله، خارج بازه $[\alpha, \beta]$ است که در آن α و β نقاط برخورد خط $y = x$ با سهمی $y = 2(x-1)^2$ هستند.



$$x = 2(x-1)^2 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس جواب نامعادله برابر $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ است، یعنی $\mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۲ دیفرانسیل

با توجه به فرض داده شده تنها حکمی که قطعی است کرانداری دنباله است. در گزینه ۳ شرط یکنوایی را هم اضافه کرده‌ایم. چون یکنوا و کراندار است،

$$a_n = \begin{cases} -2 + \frac{1}{1000} & \text{زوج } n \\ -2 + \frac{1}{10000} & \text{فرد } n \end{cases} \text{ پس همگراست. دنباله‌ی } a_n = \begin{cases} -2 + \frac{1}{1000} \\ -2 + \frac{1}{10000} \end{cases} \text{ مثال نقض گزینه‌های ۱ و ۲ است و } a_n = -2 + \frac{1}{1000} \text{ مثال نقض گزینه ۴ است.}$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷ دیفرانسیل

عبارت را در مزدوج صورت و مخرج ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - \sqrt{4n^2 + 1})(2n + \sqrt{4n^2 - 1})(2n + \sqrt{4n^2 + 1})}{(2n - \sqrt{4n^2 - 1})(2n + \sqrt{4n^2 - 1})(2n + \sqrt{4n^2 + 1})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)(2n + \sqrt{4n^2 - 1})}{(1)(2n + \sqrt{4n^2 + 1})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-(2n + 2n)}{2n + 2n} = -\frac{2}{2}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷ دیفرانسیل

دنباله‌ی $\tan^{-1} n$ با مقادیر کمتر از $\frac{\pi}{2}$ به $\frac{\pi}{2}$ همگراست.

$$\tan^{-1} n < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} n > -1$$

پس داخل براکت با مقادیر بیشتر از -1 به -1 همگراست، بنابراین a_n به -1 همگرا است.

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷ دیفرانسیل

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

$$n-1-2a_n < na_n < n+1-2a_n \Rightarrow n-1 < na_n + 2a_n < n+1 \Rightarrow n-1 < a_n(n+2) < n+1 \Rightarrow \frac{n-1}{n+2} < a_n < \frac{n+1}{n+2}$$

با توجه به این که $\left\{\frac{n-1}{n+2}\right\}$ و $\left\{\frac{n+1}{n+2}\right\}$ هر دو همگرا به ۱ هستند، طبق قضیه فشردگی $\{a_n\}$ نیز همگرا به ۱ است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * دیفرانسیل (همگرایی و یکنوایی دنباله‌ها)

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = \frac{fn + (-1)^n}{n+2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = f$$

$$a_1 = \frac{3}{4} = 1 \quad a_2 = \frac{9}{4} \quad a_3 = \frac{11}{5} \quad a_1 \nearrow a_2 \searrow a_3 \quad \text{غیر یکنواست}$$

لذا گزینه صحیح گزینه ۱ است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: دنباله نزولی و همگرا به صفر است.

گزینه ۳: نزولی و همگرا به صفر است.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^n}{(n+2)!} \cdot \frac{(n+2)!}{2^{n-1} \times (n+2)(n+1)!} = \frac{2}{n+2} < 1$$

پس دنباله نزولی است. از طرفی می‌دانیم رشد $n!$ از a^n در $n \rightarrow \infty$ خیلی بیشتر است، پس دنباله همگرا به صفر است.

گزینه ۴: یک دنباله‌ی واگراست.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * دیفرانسیل (همگرایی، یکنوایی و کرانداری دنباله‌ها)

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cos \frac{\pi}{n} = (1-0) \cos(0) = 1$$

پس این دنباله همگرا و در نتیجه کراندار است.

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cos \frac{\pi}{n} \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = \frac{2}{3} \cos \frac{\pi}{3}, a_4 = \frac{3}{4} \cos \frac{\pi}{4}, \dots$$

با توجه به این که هر دو دنباله‌ی $b_n: \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$ و $c_n: \cos \frac{\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{4}, \dots$ صعودی و مثبت هستند، پس دنباله‌ی $a_n = b_n c_n$ نیز صعودی است.

پاسخ پرسش‌های درس‌های پایه

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حسابان (ترکیب توابع، توابع زوج و فرد)

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲

طبق تعریف دامنه‌ی ترکیب توابع، دامنه‌ی $f \circ g$ برابر:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = \{3, -3\}$$

$$\begin{cases} f(g(3)) = f(1) = 2 \\ f(g(-3)) = f(4) = 2 \end{cases} \Rightarrow f \circ g = \{(3, 2), (-3, 2)\}$$

چون دامنه متقارن است و $f \circ g(-x) = f \circ g(x)$ پس این تابع، یک تابع زوج است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حسابان (اعمال جبری روی توابع، توابع زوج و فرد)

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} x=1 &\Rightarrow \begin{cases} f(1) + g(1) = 0 \\ f(-1) + g(-1) = -4 \end{cases} \\ x=-1 &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{\text{فرد } g(-1) = -g(1)}{\text{زوج } f(-1) = f(1)} \rightarrow \begin{cases} f(1) + g(1) = 0 \\ f(1) - g(1) = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -2 \\ g(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow f(1)g(1) = -4$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حسابان (تابع وارون و ترکیب توابع)

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۳

$$f^{-1}(-8) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = -8 \Rightarrow \alpha |2\alpha| = -8 \Rightarrow \begin{cases} \alpha < 0 \\ -2\alpha^2 = -8 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 = 4 \xrightarrow{\alpha < 0} \alpha = -2$$

$$f(2f^{-1}(-8)) = f(2 \times (-2)) = f(-4) = -4 \times 8 = -32$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۸۹ هندسه ۱

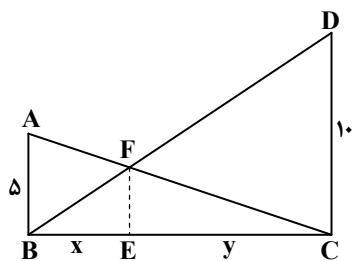
۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه آن‌ها برابر است.

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{2+3+4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم نظیر بزرگ‌ترین ضلع مثلث اول است، با توجه به این که نسبت تشابه $\frac{1}{4}$ است، داریم:

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 16$$

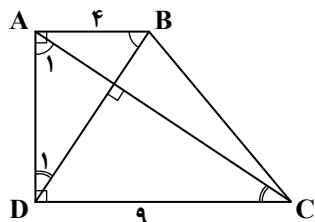


▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۷۸ هندسه ۱
در مثلث ABC، EF||AB و در مثلث BCD، EF||CD است، پس از قضیه تالس در این دو مثلث داریم:

$$\begin{cases} \triangle ABC: \frac{EF}{AB} = \frac{EC}{BC} \Rightarrow \frac{EF}{5} = \frac{y}{x+y} \\ \triangle BDC: \frac{EF}{CD} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{EF}{10} = \frac{x}{x+y} \end{cases}$$

دو رابطه‌ی بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{EF}{5} + \frac{EF}{10} = \frac{x+y}{x+y} = 1 \Rightarrow EF \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) = 1 \Rightarrow \frac{3EF}{10} = 1 \Rightarrow EF = \frac{10}{3}$$



▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۸۶ هندسه ۱

$$\begin{cases} \hat{C} + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}_1, \frac{\hat{C} + \hat{A}_1 = 90^\circ}{\hat{D}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه ADC و ADB متشابهند. ($\hat{C} = \hat{D}_1$ و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$)
تناسب اضلاع به صورت زیر است:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{AD} \Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{9}{AD} \Rightarrow AD^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۱۰ هندسه ۲

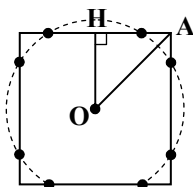
۱۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} \text{هر زاویه ی خارجی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow \text{مجموع زوایای خارجی} = 360^\circ \\ \text{هر زاویه ی داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2)180^\circ}{n} \Rightarrow \text{مجموع زوایای داخلی} = (n-2)180^\circ \end{cases}$$

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{1}{2} \frac{(n-2)180^\circ}{n} \Rightarrow \frac{n-2}{2} = 2 \Rightarrow n = 6$$

از فرض داریم:

$$\text{تعداد اضلاع} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$



▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۳۷ هندسه ۲
مکان هندسی نقاطی که از مرکز مربع (O) به فاصله‌ی ۵ هستند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ است.

با توجه به این‌که:

$$OH = 4 \text{ (نصف ضلع مربع)} \quad OA = 4\sqrt{2} \text{ (نصف قطر مربع)} \quad R = 5 \text{ (شعاع دایره)}$$

$$\text{داریم: } 4 < R < 4\sqrt{2}$$

بنابراین مطابق شکل، دایره هر ضلع مربع را در دو نقطه و محیط آن را در ۸ نقطه قطع می‌کند.

هندسه تحلیلی و جبر خطی

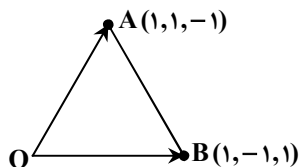
▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۱۳ هندسه تحلیلی

۱۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\left. \begin{matrix} A(3, -4, 2) \rightarrow A'(0, -4, 2) \\ B(4, 5, -6) \rightarrow B'(-4, -5, -6) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \overline{A'B'} = (-4, -5, -6) - (0, -4, 2) = (-4, -1, -8)$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۷ هندسه تحلیلی

۱۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴



$$\overline{AB} = (1, -1, 1) - (1, 1, -1) = (0, -2, 2)$$

$$\begin{cases} |OA| = \sqrt{3} \\ |OB| = \sqrt{3} \\ |AB| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{محیط مثلث OAB} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

نکته: فاصله‌ی دو نقطه‌ی (x_1, y_1, z_1) و (x_2, y_2, z_2) برابر است با: $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۰ هندسه تحلیلی

۱۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} \vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \\ \vec{i} = (1, 0, 0) \end{cases} \Rightarrow a \cdot \vec{i} = a_1$$

و به همین ترتیب $a \cdot \vec{j} = a_2$ و $a \cdot \vec{k} = a_3$ پس:

$$(a \cdot \vec{i})\vec{i} + (a \cdot \vec{j})\vec{j} + (a \cdot \vec{k})\vec{k} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k} = \vec{a} = (2, 2, -4)$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۱ هندسه تحلیلی

۱۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c$$

$$a \cdot c + c \cdot b = c \cdot (a + b) = c \cdot (-c) = -|c|^2 = -16$$

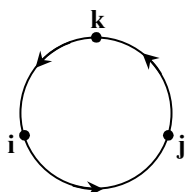
▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۲ هندسه تحلیلی

۱۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{a_1}{|a|} = \frac{1}{|a|} \\ \cos \beta = \frac{a_2}{|a|} = \frac{2}{|a|} \Rightarrow \cos \beta > \cos \alpha > 0, \cos \gamma < 0 \\ \cos \gamma = \frac{a_3}{|a|} = \frac{-3}{|a|} \end{cases}$$

پس γ منفرجه و از بین دو زاویه‌ی حاده‌ی α و β ، $\alpha > \beta$ است (زیرا $\cos x$ در ربع اول نزولی است)، بنابراین:

$$\gamma > \alpha > \beta$$



▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۳ هندسه تحلیلی

۱۲۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

$$\text{عبارت} = \vec{i} \times \vec{j} + \vec{i} \times \vec{k} + ((\vec{j} \times \vec{i}) \cdot \vec{k}) \vec{i} = \vec{k} - \vec{j} + \underbrace{(-\vec{k} \cdot \vec{k}) \vec{i}}_{-1} = \vec{k} - \vec{j} - \vec{i}$$

$$\text{نکته: } a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) \quad a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۳۰ هندسه تحلیلی

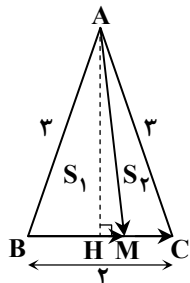
۱۲۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |\overline{OA} \times \overline{OB}| \quad \begin{cases} \overline{OA} = (1, -1, 2) \\ \overline{OB} = (0, 2, 1) \end{cases}$$

$$\overline{OA} \times \overline{OB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 2) \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \sqrt{49 + 1 + 4} = \frac{\sqrt{54}}{2} = \frac{\sqrt{9 \times 6}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۳۰ هندسه تحلیلی

۱۲۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳



$$|\overline{AM} \times \overline{BC}| = |\overline{AM} \times (\overline{BM} + \overline{MC})| = |\overline{AM} \times \overline{BM} + \overline{AM} \times \overline{MC}| = 2S_1 + 2S_2 = 2S_{\triangle ABC}$$

بنابراین باید مساحت مثلث ABC را بیابیم:

$$AH = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{2}$$

دقت کنید M هر نقطه‌ای روی قاعده باشد، حاصل عبارت $4\sqrt{2}$ خواهد بود.

نکته: در مثلث متساوی الساقین، میانه، ارتفاع و نیم‌ساز وارد بر قاعده با هم برابرند.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۹ هندسه تحلیلی

۱۲۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

راه حل اول: عبارت را ساده می‌کنیم:

$$[(2a - b) \times (3a + 4b)] \times (a \times b) = [6a \times a + 8a \times b - 3b \times a - 4b \times b] \times (a \times b) = 11(a \times b) \times (a \times b) = 0 = (0, 0, 0)$$

راه حل دوم: $(2a - b) \times (3a + 4b)$ با بردار $a \times b$ موازی است، زیرا هر دو بر صفحه‌ی شامل دو بردار a و b عمود هستند. بنابراین حاصل ضرب خارجی

این بردار در $(a \times b)$ برابر بردار صفر است.

نکته: حاصل ضرب خارجی دو بردار موازی، برابر بردار صفر است.

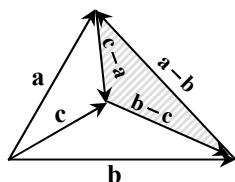
▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۳۱ هندسه تحلیلی

۱۳۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲

چون قاعده‌های این متوازی‌السطوح بر بردارهای $i + j$ ، $i + k$ و $j + k$ بنا شده است، پس قاعده‌ها هم‌مساحت هستند. از آنجایی که $V = S \cdot h$ (حجم)،

بنابراین اندازه‌ی تمام ارتفاع‌ها برابر است.

$$\left. \begin{aligned} \text{حجم } V &= |a \cdot (b \times c)| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 = 2 \\ \text{یک قاعده } S &= |a \times b| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |(1, -1, 1)| = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۳۱ هندسه تحلیلی
راه حل اول: در هرمی که بر سه بردار a, b, c بنا شده است، بردارهای $a-b, b-c, c-a$ در یک وجه قرار دارند و ضرب مختلط سه بردار هم‌صفحه برابر صفر است.

$$(a-b) \cdot [(b-c) \times (c-a)] = 0$$

راه حل دوم: عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(a-b) \cdot [b \times c - b \times a - c \times c + c \times a] = a \cdot [b \times c - b \times a + c \times a] - b \cdot [b \times c - b \times a + c \times a] = a \cdot (b \times c) - b \cdot (c \times a) = 0$$

$$a \cdot (b \times c) = b \cdot (c \times a) = c \cdot (a \times b) \quad \text{نکته:}$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۳۳ هندسه تحلیلی

طبق رابطه‌ی ضرب سه‌گانه که در تمرین کتاب آمده است $(a \times (b \times c)) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$ ، هر یک از گزینه‌ها یک ضرب سه‌گانه است که آن‌ها را می‌نویسیم:

(۱) $b \times (a \times c)$ (۲) $c \times (a \times b)$ (۳) $a \times (b \times c)$ (۴) $b \times (c \times a)$

بردار $a \times (b \times c)$ برداری است که بر a عمود است.

نکته: بردار $a \times b$ بر هر دو بردار a و b عمود است؛ در واقع بر صفحه‌ی شامل این دو بردار عمود است.

ریاضیات گسسته

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * ساده * صفحه ۱۱ ریاضیات گسسته

$$\frac{2q}{p} \leq \Delta \quad \text{نکته:}$$

$$\frac{2q}{p} \leq \Delta \xrightarrow[\Delta=4]{q=16} \frac{2 \times 16}{p} \leq 4 \Rightarrow 32 \leq 4p \Rightarrow p \geq 8$$

دقت کنید، گراف ۴- منتظم مرتبه ۸، گرافی با حداقل رئوس ممکن است که در شرط سؤال صدق می‌کند.

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * ساده * صفحه ۱۶ ریاضیات گسسته

در این‌جا اگر هر فرد را یک رأس در نظر بگیریم، منظور سؤال این است که ۷ رأس داریم و می‌خواهیم درجه‌ی هر رأس r باشد. از طرفی می‌دانیم در گراف‌های r -منتظم از مرتبه‌ی r, p و هم‌زمان فرد نیستند. بنابراین با توجه به این‌که $p = 7$ فرد است، پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۶ ریاضیات گسسته

$$V = \{a, b, c, d, e\} \Rightarrow \text{مجموعه‌ی کل یال‌های ممکن برای گراف} = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \dots, \{d, e\}\}$$

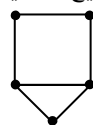
$$\Rightarrow \text{انتخاب ۲ رأس از ۵ رأس گراف} = \text{تعداد کل یال‌های ممکن برای گراف} = \binom{5}{2} = 10$$

یال ab وجود دارد، پس برای داشتن ۳ یال، باید ۲ یال از سایر یال‌ها (به‌جز ac) انتخاب کنیم که تعداد حالات آن برابر است با: $\binom{8}{2} = 28$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۱۶ ریاضیات گسسته

گزینه ۱: دوری که از همه‌ی رأس‌ها بگذرد، وجود ندارد. (دور به‌جز رأسی که آغاز می‌کنیم، از بقیه‌ی رئوس حداکثر یک‌بار می‌گذرد).
گزینه ۲: گرافی که رأس درجه‌ی ۱ دارد هیچ‌گاه همیلتنی نیست.

گزینه ۳: شکل ساده‌شده‌ی آن به‌صورت



گزینه ۴: گراف پترسن است که همیلتنی نیست.

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۲۱ ریاضیات گسسته

منظور سؤال این است که کدام گزینه می‌تواند درجات رئوس یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۵ باشد. زیرا همان‌طور که می‌دانید، وقتی ماتریس مجاورت به توان ۲ می‌رسد، درایه‌های روی قطر اصلی، درجه‌ی رئوس را نشان می‌دهد.

گزینه ۱: وقتی گرافی ساده دارای ۵ رأس است، دیگر رأس درجه‌ی ۵ ندارد. (حداکثر درجه ۴ است)

گزینه ۲: وقتی گراف ۲ رأس از درجه‌ی ۱- p دارد، بقیه‌ی رئوس حداقل درجه‌شان ۲ است.

گزینه ۴: با الگوریتم هاول-حکیمی قابل رسم بودن این دنباله را بررسی می‌کنیم:

$$4, 3, 3, 1, 1$$

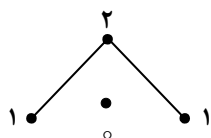
رأس درجه‌ی ۴ را حذف و از هریک از ۴ رأس بعدی یک یال کم می‌کنیم:

$$2, 2, 0, 0$$

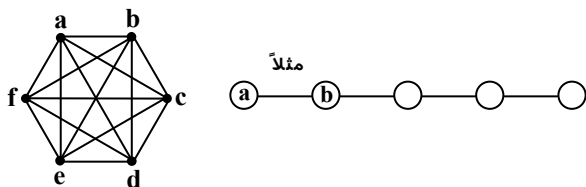
این دنباله قابل رسم نیست. پس دنباله‌ی اصلی هم قابل رسم نیست. حال قابل رسم بودن دنباله‌ی گزینه‌ی ۳ را بررسی می‌کنیم:

$$4, 3, 2, 2, 1 \Rightarrow 2, 1, 1, 0$$

این دنباله قابل رسم است، پس دنباله‌ی اصلی هم قابل رسم است.



۱۳۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۱۵ ریاضیات گسسته



ابتدا از ۴ رأس باقی‌مانده، ۳ رأس انتخاب می‌کنیم $\binom{4}{3}$ ، چون مسیر باید شامل یال ab باشد، ab را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین باید تعداد حالات قرار گرفتن ۴ شیء در کنار یکدیگر را در عدد فوق ضرب کنیم:

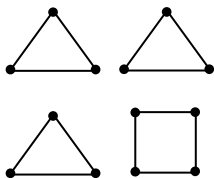
$$\binom{4}{3} \times 4! = 4 \times 4! = 96$$

در محاسبه‌ی تعداد مسیرها باید مراقب باشیم رفت و برگشت یک مسیر را دو بار محاسبه نکنیم. مثلاً $abcde$ و $edcba$ یکی هستند. البته در این راه‌حل، چون بعد رأس a ، رأس b قرار دارد، این اتفاق نمی‌افتد.

۱۳۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۱۲ ریاضیات گسسته

برای حداکثر کردن تعداد مؤلفه‌های همبندی گراف ۲- منظم، باید تا جایی که می‌توانیم دوره‌های به‌طول ۳ ایجاد کنیم:

$$13 = 3 + 3 + 4$$



۱۴۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۲۰ ریاضیات گسسته

تعداد رئوس درجه‌ی ۱ را برابر x در نظر می‌گیریم:

تعداد رئوس درجه‌ی ۱

$$\left. \begin{aligned} 4 + 3 + 3 + 2 + x \times 1 = 2q \\ \text{درخت } q = p - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12 + x = 2(p - 1) \Rightarrow 14 + x = 2p \xrightarrow{p=4+x} 14 + x = 8 + 2x \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow p = 10 \Rightarrow q = 9$$

تعداد صفرها $= p^2 - 2q = 10^2 - 2 \times 9 = 82$

۱۴۱- پاسخ: گزینه‌ی ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۱۶ ریاضیات گسسته

رابطه‌ی «وجود مسیر بین رأس‌ها» گراف را به ۳ کلاس هم‌ارزی متمایز تقسیم می‌کند، یعنی گراف از ۳ بخش جدا از هم تشکیل شده است. برای حداکثر کردن تعداد یال‌ها باید دو بخش یک رأسی و یک بخش ۶ رأسی داشته باشیم. بنابراین حداکثر تعداد یال‌ها برابر است با:

k_6

$$\max(q) = q(k_6) = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

نکته: برای حداکثر کردن تعداد یال‌ها، باید تا جایی که می‌توانیم به گراف کامل نزدیک شویم.

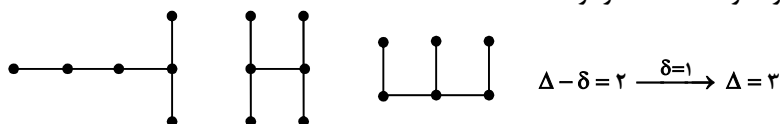
تذکر: اگر صورت سؤال از ما کمترین تعداد یال را می‌خواست، گراف را به‌صورت زیر تشکیل می‌دادیم:

$\Rightarrow \min(q) = 5$

دقت کنید در این حالت ممکن است گراف به شکل‌های دیگری هم قابل رسم باشد، ولی در هر صورت حداقل تعداد یال‌ها برابر ۵ است.

۱۴۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۲۲ ریاضیات گسسته

گرافی که بین هر ۲ رأس آن، یک و فقط یک مسیر وجود دارد، درخت است. در درخت وقتی $p > 1$ باشد، $\delta = 1$ است.



گراف‌های مرتبه‌ی ۶ با این شرط به شکل روبه‌رو هستند:

۱۴۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۲۲ ریاضیات گسسته

می‌دانیم عناصر غیر واقع بر قطر اصلی در مربع ماتریس مجاورت گراف کامل برابر است با $p - 2$. طبق فرض $p - 2 = 8$ ، پس: $p = 10$

در گراف k_{10} تعداد دورها به طول ۴ برابر است با:

$$\binom{10}{4} \frac{(4-1)!}{2} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} \times 3 = 630$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه‌ی ۱ **▲ مشخصات سؤال:** * متوسط * صفحه ۱۸ ریاضیات گسسته

درختی از مرتبه‌ی ۸ که فقط ۲ رأس از درجه‌ی یک دارد، به‌صورت $\bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$ است.

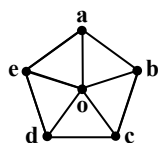
حال تعداد مسیرهای به‌طول ۲ برابر است با تعداد حالاتی که می‌توان ۳ رأس متوالی را انتخاب کرد:

$$\{(1,2,3), (2,3,4), (3,4,5), \dots, (6,7,8)\} \Rightarrow 6 \text{ تعداد مسیرهای به طول } 2$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴ **▲ مشخصات سؤال:** * دشوار * صفحه ۱۴ ریاضیات گسسته

شکل ساده شده‌ی گراف به‌صورت زیر است:

دوره‌های به طول ۴ به‌صورت $abcoa$ است. در واقع تعداد دوره‌های به طول ۴ برابر است با تعداد حالاتی که می‌توان ۲ ضلع مجاور



از پنج ضلعی را انتخاب کرد که برابر $\binom{5}{1}$ است.

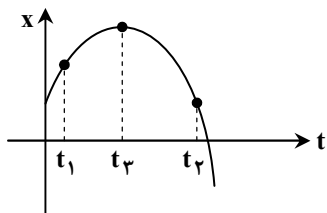
تعداد دوره‌های به طول ۵ به‌صورت $abcda$ در واقع برابر است با تعداد حالاتی که می‌توان ۴ رأس از رئوس پنج‌ضلعی انتخاب کرد. همچنین یک دور به طول

۵ به‌صورت $abcdea$ داریم. بنابراین تعداد کل دوره‌های به طول ۴ یا ۵ برابر است با: $5 + 5 + 1 = 11$

فیزیک

۱۴۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲
 ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۶۱ (مثال ۱-۳) فیزیک چهارم
 در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_3 :

x صعودی است. $V > 0$ ←
 جهت تقعر منحنی x رو به پایین است (شیب منحنی x کاهش می‌یابد). $a < 0$



در بازه‌ی زمانی t_3 تا t_2 :

x نزولی است. $V < 0$ ←
 جهت تقعر منحنی x رو به پایین است. $a < 0$

۱۴۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳
 ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳، ۴، ۸ و ۹ فیزیک چهارم

- * هرگاه یک کمیت ثابت باشد، مقادیر متوسط و لحظه‌ای آن برابر هستند (گزینه‌ی ۳ درست است).
- * در حرکت شتاب‌دار، سرعت ثابت نیست، پس سرعت متوسط و لحظه‌ای برابر نیستند (گزینه‌ی ۲ نادرست است).
- * در پرتاب مایل، بردار شتاب ثابت است و مسیر حرکت مستقیم نیست (گزینه‌ی ۱ نادرست است).
- * وقتی شتاب ثابت است، تغییر سرعت فقط در بازه‌های زمانی هم‌اندازه برابر است (گزینه‌ی ۴ نادرست است).

۱۴۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱
 ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۵ و ۱۶ فیزیک چهارم

$$\begin{cases} x_A = x_B \Rightarrow t^2 - 4t + 11 = 2t + 3 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow t = 2s, 4s \\ y_A = y_B \Rightarrow t^2 - t + 3 = t + 3 \Rightarrow t^2 - 2t = 0 \Rightarrow t = 0, 2s \end{cases}$$

ریشه‌ی مشترک $t = 2s$ است. این زمان را در معادله‌ی A یا B قرار می‌دهیم:

$$M \frac{\Delta v}{\Delta m}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲
 ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۹ (مثال ۱-۵) فیزیک چهارم

$$V = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t + 9 \xrightarrow{V=0} t = 1, 3s$$

$$a = \frac{dV}{dt} = 6t - 12 \xrightarrow{a=0} t = 2s$$

در حرکت بر خط راست اگر شتاب و سرعت هم‌علامت باشند، حرکت تندشونده و اگر ناهم‌علامت باشند، حرکت کندشونده است.

t	0	1	2	3	+∞
a	-	-	0	+	+
V	+	0	-	-	+
	کندشونده	تندشونده	کندشونده	تندشونده	

۱۵۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳
 ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ فیزیک چهارم

در طی این حرکت، شتاب حرکت ثابت است (رد گزینه‌ی ۴) / علامت a و V_0 مخالف هم است / حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است / مکان اولیه و نهایی یکسان نیست (رد گزینه‌ی ۱) / اندازه‌ی سرعت نهایی از سرعت اولیه بیشتر است (رد گزینه‌ی ۲).

۱۵۱- پاسخ: گزینه‌ی ۳
 ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶ و ۱۴ فیزیک چهارم

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

$$x(0) = 30m, x(6) = 0, x(1) = 50m \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a \times 1 + V_0 \times 1 + 30 = 50 \\ \frac{1}{2}a \times 36 + V_0 \times 6 + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2V_0 = 40 \\ 18a + 6V_0 = -30 \end{cases} \Rightarrow 15a = -150 \Rightarrow \begin{cases} a = -10 \frac{m}{s^2} \\ V_0 = 25 \frac{m}{s} \end{cases}$$

تغییر جهت حرکت در زمانی است که سرعت صفر می‌شود و علامت سرعت عوض می‌شود.

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 0 - 25^2 = 2 \times (-10)(x - 30)$$

با توجه به نمودار، متحرک در لحظه‌ای بین $t = 1s$ و $t = 6s$ توقف کرده و تغییر جهت داده است.

$$x - 30 = \frac{25 \times 25}{20} = 31.25 \Rightarrow x = 61.25m$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۹ و ۱۲ فیزیک چهارم

۱۵۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot \Delta t$$

$$\frac{V_A + V_B}{2} \times 2 = 78 - 20 \Rightarrow V_A + V_B = 48 \Rightarrow V_A = 48 - V_B$$

$$\frac{V_B + V_C}{2} \times 2 = 134 - 78 \Rightarrow V_B + V_C = 56 \Rightarrow V_C = 56 - V_B$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= a \cdot \Delta t \\ \Delta T_{AB} &= \Delta T_{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_B - V_A = V_C - V_B \Rightarrow V_A + V_C = 2V_B \Rightarrow (48 - V_B) + (56 - V_B) = 2V_B$$

$$\Rightarrow 104 = 4V_B \Rightarrow V_B = 26 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ فیزیک چهارم

۱۵۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\text{مدت زمان رفت و برگشت تا محل پرتاب} = 2T_{(جو)} = \frac{2V_0}{g} \Rightarrow \frac{2V_0}{g} = 6 \Rightarrow V_0 = 30 \frac{m}{s}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 45^2 - 30^2 = 2 \times 10 \times \Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y = \frac{45^2 - 30^2}{20} = \frac{(45 - 30)(45 + 30)}{20} = \frac{15 \times 75}{20} = \frac{3 \times 75}{4} = 56.25 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳ و ۴ فیزیک چهارم

۱۵۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

حرکت از $t = 0$ تا $t = 5s$ با شتاب ثابت و از $t = 5s$ به بعد با سرعت ثابت است.

$$\text{حرکت با شتاب ثابت} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{5 + 15}{2} \times 5 = 50 \text{ m}$$

$$\text{حرکت با سرعت ثابت} \Rightarrow \Delta x_2 = V \cdot \Delta t = 15 \times 20 = 300 \text{ m}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 300 + 50 = 350 \text{ m}$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{350}{25} = 14 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴ و ۲۸ فیزیک چهارم

۱۵۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$V = at + V_0 \Rightarrow 45 = 10 \times 2 + V_1 \Rightarrow V_1 = 25 \frac{m}{s} \quad \text{سرعت سنگ ۲ ثانیه قبل از رسیدن به زمین}$$

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{25 + 45}{2} \times 2 = 70 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۸ فیزیک چهارم

۱۵۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

راه حل اول:

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha = 50 \times 0.6 = 30 \frac{m}{s}$$

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha = 50 \times 0.8 = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = V_x \cdot \Delta t \Rightarrow 80 = 40 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0y}t = -5 \times 2^2 + 30 \times 2 = 40 \text{ m}$$

راه حل دوم:

$$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \Rightarrow y = -\frac{10 \times 80^2}{2 \times 50^2 \times (\frac{4}{5})^2} + 80 \times \frac{3}{4} \Rightarrow y = 40 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۹ فیزیک چهارم

۱۵۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{(2V_0)^2 \sin(2 \times 30^\circ)}{V_0^2 \sin(2 \times 60^\circ)} = 4$$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow \frac{H'}{H} = \frac{(2V_0)^2 \sin^2(30^\circ)}{V_0^2 \sin^2(60^\circ)} = \frac{4}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۷ فیزیک چهارم

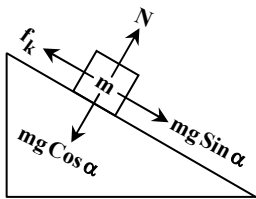
۱۵۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳

وقتی برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد، حرکت آن شتابدار است (سرعت ثابت نیست) و چون برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت است شتاب هم ثابت است ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) یعنی آهنگ تغییر سرعت جسم ثابت است. حرکت لزوماً تندشونده نیست؛ زیرا در مورد جهت سرعت آن اطلاعی نداریم. مثلاً در حرکت پرتابی با چشم‌پوشی از مقاومت هوا برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت است، اما هم جهت حرکت تغییر می‌کند و هم در بخشی از مسیر حرکت کندشونده است (گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست هستند).



۱۵۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶ فیزیک چهارم



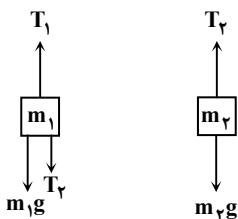
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha - f_k = 0$$

$$\Rightarrow f_k = mg \sin \alpha = 100 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۷ و ۳۸ فیزیک چهارم

۱۶۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

نیروهای وارد بر m_1 و m_2 مطابق شکل مقابل است، واکنش T_2 بر طناب و واکنش $m_2 g$ بر کره‌ی زمین وارد می‌شود. توجه کنید m_2 نه بر m_1 و نه بر سقف اتاق نیرویی وارد نمی‌کند.



▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

۱۶۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

قانون دوم نیوتن برای مجموعه‌ی دو وزنه

$$F - f_{k2} = (m_1 + m_2)a$$

$$F - m_2 g \mu = (m_1 + m_2)a$$

$$70 - 100 \times 0.4 = 15a \Rightarrow a = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

قانون دوم نیوتن برای m_1

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * (سطح شیب‌دار دارای اصطکاک) فیزیک چهارم

۱۶۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\sin \alpha = \frac{h}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 5m$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} a \times 2^2 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$F - mg \sin \alpha - f_k = ma, \quad f_k = N \mu_k = (mg \cos \alpha) \mu_k$$

$$F - (40 \times \frac{3}{5}) - (40 \times \frac{4}{5} \times 0.5) = 4 \times \frac{5}{2} \Rightarrow F - 24 - 16 = 10 \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

۱۶۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

چون جرم طناب ناچیز است کشش در تمام نقاط آن یکسان است.

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - f_{k2} = m_2 a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g \mu = m_2 a \end{cases} \Rightarrow m_1 g - m_2 g \mu = (m_1 + m_2) a \Rightarrow 100 - 100 \mu = 20 \times 2 \Rightarrow \mu = 0.6$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

۱۶۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

وقتی طناب بین m_2 و m_3 قطع شود در سمت چپ وزنه $2m$ و در سمت راست وزنه m آویخته خواهد بود.

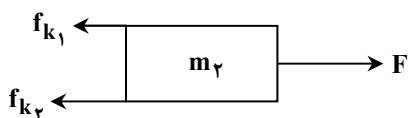
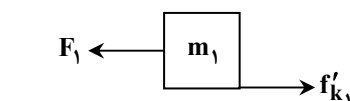
$$a = \frac{2mg - mg}{2m + m} = \frac{g}{3} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

اندازه‌ی شتاب همگی وزنه‌ها $\frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$ خواهد بود.

۱۶۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۷۱ فیزیک چهارم

m_1 ساکن می‌ماند و m_2 از زیر آن جلو می‌رود. در هر دو سطح تماس (بین دو جعبه و بین m_2 و زمین) اصطکاک جنبشی است. برآیند نیروهای وارد بر m_1 صفر است.



$$F_1 - f'_{k1} = 0 \Rightarrow F_1 - m_1 g \mu_k = 0 \Rightarrow F_1 = 10 \times 10 \times 0.5 = 50 \text{ N}$$

پاسخ پرسش‌های درس‌های سال چهارم

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ فیزیک چهارم

۱۶۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{0 + 20}{2} \times 7 = 70 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= v \cdot \Delta t = 20 \times 18 = 360 \text{ m} \\ \Delta x_3 &= \frac{v_2 + v_3}{2} \cdot \Delta t = \frac{20 + 0}{2} \times 5 = 50 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = 70 + 360 + 50 = 480 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{480}{30} = 16 \frac{m}{s}$$

۱۶۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱ و ۲۰ فیزیک چهارم

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = 10a + 40 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$0 = 4a + V_1 \Rightarrow V_1 = 16 \frac{m}{s} \quad \text{اندازه‌ی سرعت ۴ ثانیه قبل از توقف}$$

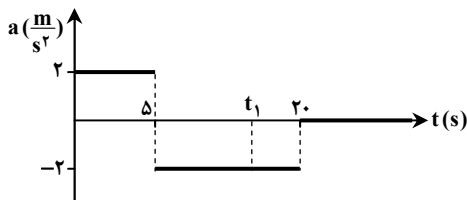
از آن جاکه جهت حرکت تغییر نکرده، مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است.

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{16 + 0}{2} \times 4 = 32m \quad \text{مسافت طی شده در ۴ ثانیه‌ی آخر}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶ و ۱۸ فیزیک چهارم

۱۶۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

تغییر جهت حرکت یعنی تغییر علامت سرعت. پس باید زمانی را پیدا کنیم که سرعت صفر می‌شود و تغییر علامت می‌دهد. مساحت زیر نمودار شتاب-زمان برابر ΔV است.



$$V(\Delta) - V(0) = \Delta \times 2 \Rightarrow V(\Delta) = 10 + 6 = 16 \frac{m}{s}$$

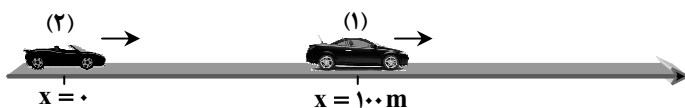
اگر t_1 زمانی باشد که سرعت صفر می‌شود خواهیم داشت:

$$V(t_1) - V(\Delta) = -2 \times (t_1 - \Delta)$$

$$\Rightarrow 0 - 16 = -2(t_1 - 5) \Rightarrow t_1 = 13s$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ فیزیک چهارم

۱۶۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱



در ۵ ثانیه‌ی اول، اتومبیل (۱) صد متر از P دور می‌شود.

$$\Delta x = V \cdot \Delta t = 20 \times 5 = 100m$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{1}{2}at^2 + V_0t = 3t^2 \\ x_1 &= V \cdot t + x_0 = 20t + 100 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{x_1=x_2} 3t^2 = 20t + 100 \Rightarrow 3t^2 - 20t - 100 = 0 \Rightarrow t = 10s$$

$$x_1 = V \cdot t + x_0 = 20 \times 10 + 100 = 300m$$

$$x_2 = 3t^2 = 3 \times 100 = 300m$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۸ و ۲۹ فیزیک چهارم

۱۷۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$2t_{(اوج)} = 6 \Rightarrow \frac{2V_0}{g} = \frac{2 \times 30}{10} = 6s$$

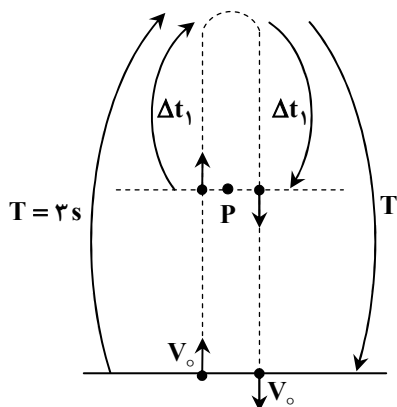
سنگ اول ۶ ثانیه پس از پرتاب، از نقطه‌ی A می‌گذرد و این یعنی ۲ ثانیه پس از پرتاب جسم دوم. یعنی سنگ دوم در مدت ۲ ثانیه از زمین به A می‌رسد.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t = -5 \times 2^2 + 50 \times 2 = 80m$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۴، ۲۸ و ۲۹ فیزیک چهارم

۱۷۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در پرتاب قائم با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، مسیر رفت و برگشت نسبت به لحظه‌ی اوج کاملاً قرینه‌ی هم هستند. یعنی لحظه‌ی اوج، وسط دو مرتبه‌ی عبور از نقطه‌ی P است.



$$2T_{اوج} = 2 + 4 = 6 \Rightarrow T_{اوج} = 3s$$

گلوله در $t = 2s$ از P می‌گذرد. یعنی از اوج تا P یک ثانیه و از P تا اوج هم یک ثانیه طول می‌کشد. ($\Delta t_1 = 1s$)

در نقطه‌ی اوج سرعت برابر صفر است و از اوج تا P یک ثانیه سقوط آزاد داریم.

$$V_1 = g \cdot \Delta t_1 = 10 \times 1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}g(\Delta t_1)^2 = 5m$$

یعنی نقطه‌ی P با نقطه‌ی اوج ۵ متر فاصله دارد و اندازه‌ی سرعت گلوله هنگام عبور از P برابر $10 \frac{m}{s}$ است.

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۴ و ۱۶ تا ۲۷ فیزیک چهارم

۱۷۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\left. \begin{aligned} y_A &= -\Delta t^2 \\ y_B &= -\Delta(t-1)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_B - y_A = -\Delta[(t-1)^2 - t^2] = -\Delta(-2t+1)$$

$$\text{فاصله‌ی دو سنگ: } |y_B - y_A| = \Delta(2t-1)$$

از لحظه‌ی رها شدن B بعد فاصله‌ی دو سنگ زیاد می‌شود و این وضع ادامه دارد تا زمانی که A به زمین برسد.

$$y_A = -80 \Rightarrow -\Delta t^2 = -80 \Rightarrow t = 4s \Rightarrow |y_B - y_A| = \Delta(2 \times 4 - 1) = 35m$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ی ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه های ۱۴ و ۲۸ فیزیک چهارم

$$V^2 - V_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 25^2 - 20^2 = -20\Delta y \quad \Delta y = \frac{625 - 400}{-20} = -\frac{225}{20} \text{ m}$$

در پرتاب افقی: $V_{0y} = 0$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -\frac{225}{20} = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t^2 = \frac{225}{100} \Rightarrow t = \frac{15}{10} = 1.5 \text{ s}$$

$$\Delta x = V_x \cdot \Delta t = 1/5 \times 20 = 4 \text{ m}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ی ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه ۲۸ فیزیک چهارم

در نقطه ی اوج، سرعت و شتاب بر هم عمود هستند، پس $t = 4 \text{ s}$ زمان رسیدن به اوج است.

$$T_{\text{عوا}} = \frac{V_{0y}}{g} \Rightarrow 4 = \frac{V_{0y}}{10} \Rightarrow V_{0y} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

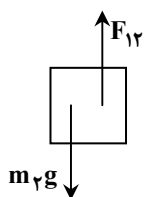
$$R = 2T_{\text{عوا}} \cdot V_{0x} \Rightarrow 240 = 8V_{0x} \Rightarrow V_{0x} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ی ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه های ۳۷ و ۳۸ فیزیک چهارم

آسانسور به صورت کندشونده بالا می رود، پس جهت شتاب آن رو به پایین است (در حرکت کندشونده جهت سرعت و شتاب مخالف یکدیگر هستند). شتاب حرکت وزنه ها هم همان شتاب آسانسور است. برآیند نیروهای وارد بر m_2 به صورت مقابل است.



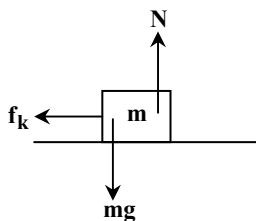
$$m_2g - F_{12} = m_2a$$

$$50 - F_{12} = 5 \times 1 \Rightarrow F_{12} = 45 \text{ N} \Rightarrow F_{21} = 45 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه های ۳۷، ۳۸، ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

۱۷۶- پاسخ: گزینه ی ۴

$$V^2 - V_0^2 = 2a \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - 36 = 2 \times 9 \times a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\sum F = f_k = ma \Rightarrow \mu_k N = ma, N = mg$$

$$\Rightarrow \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \mu_k g$$

$$\Rightarrow 2 = 10\mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه های ۳۷، ۳۸، ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

۱۷۷- پاسخ: گزینه ی ۱

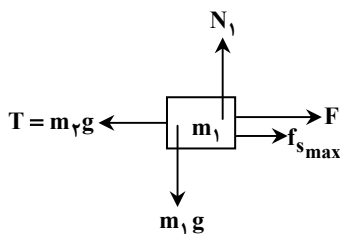
الف: $F_1 - f_k = m_1 a \Rightarrow 30 - f_k = 10 \times 2 \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$

ب: $F_2 - 2f_k = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 40 - 20 = 20a \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

۱۷۸- پاسخ: گزینه ی ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه های ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

چون m_2 در آستانه ی حرکت به طرف پایین است، m_1 در آستانه ی حرکت به طرف چپ است، پس اولاً اصطکاک وارد بر m_1 به طرف راست است، ثانیاً اصطکاک آن برابر $f_{s \max}$ است. ضمناً m_1 هنوز ساکن است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.



$$T - F - f_{s \max} = 0, m_2g - T = 0$$

$$200 - F - (100 \times 0.6) = 0 \Rightarrow F = 140 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه های ۴۱ و ۴۲ فیزیک چهارم

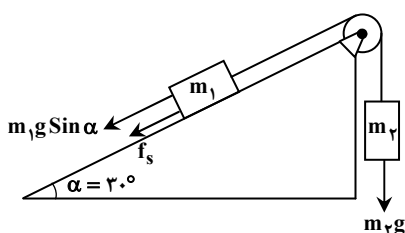
۱۷۹- پاسخ: گزینه ی ۲

$$\begin{cases} m_1g - T_1 = m_1a \\ T_1 - T_2 - f_{k2} = m_2a \\ T_2 - m_2g \sin \alpha - f_{k2} = m_2a \end{cases} \Rightarrow m_1g - m_2g \sin \alpha - f_{k2} - f_{k2} = (m_1 + m_2 + m_2)a$$

$$f_{k2} = \mu m_2g, f_{k2} = \mu m_2g \cos \alpha \Rightarrow 20 - (10 \times 0.8) - (10 \times \frac{1}{4}) - (10 \times \frac{1}{4} \times 0.6) = 4a \Rightarrow 20 - 8 - \frac{10}{4} - \frac{6}{4} = 4a \Rightarrow 8 = 4a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه ۴۲ تا ۴۶ فیزیک چهارم

۱۸۰- پاسخ: گزینه ی ۴



$$m_2g = 100 \text{ N}$$

$$m_1g \sin \alpha = 50 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s m_1g \cos \alpha = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 75 \text{ N}$$

$$\begin{cases} m_2g < mg \sin \alpha + f_{s \max} \\ mg \sin \alpha < m_2g + f_{s \max} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموعه ساکن می ماند}$$

$$\Rightarrow m_2g - m_1g \sin \alpha - f_s = 0 \Rightarrow 100 - 50 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 50 \text{ N}$$

پاسخ پرسش های درس های پایه

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۰۲ فیزیک سوم

۱۶۶- پاسخ: گزینه ی ۲

$$V = IR \Rightarrow \frac{0.3}{0.1} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 3$$

قطر رسانا: d

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \cdot \frac{\ell_A}{\ell_B} \cdot \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = 1 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه های ۱۰۲ و ۱۱۹ فیزیک سوم

۱۶۷- پاسخ: گزینه ی ۱

$$V = (10 + 5)I \Rightarrow 9 = 15I \Rightarrow I = 0.6A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{10 + 5 + R_1 + 1} \Rightarrow R_1 = 4\Omega$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه های ۱۰۴ و ۱۱۲ فیزیک سوم

۱۶۸- پاسخ: گزینه ی ۲

چون دو سیم هم جنس هستند، نسبت جرم های آنها همان نسبت حجم های آنها است.

(مساحت سطح مقطع \times طول = حجم، $\frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \text{حجم}$)

$$m_A = \frac{1}{2}m_B \Rightarrow \ell_A \cdot A_A = \frac{1}{2}\ell_B \cdot A_B \xrightarrow{\ell_A = 2\ell_B} A_A = \frac{1}{4}A_B$$

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\ell_A}{\ell_B} \cdot \frac{A_B}{A_A} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2 \times 4 \times 1 = 8$$

$$P = RI^2, I_A = I_B, R_A = 8R_B \Rightarrow P_A = 8P_B$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۱۲ فیزیک سوم

۱۶۹- پاسخ: گزینه ی ۱

$$P = RI^2 = R\left(\frac{\varepsilon}{R+r}\right)^2 = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

در حالت اول: $R = 10 + 5 = 15\Omega$ در حالت دوم: $R = 10\Omega$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{R_2}{(R_2+r)^2}}{\frac{R_1}{(R_1+r)^2}} = \frac{10}{(10+5)^2} \cdot \frac{(15+5)^2}{15} = \frac{10 \times 20 \times 20}{15 \times 15 \times 15} = \frac{32}{27}$$

تذکر: هر چه مقدار R_t (مقاومت معادل مدار) به r (مقاومت درونی باتری) نزدیک تر شود، توان مفید زیادتر می شود. (چرا؟)

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۰۲ و ۱۱۲ فیزیک سوم

۱۷۰- پاسخ: گزینه ی ۳

$$V_t = R_t I_t \Rightarrow 12 = R_t \times \frac{1}{5} \Rightarrow R_t = 60\Omega$$

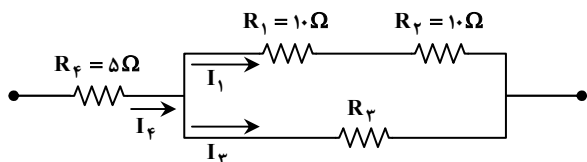
مقاومت معادل از R_2 بیشتر است، پس R_1 و R_2 سری هستند.

$$R_1 + R_2 = 60 \Rightarrow R_1 = 60 - 20 = 40\Omega$$

$$I_1 = I_2 = I_t = \frac{1}{5}A \Rightarrow P_1 = R_1 I_1^2 = 40 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}W$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۱۲۹ فیزیک سوم

۱۷۱- پاسخ: گزینه ی ۴



$$I_4 = I_1 + I_3 = 2I_3 \Rightarrow I_1 = 2I_3$$

$$R_{1,2} \cdot I_1 = R_3 I_3 \Rightarrow 20 I_1 = R_3 I_3$$

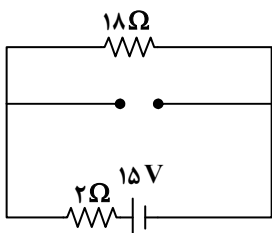
$$\xrightarrow{I_1 = 2I_3} R_3 = 40\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= 40 I_3^2 \\ P_2 &= 10 I_3^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{I_2 = 2I_3} P_2 = P_3$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۳۷ (تمرین ۱۹) فیزیک سوم

۱۷۲- پاسخ: گزینه ی ۱

وقتی خازن شارژ شده باشد، دیگر جریانی از شاخه ی خازنی عبور نمی کند.



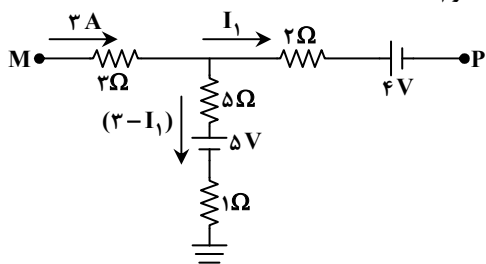
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{15}{18+2} = \frac{3}{4}A$$

$$V_C = IR = \frac{3}{4} \times 18 = \frac{27}{2}V$$

$$q = CV = 20 \times \frac{27}{2} = 270 \mu C$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۱۳۴ (مثال) فیزیک سوم



$$V_P + 4 + 2I_1 - 5 \times (2 - I_1) - 5 - 1 \times (2 - I_1) = 0$$

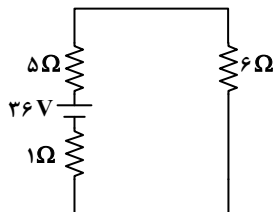
$$\Rightarrow 11 + 4 + 2I_1 - 15 + 5I_1 - 5 - 2 + I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$V_M - 2 \times 2 - 2 \times 1 - 4 = V_P$$

$$\Rightarrow V_M - 9 - 2 - 4 = 11 \Rightarrow V_M = 26V$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه‌ی ۱

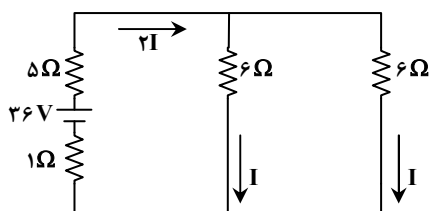
▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۲۷ فیزیک سوم



$$I = \frac{36}{5+1+6} = 3A$$

حالت اول:

حالت دوم:

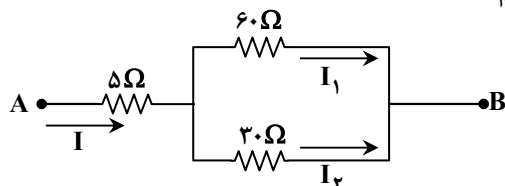


$$2I = \frac{36}{5+1+\frac{6}{2}} = 4A \Rightarrow I = 2A$$

$$I = 2 - 3 = -1A$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۱۲۵ فیزیک سوم



$$60I_1 = 30I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1 \Rightarrow I = 3I_1$$

$$P_1 = 60I_1^2$$

$$P_2 = 30I_2^2 = 120I_1^2$$

$$P_3 = 5(3I_1)^2 = 45I_1^2$$

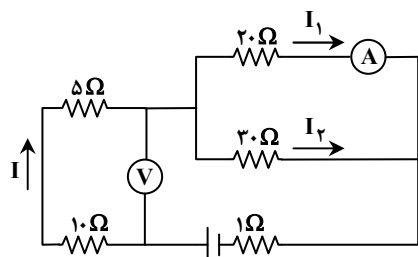
بیشترین توان مصرفی در مقاومت ۳۰ اهمی است. اگر این مقدار برابر ۴۰ وات باشد، می‌توان اطمینان داشت که توان هیچ‌یک از مقاومت‌ها بیشتر از ۴۰ وات نیست.

$$120I_1^2 = 40 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} A \Rightarrow I = 3I_1 = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} A$$

$$V = IR_t = \sqrt{3} \times 25 = 25\sqrt{3} V$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۳۳ فیزیک سوم



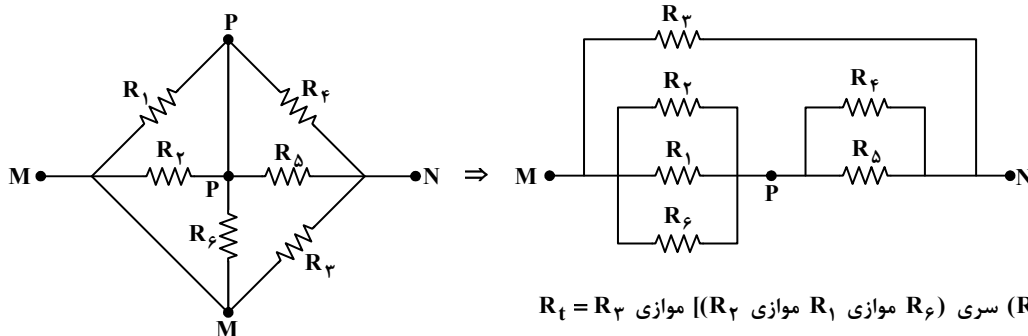
$$20I_1 = 30I_2 \Rightarrow 20 \times 1/2 = 30I_2 \Rightarrow I_2 = 0.8A$$

$$I = I_1 + I_2 = 1/2 + 0.8 = 2A$$

$$V = (10+5)I = 15 \times 2 = 30V$$

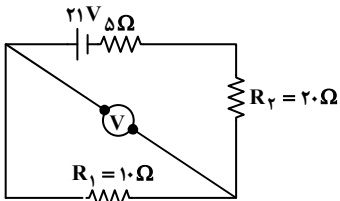
۱۷۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۳۳ فیزیک سوم



$$R_t = R_3 \text{ سری } (R_6 \text{ موازی } R_1 \text{ موازی } R_2) \text{ موازی } R_5$$

$$\Rightarrow R_t = 30 \text{ موازی } \left(\frac{30}{3} + \frac{30}{2} \right) = 30 \text{ موازی } 25 = \frac{30 \times 25}{55} = \frac{150}{11}$$



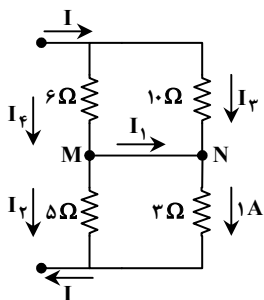
۱۷۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۲۰ فیزیک سوم
مقاومت درونی ولت‌سنج بسیار بزرگ (بی‌نهایت) است و از آن جریانی عبور نمی‌کند. با توجه به شکل مقابل، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر R_1 را نشان می‌دهد.

$$V = R_1 I = \frac{R_1 \varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{10 \times 21}{25} = 6V$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲** مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۱۱۲ فیزیک سوم

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \varepsilon = \frac{12^2}{R_A}, \quad \varepsilon = \frac{12^2}{R_B} \Rightarrow R_B = 2R_A = 48\Omega \Rightarrow R_A = 24\Omega, \quad R_B = 48\Omega$$

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R_t + r} = \frac{18}{48 + 24} = \frac{1}{4} A \\ P_A = R_A I^2 = 24 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1.5 W \end{cases}$$



۱۸۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴ **▲** مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۳ فیزیک سوم
مقاومت‌های ۳ اهم و ۵ اهم موازی هستند.

$$3 \times 1 = 5 I_2 \Rightarrow I_2 = 0.6 A$$

$$I = 1 + 0.6 = 1.6 A$$

مقاومت‌های ۱۰ اهم و ۶ اهم موازی هستند.

$$\begin{cases} I_2 + I_4 = 1/6 \\ 10 I_3 = 6 I_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_4 = 1 A \\ I_3 = 0.6 A \end{cases}$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow 1 = I_1 + 0.6 \Rightarrow I_1 = 0.4 A$$

شیمی

۱۸۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲** مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶ شیمی چهارم

مطالعه‌ی دقیق متن کتاب جهت پاسخ‌گویی به این دسته از سؤالات الزامی است.

۱۸۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳ **▲** مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ شیمی چهارم

واکنش اتم کلر با هیدروژن یدید به صورت $Cl + HI \rightarrow HCl + I$ است و با توجه به تولید HCl، جهت‌گیری مناسب، برخورد اتم کلر با اتم هیدروژن در هیدروژن یدید می‌باشد.

۱۸۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳ **▲** مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ شیمی چهارم

در نظریه‌ی حالت گذار و براساس نمودار انرژی - پیشرفت، بالاترین سطح انرژی را حالت گذار می‌نامند و وضعیت مواد در این حالت را پیچیده‌ی فعال می‌نامند، اما تاکنون ساختار دقیقی از این اجسام مشخص نشده است و این اجسام قابل شناسایی یا جداسازی از واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها نیستند.

۱۸۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ شیمی چهارم

با توجه به نمودار انرژی - پیشرفت صفحه‌ی ۱۵ کتاب:

$$E_a < E'_a \text{ و } \Delta H < 0 \quad (1)$$

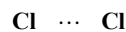
$$\Delta H (\text{واکنش}) = \frac{\Delta H (\text{تشکیل HI(g)})}{2} \quad (2)$$

$$E_a < E'_a \leftarrow R (\text{برگشت}) > R (\text{رفت}) \text{ (به شرط برابری کلیه‌ی شرایط)} \quad (3)$$

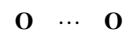
(۴) فاصله‌ی پیچیده‌ی فعال تا واکنش‌دهنده‌ها کمتر است، پس سطح انرژی آن به واکنش‌دهنده‌ها نزدیک‌تر است.

۱۸۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲ **▲** مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۷ شیمی چهارم

- ساختار پیچیده‌ی فعال نمودار (I) به صورت $O=N \cdots Cl \cdots Cl \cdots N=O$ است و فقط پیوندهای N-Cl سست می‌شوند و در این واکنش تعداد پیوندها از ۶ به ۵ می‌رسد (کاهش می‌یابد).



- ساختار پیچیده‌ی فعال نمودار (II) به صورت $O \cdots O$ می‌باشد و هیچ پیوندی در آن کامل نیست و تعداد پیوندها از ۲ به ۳ می‌رسد.



۱۸۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳ **▲** مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷ شیمی چهارم

گزینه‌ی ۱: چون غلظت واکنش‌دهنده‌ها کم می‌شود، تعداد برخوردها و به تبع آن، برخوردهای پرنرژی نیز کم می‌شود.

گزینه‌های ۲ و ۴: ΔH واکنش و انرژی فعال‌سازی خواص شدتی هستند (به‌ازای مقدار معینی از واکنش‌دهنده‌ها یا فرآورده‌ها تعریف می‌شوند) و تغییر نمی‌کنند. به‌طور مثال یکای انرژی فعال‌سازی $kJ \cdot mol^{-1}$ است و به‌ازای تشکیل یک مول پیچیده‌ی فعال تعریف می‌شود.

گزینه‌ی ۳: با پیشرفت واکنش، به‌طور کلی غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش و سرعت واکنش نیز کاهش می‌یابد.

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷ شیمی چهارم

- گزینه ۱: $E_a < E'_a$ ، پس واکنش در مسیر رفت آسان‌تر و با سرعت بیشتری پیشرفت می‌کند.
 گزینه ۲: هر چه انرژی فعال‌سازی بیشتر باشد، تأثیر دما بر سرعت واکنش بیشتر می‌شود.
 گزینه ۳: واکنش‌هایی که در آن‌ها $\Delta H < 0$ و $\Delta S < 0$ است، در دماهای پایین خودبه‌خودی هستند.
 گزینه ۴: واکنش گرماده است، در سطح انرژی فرآورده‌ها پایین‌تر بوده و پایدارتر هستند، پس پیوندهای حاصل باید قوی‌تر از پیوندهای اولیه باشند.

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ شیمی چهارم

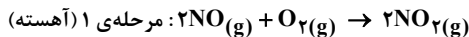
در فرآیند دو مرحله‌ای $\text{NO}_2(\text{g}) + \text{CO}(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{CO}_2(\text{g})$ ، مرحله اول آهسته و مرحله دوم سریع است، پس سرعت این واکنش نسبت به مرحله اول که به صورت $\text{NO}_2(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{NO}(\text{g})$ می‌باشد، بیشتر است.

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۱۸ شیمی چهارم

- مرحله‌ای که E_a بیشتر دارد، سرعت واکنش، تابع آن می‌باشد که در این فرآیند، مرحله اول است.
 - بر اساس نمودار، سطح انرژی پیچیده‌ی فعال مرحله دوم پایین‌تر از مرحله اول بوده پس پایدارتر است.
 ۱۹۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ شیمی چهارم
 اولاً: باید سطح انرژی نقطه‌ی آغاز بالاتر از پایان باشد. به این ترتیب فقط گزینه‌های ۲ و ۴ با این موضوع سازگاری دارند.
 ثانیاً: باید E_{a1} کمتر از E_{a4} باشد که فقط در نمودار ۴ این‌گونه است.

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۲۰ شیمی چهارم

در این واکنش دومرحله‌ای، NO_2 ذره‌ی حدواسط است و با توجه به رابطه‌ی قانون سرعت که به شکل $R = k[\text{NO}]^2[\text{O}_2]$ می‌باشد، واکنش‌دهنده‌ی O_2 تأثیر بیشتری نسبت به SO_2 بر سرعت واکنش دارد و با توجه به این‌که کاتالیزگر و واکنش‌دهنده‌ها همگی گازی شکل هستند، واکنش کاتالیزگری همگن است.

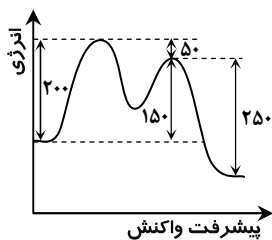


سرعت واکنش تابع مرحله‌ی آهسته است $R = k[\text{NO}]^2[\text{O}_2]$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ شیمی چهارم

با توجه به اعداد ۲۰۰ و ۱۵۰، اختلاف سطح انرژی پیچیده‌ی فعال مرحله‌ی دوم و مرحله‌ی اول ۵۰ است و $E_{a(\text{جز})} = 300$ و $E'_{a(\text{جز})} = 200$ است. بر این اساس:

$$\Delta H_{(\text{جز})} = 200 - 300 = -100$$



۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱ شیمی چهارم

در واکنش هیدروژن‌دار شدن اتن جذب هیدروژن به صورت شیمیایی صورت می‌گیرد و علت سرعت بخشیدن نیز جذب شیمیایی است.

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۹ و ۱۰ شیمی چهارم

$$R_1 = k[A][B]^2$$

غلظت A به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه و غلظت B به $\frac{1}{10}$ مقدار اولیه کاهش یافته است.

$$R_2 = k\left(\frac{1}{4}[A]\right)\left(\frac{1}{10}[B]\right)^2 = \frac{1}{400}k[A][B]^2 = 0.0025R_1$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۴ تا ۷ شیمی چهارم

غلظت پس از ۲ ساعت → غلظت پس از ۱ ساعت → غلظت اولیه
 $0.25 \quad 1 \quad 4$

پاسخ پرسش‌های درس‌های سال چهارم

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱ شیمی چهارم

سرعت واکنش کمیته‌ی تجربی و مثبت است و در اغلب واکنش‌ها روند نزولی دارد، اما با علامت منفی نمایش داده نمی‌شود.

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۷ (مشابه تمرین ۲) شیمی چهارم

- چون A جامد است، سرعت بر حسب غلظت برای آن تعریف نمی‌شود. بنابراین گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند.
 - ضریب B دو برابر C است، یعنی شیب نمودار غلظت-زمان برای آن تندتر از C است.
 - سرعت متوسط واکنش نصف سرعت متوسط تولید B است.

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}(B)}{2}$$

ضریب استوکیومتری B



۱۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۶ شیمی چهارم

معادله‌ی واکنش به صورت $4\text{KNO}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{K}_2\text{O}(\text{s}) + 2\text{N}_2(\text{g}) + 5\text{O}_2(\text{g})$ است و سرعت برحسب $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ برای K_2O و KNO_3 تعریف نمی‌شود. بنابراین بین N_2 و O_2 که سرعت برحسب $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ برای آن‌ها تعریف می‌شود، ضریب N_2 کمتر بوده و در نتیجه سرعت برحسب تولید آن کمتر است.

۱۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹ و ۱۰ شیمی چهارم

۱= مرتبه‌ی B \Rightarrow مقایسه‌ی آزمایش ۱ و ۲

۱= مرتبه‌ی A \Rightarrow مقایسه‌ی آزمایش ۱ و ۳

۲۴= $R_4 = 2^1 \times 4^1 R_1 = 8R_1 = 8 \times 3 = 24$ \Rightarrow مقایسه‌ی آزمایش ۱ و ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم

۲۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در نمودار ۴ تغییرات غلظت فرآورده متناسب با تغییرات غلظت واکنش‌دهنده با ضریب بیشتر نیست و واکنش همسان آن $A + 2B \rightarrow C$ است.

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم

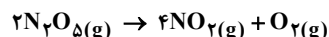
۲۰۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\bar{R}(A) = 0.8 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow \bar{R}(C) = \frac{5}{4} \times 0.8 = 1 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$1 = \frac{\Delta n(C)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta n(C) = 5 \times 1 = 5 \Rightarrow \text{مول C حاصل} = 5$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم

۲۰۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴



$$\text{مول NO}_2 \text{ تولیدی} = 2 \times 0.08 = 0.16 \Rightarrow \frac{10/8}{10.8} \times \frac{80}{100} = 0.08 \Rightarrow \text{مول N}_2\text{O}_5 \text{ مصرفی}$$

$$\bar{R}[\text{NO}_2] = \frac{0.16}{5 \times 2} = 0.016 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۸ و ۹ شیمی چهارم

۲۰۳- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ تأثیر دما و حالت فیزیکی بر سرعت واکنش‌ها مطرح است اما در گزینه‌ی ۴ نوع ماده تغییر کرده است و تأثیر ماهیت را نشان می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱ شیمی چهارم

۲۰۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

کاتالیزگر سطح انرژی پیچیده‌ی فعال را کاهش می‌دهد، پس E_a و E'_a را به یک اندازه (نه به یک نسبت) کاهش می‌دهد. در نتیجه ΔH واکنش تغییر نمی‌کند.

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۹ شیمی چهارم

۲۰۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

اگر کاهش حجم ظرف باعث افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها بشود، می‌تواند سرعت واکنش را بهبود بخشد و شرط آن وجود حداقل یک ماده‌ی گازی شکل در واکنش‌دهنده‌ها است.

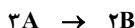
▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۹ و ۱۰ شیمی چهارم

۲۰۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$k(3[A])^x \left(\frac{1}{9}[B]\right)^y = k[A]^x [B]^y \Rightarrow 3^x \times \left(\frac{1}{9}\right)^y = 1 \Rightarrow 3^{x-2y} = 1 \Rightarrow x-2y=0 \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم

۲۰۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱



مقدار اولیه ۱۰ ۰
مقدار نهایی x x

$$\frac{|\Delta n(A)|}{\Delta n(B)} = \frac{\text{ضریب A}}{\text{ضریب B}} \Rightarrow \frac{10-x}{x} = \frac{2}{2} \Rightarrow 2x = 20 - 2x \Rightarrow x = 10$$

$$\bar{R} \text{ (واکنش)} = \frac{\bar{R}(B)}{2} = \frac{\left(\frac{10}{20}\right)}{2} = 0.25 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۹، ۱۰ و ۱۸ شیمی چهارم

۲۰۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

رابطه‌ی قانون سرعت برای این واکنش به صورت $R = k[\text{NO}]^2[\text{H}_2]$ است. بنابراین با کاهش حجم ظرف به $\frac{1}{2}$ حجم اولیه، غلظت NO و H_2 هر دو، دو برابر می‌شوند و سرعت ۸ برابر خواهد شد.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم

۲۰۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

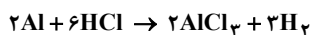


$$\text{مول}(\text{KClO}_3) \text{ مصرفی} = \frac{20}{122/5} \times \frac{98}{100} = 0.16 \text{ mol} \Rightarrow \text{مول}(\text{O}_2) \text{ تولیدی} = \frac{3}{2} \text{ mol}(\text{KClO}_3) = 0.24 \text{ mol}$$

$$\bar{R}(\text{O}_2) = \frac{0.24}{5 \times 5} = 0.0096 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۴ تا ۷ شیمی چهارم



$$Al \text{ مول} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \quad HCl \text{ مول} = \frac{5}{10} \times 4 = 2$$

Al واکنش دهنده‌ی محدودکننده است و به اتمام می‌رسد $\Rightarrow \frac{Al \text{ مول}}{Al \text{ ضریب}} = \frac{1}{6} < \frac{HCl \text{ مول}}{HCl \text{ ضریب}} = \frac{2}{6}$

$$\Rightarrow \text{مول Al مصرفی} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{مول HCl مصرفی} = 1 \Rightarrow \bar{R}_{[HCl]} = \frac{1}{2 \times 0.5} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

↓
حجم محلول

پاسخ پرسش‌های درس‌های پایه

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۳۰ و ۳۱ شیمی دوم

تصور مندلیف که خطا در اندازه‌گیری جرم اتمی بود تصور نادرستی محسوب می‌شد در صورتی که جرم‌های اتمی درست بودند و اصل تنظیم براساس افزایش جرم اتمی نادرست است.

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه ۳۳ شیمی دوم

عناصر شبه‌فلزی عبارتند از B, Si, Ge, As, Sb, Te, Po و At که فقط در گزینه ۱ همگی شبه‌فلز هستند.

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۳۴ و ۳۶ شیمی دوم

با توجه به جدول صفحه ۳۴، نقطه‌ی ذوب و جوش در گروه اول به‌طور منظم کاهش می‌یابد اما با توجه به جدول صفحه ۳۶، در گروه دوم، تغییرات نقطه‌ی ذوب و جوش نامنظم است.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ شیمی دوم

لانتانیدها فلزات براقی هستند و واکنش‌پذیری زیاد دارند و به‌طور کلی فلزات، غیرشکننده هستند. توجه: وقتی جسمی واکنش‌پذیر است به کار بردن عبارت پایدار برای آن نادرست است.

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷ شیمی دوم

- بار مؤثر هسته در یک تناوب با افزایش عدد اتمی زیاد می‌شود، پس $Li < F$.
- Na^+ دو لایه‌ی الکترونی و Mg^{2+} سه لایه‌ی الکترونی دارد، پس Na^+ شعاع کوچک‌تری دارد.
- در یک گروه با افزایش عدد اتمی، انرژی نخستین یونش کم می‌شود، پس $Cl < F$.
- در نافلزات شعاع یونی از شعاع اتمی بزرگ‌تر است، یعنی شعاع $Cl < Cl^-$ و گزینه ۴ درست است.

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷ شیمی دوم

$4 = \text{تناوب} \Rightarrow 1 - \text{شماره‌ی تناوب} = \text{تعداد جهش بزرگ}$

وقتی پس از جدا شدن ۲ الکترون، نخستین جهش بزرگ مشاهده می‌شود یعنی در لایه‌ی ظرفیت خود ۲ الکترون دارد و به گروه دوم تعلق دارد. مشخصات کلی با توجه به گزینه‌ها:

✓ تناوب ۴
✓ گروه ۲
✓ با N تولید X_3N_2 می‌کند.
✓ اوربیتال نیمه‌پر ندارد

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه ۴۵ شیمی دوم

هریک از رابطه‌های داده شده، انرژی نخستین یونش آن عنصر را نمایش می‌دهند و عناصر متعلق به گروه‌های IIA تا VA هستند که براساس نمودار صفحه ۴۵، گروه VA نسبت به گروه‌های IIA, IIIA و IVA انرژی نخستین یونش بیشتری دارد.

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۴۸ و ۴۹ شیمی دوم

در $FeCl_3$ یون Fe^{2+} آرایش هشتایی و گاز نجیب ندارد.

در LiF یون Li^+ آرایش گاز نجیب He دارد اما هشتایی نیست.

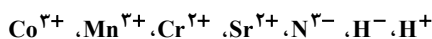
در NaH یون H^- آرایش گاز نجیب He دارد اما هشتایی نیست.

در KBr هر دو یون آرایش هشتایی دارند.

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۵۰ و ۵۲ شیمی دوم

براساس جدول‌های صفحه‌های ۵۰ و ۵۲، یون‌های کمتر متداول در این جدول عبارتند از:



۲۰۵- پاسخ: گزینه ۳


▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶ شیمی دوم

به مقدار انرژی آزاد شده به هنگام تشکیل یک مول جامد یونی از یون‌های گازی شکل، انرژی شبکه‌ی بلور گفته می‌شود و عبارت به‌کار رفته در گزینه ۳ نادرست است.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ شیمی دوم

فرمول شیمیایی آمونیم پرکلرات به‌صورت NH_4ClO_4 است و NH_4ClO_3 آمونیم کلرات می‌باشد.

۲۰۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱ 

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ شیمی دوم

اولویت اول در مقایسه‌ی انرژی شبکه‌ی بلور ترکیبات یونی با بار کاتیون است، یعنی در گزینه‌ی ۱ ترتیب درست به صورت $\text{AlF}_3 > \text{MgO} > \text{NaF}$ می‌باشد.

۲۰۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴


▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ شیمی دوم

در ساختار NaCl یون Na^+ آرایش گاز نجیب Ne و Cl^- آرایش گاز نجیب Ar را دارند و هم‌الکترون نیستند.

۲۰۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۵۴ و ۵۵ شیمی دوم

در ساختار ترکیب یونی، یون‌ها در شبکه‌ی بلور درگیر هستند و قابلیت جابه‌جایی ندارند. به همین علت نمی‌توانند رسانای جریان برق باشند.

۲۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱ 

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳ شیمی دوم

