

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۲۶



صفحه ۱ از ۴

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۱۶ اسفندماه ۹۶

مدت آزمون: ۷۰ دقیقه

کلاس: ۴۰۱، ۴۰۲ و ۴۰۳

رشته: ریاضی

درس: دیفرانسیل

محل انجام محاسبات:

۱. حاصل $\cot \alpha + \frac{1}{\sin \alpha}$ برابر کدام است؟

$$\cot \frac{\alpha}{2} \quad (۴)$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} \quad (۳)$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} \quad (۲)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} \quad (۱)$$

۱.۲ اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشند، ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$4x^2 - 4x + 11 \quad (۴)$$

$$4x^2 - 2x + 13 \quad (۳)$$

$$2x^2 - 3x + 7 \quad (۲)$$

$$2x^2 - 7x + 3 \quad (۱)$$

۳. تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع f و f^{-1} در چند نقطه متقاطع هستند؟

غیر متقاطع (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴. جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2 \cos^2 x$ کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} \quad (۱)$$

۵. اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f(g(x)) = 4x^2 - 1$ باشد، حاصل $g \circ f(1)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۶. اگر $f(4x) = 3 + 2g\left(\frac{2}{x}\right)$ و $g^{-1}(1) = 4$ مقدار $f^{-1}(5)$ چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷. ضابطه معکوس $f(x) = x - \frac{2}{x}$ با شرط $x > 0$ در کدام گزینه آمده است؟

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{x^2 + 8}), \quad x > 0 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{x^2 + 8}), \quad x \in \mathbb{R} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + \sqrt{x^2 + 8}), \quad x > 0 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + \sqrt{x^2 + 8}), \quad x \in \mathbb{R} \quad (۳)$$

۸. اگر f تابعی صعودی اکید با دامنه \mathbb{R} باشد و از مبدأ مختصات عبور کند، دامنه $g(x) = \sqrt{x f(2-x)}$ کدام است؟ $(-\infty, 2]$ (۴) $[0, \infty)$ (۳) $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ (۲) $[0, 2]$ (۱)۹. مقدار عددی $A = \frac{\cos^2(\Delta x) - \cos^2 3x}{\sin 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{32}$ برابر کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

۱۰. کدام دو تابع با هم برابر نیستند؟

$$f(x) = \frac{x}{|x|}, \quad g(x) = \frac{|x|}{x} \quad (۱)$$

$$f(x) = [|x|], \quad g(x) = |[x]| \quad (۲)$$

$$f(x) = \cot x - \tan x, \quad g(x) = 2 \cot 2x \quad (۳)$$

$$f(x) = 2 \log|x|, \quad g(x) = \log x^2 \quad (۴)$$

۱۱. نمودارهای $f(x) = x - \sin \frac{\pi}{4}x$ و $f^{-1}(x)$ در بازه $[-2, 6]$ چند نقطه‌ی مشترک دارند؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۱۲. جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{9\pi}{4}$ به کدام صورت است؟

(۱) $x = \frac{k\pi}{2}$ (۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $x = k\pi$ (۴) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۱۳. نمودار تابع $y = [1 - x^2]$ در بازه‌ی $(-2, 2)$ تشکیل شده است از: [] نماد جزء صحیح است.

(۱) ۷ پاره‌خط و یک نقطه (۲) ۸ پاره‌خط (۳) ۸ پاره‌خط و یک نقطه (۴) ۷ پاره‌خط

۱۴. حاصل $1 - 8 \sin 10^\circ \sin^2 100^\circ$ کدام است؟

(۱) $2 \cos 10^\circ$ (۲) $2 \sin 10^\circ$ (۳) $-2 \sin 10^\circ$ (۴) $-2 \cos 10^\circ$

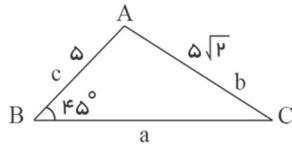
۱۵. مساحت مثلث ABC در شکل مقابل کدام است؟

(۱) $\frac{25}{8}(1 + \sqrt{3})$

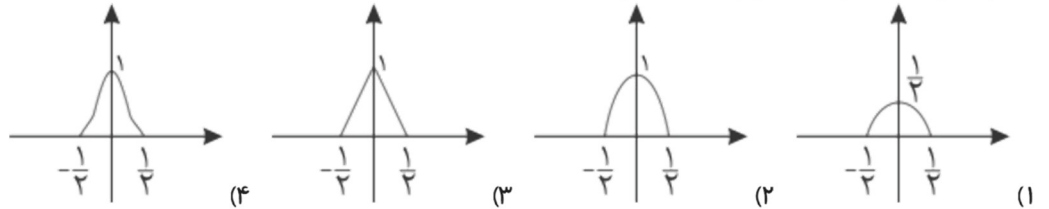
(۲) $\frac{25}{8}(\sqrt{2} + 2)$

(۳) $\frac{25}{4}(1 + \sqrt{3})$

(۴) $\frac{25}{4}(\sqrt{2} + 3)$



۱۶. نمودار $f(x) = \cos(\sin^{-1} 2x)$ شبیه کدام گزینه است؟



۱۷. نمودار تابع $y = \sin^{-1} \frac{a}{x+b}$ به صورت مقابل است. حاصل ab کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۸. اگر $f(x) = ax + 2|x - 2|$ تابعی معکوس‌پذیر باشد، حدود a کدام است؟

(۱) $|a| \leq 2$ (۲) $|a| < 2$ (۳) $|a| > 2$ (۴) $|a| \geq 2$

۱۹. جواب‌های $1 - \sin 4x = 2\sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی، رئوس کدام چند ضلعی است؟

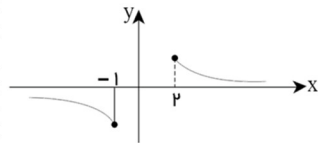
(۱) مستطیل (۲) لوزی (۳) مربع (۴) شش ضلعی منتظم

۲۰. حاصل $A = (\tan 35^\circ + \tan 20^\circ) \sin 20^\circ$ چند برابر $\tan 20^\circ$ است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۱. اگر f تابع نزولی خطی باشد به طوری که $(f \circ f)(x) = 4x + 3$ مقدار $f(-\frac{5}{4})$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $1,5$ (۳) ۲ (۴) ۳



۲۲. نمودار تابع $y = \cos 4x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه با محور x ها مشترک است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۳. در نمودار تابع $f(x) = x^2$ به ترتیب چهار عمل انجام می‌دهیم؛ انتقال ۴ واحد به طرف x های منفی - قرینه نسبت به محور x ها - دو برابر کردن برد - انتقال ۳ واحد به طرف y های منفی - معادله نمودار حاصل کدام است؟

- (۱) $y = 2x^2 - 8x - 11$ (۲) $y = 2x^2 - 16x - 29$
 (۳) $y = -2x^2 - 16x - 35$ (۴) $y = -2x^2 + 16x - 35$

۲۴. مساحت مثلثی به اضلاع ۶ و ۵ واحد برابر $\sqrt{189}$ است. ضلع سوم مثلث کدام است؟

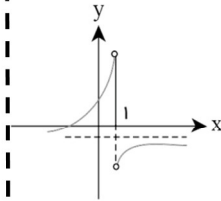
- (۱) ۷ (۲) $\sqrt{37}$ (۳) $3\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{29}$

۲۵. اگر $f(x) = \frac{2x-1}{2-3x}$ مقدار $f^{-1}\left(-\frac{10+\sqrt{2}}{14}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

۲۶. جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot x$ کدام است؟ (با کمی تغییر)

- (۱) $\frac{k\pi}{5}$ (۲) $\frac{2k\pi}{5}$
 (۳) $\frac{3k\pi}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}(2k+1)\pi - (2k+1)\pi$



۲۷. شکل زیر نمودار تابع $y = \tan^{-1}(U(x))$ است. ضابطه $U(x)$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\frac{1+x}{1-x}$ (۲) $\frac{1-x}{1+x}$
 (۳) $\frac{x+1}{x-1}$ (۴) $\frac{x-1}{x+1}$

۲۸. اگر f تابعی معکوس پذیر و $g(x) = 2 + 3f\left(\frac{1}{x}\right)$ باشد، مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-1}{f^{-1}(0)}$ (۲) $\frac{1}{f^{-1}(0)}$ (۳) $f^{-1}(0)$ (۴) $-f^{-1}(0)$

۲۹. اگر $\tan \frac{5\pi}{8} = a - \sqrt{b}$ و $a, b \in \mathbb{Z}$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

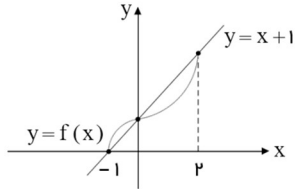
۳۰. اگر $f(x) = 1 - 3g\left(\frac{6}{x}\right)$ و $g^{-1}(x) = \frac{1}{x+1}$ باشد، مقدار $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۷

۳۱. اگر $f(x) = x^2 - 2x$ باشد، ساده شده $f(1-x) - f(x+1)$ کدام است؟

- (۱) $4x - 2$ (۲) $2 - 4x$ (۳) $4x$ (۴) صفر

۳۲. نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x - f(x - 1)}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۳۳. f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۳ است. اگر نمودار f از نقاط $A(-1, 1)$ ، $B(a - 2, 1)$ ، $C(2, 3a + 1)$ و $D(7, b + 3)$ عبور کند، $f \circ f(b)$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۱۰ (۲)

۱۰ (۱)

۳۴. حاصل $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۳۵. حاصل $4 \cos 40^\circ - \frac{1}{\cos 20^\circ}$ کدام است؟

$2 \sin 20^\circ$ (۴)

$\cot 20^\circ$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات: