

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۲۶



صفحه ۱ از ۴

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۱۶ اسفندماه ۹۶

مدت آزمون: ۷۰ دقیقه

کلاس: ۴۰۴، ۴۰۵ و ۴۰۶

رشته: ریاضی

درس: دیفرانسیل

محل انجام محاسبات:

۱. جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

۲. اگر $f(x) = x - 2$ ، مجموعه جواب $f(|x|) \leq f([x])$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است)

- (۱) $\mathbb{Z}$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) ϕ (۴) $\mathbb{N} \cup \{0\}$

۳. اگر $[x^2] = 0$ باشد حاصل $\sqrt{x^2 - 2x\sqrt{x} + x} + \sqrt{1 + x - 2\sqrt{x}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1 - x$ (۳) $1 - \sqrt{x}$ (۴) $1 - [x]$

۴. اگر $f(x) = \frac{2x - 1}{2 - 3x}$ مقدار $f^{-1}\left(-\frac{10 + \sqrt{2}}{14}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

۵. تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & ; x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & ; x < 0 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی چگونه است؟

- (۱) یک به یک - نزولی (۲) یک به یک - صعودی
(۳) یک به یک - غیر یکنوا (۴) غیر یک به یک - غیر یکنوا

۶. کوچک‌ترین ریشه‌ی معادله‌ی $6\sin^2 3x + \cos 12x = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{18}$ (۲) $\frac{\pi}{9}$ (۳) $\frac{\pi}{26}$ (۴) $\frac{5\pi}{18}$

۷. اگر $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۸. اگر $f(x) = 2x + 1$ و $gof(x) = 4x^2 + 12x + 5$ باشد، حاصل $((f + g)og)(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۲۵ (۳) -۷ (۴) -۹

۹. اگر f تابعی معکوس‌پذیر و $g(x) = 2 + 3f\left(\frac{1}{x}\right)$ باشد، مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-1}{f^{-1}(0)}$ (۲) $\frac{1}{f^{-1}(0)}$ (۳) $f^{-1}(0)$ (۴) $-f^{-1}(0)$

۱۰. مجموع جواب‌های معادله $\tan^{-1} 2x - \cot^{-1} x = \frac{\pi}{4}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۱. هرگاه $\cot(a - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan 2a$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$-\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{4}{3}$ (۱)

۱۲. تابع با ضابطه $f(x) = 3|x+2| - |3x-3| - 4x$ در یک بازه صعودی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

$2x+1; -2 < x < 1$ (۲)

$2x-3; -1 < x < 5$ (۱)

$\frac{1}{2}(x-3); -1 < x < 5$ (۴)

$\frac{1}{2}(x-3); -3 < x < 5$ (۳)

۱۳. تابع حقیقی f صعودی اکید و $f(1) = 0$ است. دامنه‌ی تعریف تابع $y = \sqrt{(x+4)f(3-x)}$ کدام است؟

$[2, +\infty)$ (۲)

$[-4, 3]$ (۱)

$(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ (۴)

$[-4, 2]$ (۳)

۱۴. اگر $\tan \frac{5\pi}{8} = a - \sqrt{b}$ و $a, b \in \mathbb{Z}$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

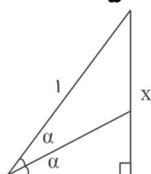
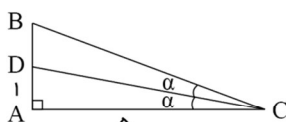
۱۵. اگر $AC = 5$ و $AD = 1$ باشد، محیط مثلث ABC چقدر است؟

۱۲٫۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۳٫۵ (۴)

۱۳ (۳)



۱۶. در شکل مقابل، مقدار x چقدر است؟

$\tan \alpha$ (۲)

$\sin \alpha$ (۱)

$\cot \alpha$ (۴)

$\cos \alpha$ (۳)

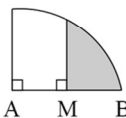
۱۷. نمودار تابع $y = [1 - x^2]$ در بازه‌ی $(-2, 2)$ تشکیل شده است از: [] نماد جزء صحیح است.

۷ پاره خط (۴)

۸ پاره خط و یک نقطه (۳)

۸ پاره خط (۲)

۷ پاره خط و یک نقطه (۱)



۱۸. در شکل روبه‌رو، شعاع ربع دایره برابر $2\sqrt{6}$ و M وسط پاره خط AB است. مساحت قسمت هاشورخورده، کدام است؟

$4\pi - 6\sqrt{3}$ (۲)

$8\pi - 6\sqrt{3}$ (۱)

$8\pi - 4\sqrt{3}$ (۴)

$4\pi - 3\sqrt{3}$ (۳)

۱۹. هرگاه $f = \{(3a-2, b), (2, 3), (1, 2b-1), (a, b)\}$ تابعی یک به یک باشد، مقدار $f^{-1}(a+2b)$ چه عددی است؟

$a-2b$ (۴)

$a+b$ (۳)

$2a+b$ (۲)

$a-b$ (۱)

۲۰. نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = [x^2 + 2x]$ در بازه‌ی $[-1, 1]$ شامل چند پاره خط است؟ [] نماد جزء صحیح است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۱. اگر f تابعی صعودی اکید با دامنه‌ی $\mathbb{R}$ باشد و از مبدأ مختصات عبور کند، دامنه‌ی $g(x) = \sqrt{xf(2-x)}$ کدام است؟

$(-\infty, 2]$ (۴)

$[0, \infty)$ (۳)

$(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ (۲)

$[0, 2]$ (۱)

۲۲. اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، چند تابع نزولی اکید می‌توان از A به B تعریف کرد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۵! (۲)

۴! (۱)

۲۳. اگر $f(x) = \frac{\sin 5x}{\sin^2 7x - \sin^2 2x}$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{54})$ چقدر است؟

-۲ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۴. نمودار $y = \tan^{-1} \frac{1}{x-1}$ شبیه کدام گزینه است؟



۲۵. مجموع جواب‌های معادله $2 \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 2 \cos^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{3}$ (۲) $\frac{8\pi}{3}$ (۳) $\frac{14\pi}{3}$ (۴) $\frac{17\pi}{3}$

۲۶. مقدار عبارت $A = \frac{\sin^2 80^\circ - \sin^2 20^\circ}{\cos 10^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۲۷. حاصل $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۲۸. اگر $f(x) = \frac{1}{x} \left(x + \sqrt{x^2 + 4} \right)$ باشد، حاصل $f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2x$ (۲) $\frac{2}{x}$ (۳) $x^2 - 1$ (۴) صفر

۲۹. مساحت مثلثی به اضلاع ۷، ۹، ۱۲ واحد، کدام است؟

- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $14\sqrt{3}$ (۳) $12\sqrt{5}$ (۴) $14\sqrt{5}$

۳۰. اگر $f(4x) = 3 + 2g\left(\frac{2}{x}\right)$ و $g^{-1}(1) = 4$ مقدار $f^{-1}(5)$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱. طول نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع $y = \frac{4}{5}x - \left[\frac{4}{5}x\right]$ و $y = |x|$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

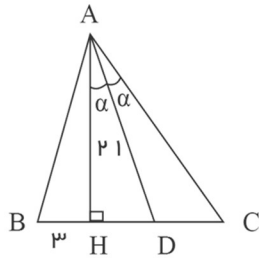
- (۱) $-\frac{5}{9}$ (۲) $-\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۳۲. حاصل عبارت $\frac{\cos^2 7x - \sin^2 2x}{\cos 22x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{27}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات:

۳۳. در شکل مقابل، زاویه‌ی رأس A در مثلث ABC برابر 45° است. اگر $BH = 3$ و $AH = 21$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{1}{6}$

۳۴. مقدار عددی $\sin^{-1}\left(\sqrt{3} \sin \frac{17\pi}{6}\right)$ کدام گزینه است؟

(۴) $\frac{5\pi}{6}$

(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

۳۵. اگر $g(x) = 2x - x^2$ و برد تابع $f(x)$ بازه‌ی $(-2, 3)$ باشد، برد تابع $g \circ f(x)$ کدام است؟

(۱) $(-8, -3)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $(-8, 1]$ (۴) $(-3, 1]$

محل انجام محاسبات: