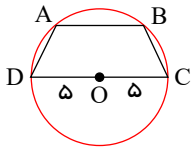


۱. در دایره‌ی $C(O, 5)$ ، دوزنقه‌ی $ABCD$ مطابق شکل محاط شده است. اگر اندازه‌ی قطر دوزنقه برابر ۸ باشد، کوچک‌ترین ضلع دوزنقه دارای چه اندازه‌ای است؟



(۲) ۴٫۸

(۱) ۶

(۴) ۲٫۸

(۳) ۲

۲. از نقطه‌ی A مماسی به طول ۱۲ بر دایره‌ی $C(O, 5)$ رسم شده است. کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از این دایره، به ترتیب کدام است؟

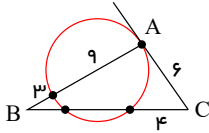
(۴) ۱۳ و ۱۸

(۳) ۸ و ۱۸

(۲) ۱۲ و ۱۲٫۷

(۱) ۷ و ۱۷

۳. در شکل زیر، با توجه به اندازه‌ها محیط مثلث ABC کدام است؟



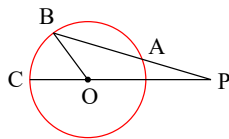
(۲) ۳۰

(۱) ۳۲

(۴) ۳۱

(۳) ۳۴

۴. در شکل مقابل PA با شعاع دایره برابر است و می‌دانیم $\hat{P} = 25^\circ$ است. زاویه‌ی BOC چند درجه است؟



(۲) 50°

(۱) 45°

(۴) 75°

(۳) 60°

۵. طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۷ برابر ۸ است، طول مماس مشترک داخلی آن‌ها کدام است؟

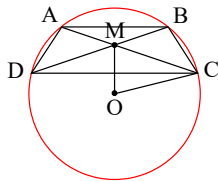
(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

۶. در شکل زیر دوزنقه‌ی $ABCD$ در دایره‌ای به مرکز O محاط شده است. چهار ضلعی $MBCO$:



(۱) دوزنقه است.

(۲) محاطی است.

(۳) محیطی است.

(۴) دوزنقه‌ی متساوی الساقین است.

۷. در مثلث قائم‌الزاویه ABC دایره‌ی محاطی داخلی در نقاط M و N بر اضلاع قائمه‌ی AB و AC مماس است. اگر فاصله‌ی مرکز دایره از وتر برابر $2\sqrt{2}$ باشد، طول پاره‌خط MN کدام است؟

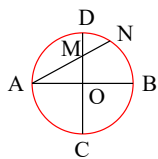
(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $4\sqrt{2}$

۸. در شکل مقابل قطرهای AB و CD بر هم عمودند. هنگامی که زاویه‌ی A افزایش یابد، حاصل ضرب AM و AN به چه صورت تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش می‌یابد.

(۲) مقدار ثابت $2R^2$ است.

(۳) مقدار ثابت $4R^2$ است.

(۴) کاهش می‌یابد.

۹. زاویه‌ی بین مماس مشترک‌های خارجی دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۳، 60° است. طول خط‌المركزین این دو دایره چقدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

۱۰. فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقطه‌ی دایره‌ای تا نقطه‌ی A ، چهار برابر شعاع دایره است. طول مماس مرسوم از نقطه‌ی A بر دایره چند برابر شعاع دایره است؟

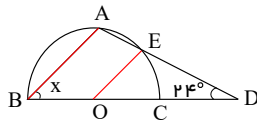
(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{15}$

(۲) $2\sqrt{6}$

(۱) $2\sqrt{2}$

۱۱. در نیم‌دایره‌ای به قطر BC ، شعاع OE با وتر AB موازی است. اگر امتداد AE ، امتداد قطر BC را در نقطه‌ی D قطع کند به طوری که $\hat{D} = ۲۴^\circ$ ، آنگاه اندازه‌ی زاویه‌ی B کدام است؟



(۲) ۳۶°

(۱) ۵۲°

(۴) ۴۴°

(۳) ۴۸°

۱۲. در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۵ و ۳ واحد دایره‌ی محاطی خارجی بر ضلع متوسط و امتداد دو ضلع دیگر مماس است. نقطه‌ی تماس این دایره، ضلع متوسط را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

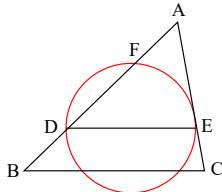
(۴) $\frac{۲}{۹}$

(۳) $\frac{۱}{۵}$

(۲) $\frac{۱}{۶}$

(۱) $\frac{۱}{۹}$

۱۳. در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و AC در نقطه‌ی E بر دایره مماس است. چهارضلعی $FECB$ چگونه است؟



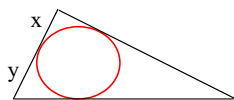
(۱) فقط محیطی

(۲) فقط محاطی

(۳) هم محیطی و هم محاطی

(۴) نه محیطی و نه محاطی

۱۴. دایره‌ی محاطی داخلی یک مثلث به طول اضلاع ۱۳ و ۹ و ۸، در نقطه‌ی مماس، کوچکترین ضلع را به ۲ قطعه تقسیم می‌کند. نسبت آن دو قطعه کدام است؟



(۲) $\frac{۲}{۵}$

(۱) $\frac{۱}{۳}$

(۴) $\frac{۲}{۳}$

(۳) $\frac{۳}{۷}$

۱۵. طول کوتاه‌ترین مماس مشترک دو دایره‌ی متخارج، ۸ است. اگر طول خط‌المركزین این دو دایره ۱۰ و شعاع یکی از دایره‌ها ۱ باشد، شعاع دایره‌ی دیگر، کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۳

(۲) ۷

(۱) ۵

۱۶. نقطه‌ی O از رأس‌های مثلث ABC که در آن $\hat{A} = ۱۰۰^\circ$ و $\hat{B} = ۱۰^\circ$ به یک فاصله است. زاویه‌ی ABO چند درجه است؟

(۴) ۲۰°

(۳) ۱۵°

(۲) ۱۰°

(۱) ۵°

۱۷. نقطه‌ای وسط شعاع دایره $C(O, R)$ است. طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه M کدام است؟

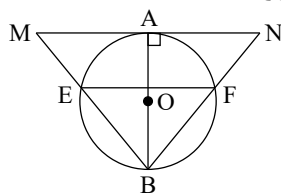
(۴) $\sqrt{۲}R$

(۳) $\sqrt{۳}R$

(۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}R$

(۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}R$

۱۸. در شکل زیر، AB قطر دایره و پاره خط MN در نقطه A مماس بر دایره است. چهارضلعی $MEFN$ همواره:



(۱) دوزنقه است.

(۲) محاطی است.

(۳) محیطی است.

(۴) دو زاویه برابر دارد.

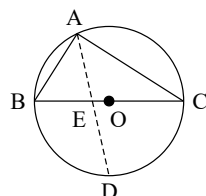
۱۹. مطابق شکل، AD نیمساز زاویه A است. اگر $\hat{CED} = ۶۰^\circ$ باشد، اندازه زاویه C کدام است؟ (O مرکز دایره است).

(۲) ۴۵°

(۱) ۶۰°

(۴) ۱۵°

(۳) ۳۰°



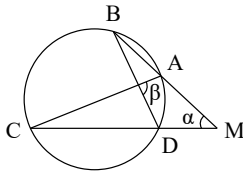
۲۰. طول مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۷ برابر ۶ است. طول مماس مشترک خارجی آن‌ها کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۱۰

(۱) ۵



۲۱. در شکل مقابل اگر $\hat{BAC} = 3\hat{ABD}$ ، آنگاه زاویه β چند برابر زاویه α است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

۲۲. در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۹ و ۱۲، طول بزرگ‌ترین قطعه‌ای که دایره‌ی محاطی داخلی روی ضلع‌ها جدا می‌کند، کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۳. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول ضلع‌های قائمه‌ی ۳ و ۴ دایره‌ی محاطی خارجی مماس بر وتر، در نقاط A و B بر امتداد دو ضلع دیگر مماس است. طول AB کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۶ (۱)

۲۴. در مثلث ABC میانه‌ی ضلع BC و عمود منصف ضلع AB همدیگر را در نقطه‌ی O قطع می‌کنند. اگر نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی محیطی مثلث ABC باشد، نوع مثلث ABC لزوماً کدام است؟

(۲) متساوی‌الاضلاع

(۱) قائم‌الزاویه

(۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

(۳) متساوی‌الساقین

۲۵. یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی محیطی با اندازه‌ی قاعده‌های ۳ و ۶ مفروض است. مساحت دایره‌ی محاطی آن کدام است؟

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

π (۱)

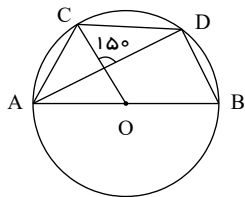
۲۶. وترهای AB و CD از دایره‌ی $C(O, R)$ در فواصل ۳ و $2\sqrt{6}$ سانتی‌متری از مرکز دایره واقع اند. اگر $AB = 3$ ، شعاع دایره کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)



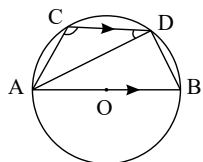
۲۷. در شکل زیر، O مرکز دایره و $AC = BD$ است. اندازه کمان CD چند درجه است؟

۵۰ (۱)

۷۵ (۲)

۱۴۰ (۳)

۱۵۰ (۴)



۲۸. در شکل زیر، وتر AB با قطر CD موازی است. در مثلث ABC، مقدار $\hat{A} - \hat{B}$ کدام است؟

۶۰ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

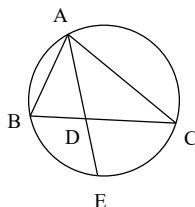
۲۹. در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و E محل برخورد امتداد AD با دایره‌ی گذرا از سه رأس مثلث ABC می‌باشد. اگر $\hat{ADB} = 70^\circ$ باشد، اندازه زاویه ABE کدام است؟

۹۰ (۲)

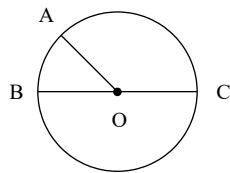
۷۰ (۱)

۱۴۰ (۴)

۱۱۰ (۳)

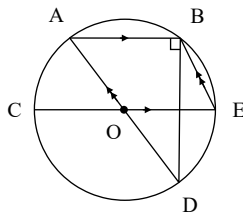


۳۰. در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر طول کمان AB و مساحت قطاع AOB به ترتیب π و $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



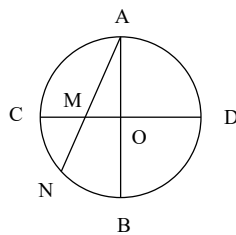
- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) $\frac{12}{12}$

۳۱. در شکل زیر، O مرکز دایره، وتر AB موازی CE و عمود بر وتر BD است. اگر وتر BE موازی AD باشد، طول کمان CD چند برابر محیط دایره است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{5}$

۳۲. در شکل مقابل، دو قطر AB و CD برهم عمودند و $OM = MN$. اندازه \hat{NBA} چند برابر \hat{NAB} است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

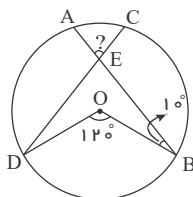
۳۳. در مثلث ABC ، $AB = ۱۲$ و $AC = ۱۵$ است. دایره گذرنده از رأس A و مماس بر ضلع BC در وسط آن، اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط B' و C' قطع می‌کند. اگر $CC' = ۴$ باشد، BB' کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) ۴
(۳) $\frac{8}{4}$
(۴) ۵

۳۴. دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی آن‌ها ۵ و طول خط‌المركزین آن‌ها ۱۳ است. کمترین فاصله بین نقاط دو دایره کدام است؟

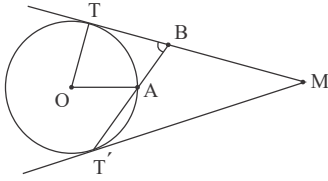
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۳۵. در شکل مقابل، O مرکز دایره می‌باشد. با فرض برابر بودن دو وتر AB و CD ، اندازه زاویه CEA چند درجه است؟



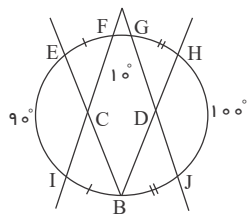
- (۱) ۸۰
(۲) ۹۰
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۱۰

۳۶. دایره $C(O, r)$ و نقطه M خارج از آن مفروض اند. مطابق شکل زیر، دو مماس MT و MT' را رسم کرده و از T' به وسط کمان TT' (نقطه A) وصل کرده و امتداد می دهیم تا پاره خط MT را در نقطه B قطع کند. اگر $\widehat{M} = 2^\circ$ و $\widehat{TB T'} = 6^\circ$ باشد، مساحت قطاع AOT کدام است؟



- (۱) $\frac{2\pi r^2}{18}$
(۲) $\frac{3\pi r^2}{18}$
(۳) $\frac{4\pi r^2}{18}$
(۴) $\frac{5\pi r^2}{18}$

۳۷. در شکل مقابل، زاویه A کدام است؟ ($\widehat{GH} = \widehat{BJ}$, $\widehat{EF} = \widehat{IB}$, $\widehat{FG} = 1^\circ$, $\widehat{EI} = 9^\circ$, $\widehat{HJ} = 10^\circ$)

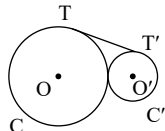


- (۱) 25°
(۲) 45°
(۳) 35°
(۴) 70°

۳۸. از نقطه P در خارج دایره ای، مماس PA به طول $3\sqrt{2}$ را بر آن رسم کرده ایم (A روی دایره است). همچنین خط راستی از P گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده و $BC = 3$ (بین C و P) است. نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

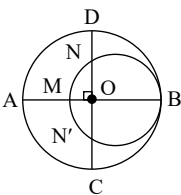
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۳۹. دو دایره به شعاع های $R = 10$ و $R' = 4$ مماس خارج اند. اگر از وسط پاره خط TT' (مماس مشترک دو دایره) عمودی خارج کنیم تا OO' را در نقطه A قطع کند، طول پاره خط AT کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{10}$
(۲) ۷
(۳) $\sqrt{89}$
(۴) ۱۰

۴۰. در شکل روبه رو، اگر $AM = 16$ و $ND = 10$ ، شعاع دایره کوچک تر چقدر است؟



- (۱) ۲۵
(۲) ۲۰
(۳) ۱۷
(۴) ۱۳

۴۱. نیم دایره ای به قطر AB و به مرکز O مفروض است. نقاط D و E روی محیط این نیم دایره طوری قرار دارند که $\widehat{AD} = 6^\circ$ و

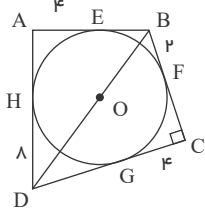
$\widehat{DE} = 80^\circ$ می باشد. اگر فاصله نقطه O از وترهای AD ، DE و EB را به ترتیب با h_1 ، h_2 و h_3 نمایش دهیم، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $h_1 > h_2 > h_3$ (۲) $h_1 > h_3 > h_2$ (۳) $h_3 > h_2 > h_1$ (۴) $h_3 > h_1 > h_2$

۴۲. دایره $C(O, 4)$ مفروض است. وتر EF را از طرف F به اندازه طول قطر دایره تا نقطه A امتداد می‌دهیم. اگر طول EF برابر با شعاع دایره باشد، آن گاه اندازه OA کدام است؟

- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{7}$ (۳) $3\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{7}$

۴۳. در شکل مقابل، چهارضلعی $ABCD$ محیطی و O مرکز دایره محاطی آن است. در این صورت طول OD کدام است؟

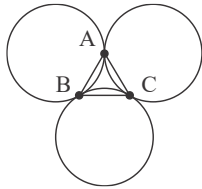


- (۱) $5\sqrt{5}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۴۴. اگر سه نقطه تماس اضلاع یک مثلث با دایره محاطی داخلی آن را به هم وصل کنیم، آن گاه کدام گزینه در رابطه با زوایای مثلث حاصل همواره صحیح است؟

- (۱) مساوی 60° درجه‌اند. (۲) زاویه‌ها حاده‌اند. (۳) زاویه‌ها نابرابرند. (۴) هیچ کدام.

۴۵. در شکل زیر، سه دایره به شعاع ۴ واحد، دایره دو مماس برون هستند. اگر نقاط تماس دایره‌ها را A ، B و C بنامیم، آن گاه شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۴۶. در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ ، شعاع دایره محاطی خارجی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۴۷. دوزنقه‌ای با قاعده‌هایی به اندازه‌ی ۴ و ۹، هم محیطی و هم محاطی است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۳۹ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۳۰

۴۸. در یک مثلث، اندازه ارتفاع‌ها برابر $3, 4, 5$ و اندازه شعاع دو تا از دایره‌های محاطی خارجی برابر ۲ و ۶ می‌باشد. شعاع دایره محاطی خارجی دیگر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) $1\frac{1}{5}$ (۴) $2\frac{1}{5}$

۴۹. یک دایره به شعاع ۵ و دهضلعی‌های منتظم محیطی و محاطی آن را در نظر بگیرید. اگر a و b به ترتیب اندازه هریک از اضلاع دهضلعی منتظم محیطی و محاطی باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟ ($\cos 18^\circ \simeq 0.9$, $\sin 18^\circ \simeq 0.3$)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۵۰. شش‌ضلعی منتظم $ABCDEF$ به طول ضلع ۲ واحد و نقطه دلخواه T درون آن مفروض‌اند، اگر نقطه T را به تمامی رئوس شش‌ضلعی وصل کنیم، آن گاه مجموع مساحت مثلث‌های TAF ، TDE ، TBC کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) ۸ (۴) ۸