

۴۶. گزینه ۱ سطح زیر نمودار شتاب - زمان، برابر با تغییر سرعت است.

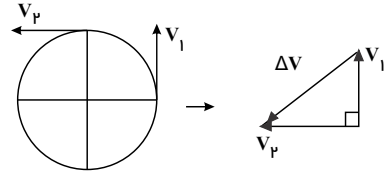
$$S = \Delta V = V_{25} - V_0 \Rightarrow \Delta V = (2 \times 10) + (25 - 10)(-1) = 20 - 15 = 5 \frac{m}{s}$$

سرعت اولیه صفر است. پس سرعت در لحظه $t = 25s$ برابر $5 \frac{m}{s}$ است.

۴۷. گزینه ۴ در مدت $15s$ متحرک ربع دایره را طی می کند.

$$\Delta V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{30\sqrt{2}}{15} = 2\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$$



۴۸. گزینه ۱ مختصات ابتدا و انتهای مسیر مهم است.

$$\Delta x = x - x_0 = 21 - (-3) = 24$$

$$\Delta y = y - y_0 = 4 - 4 = 0$$

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{24^2 + 0} = 24$$

$$\bar{V} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{24}{6} = 4 \frac{m}{s}$$

۴۹. گزینه ۳ جهت مثبت را به سمت بالا فرض کرده و معادله مکان - زمان را می نویسیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + y_0 \Rightarrow y = -5t^2 + 30t + 100 \Rightarrow 125 = -5t^2 + 30t + 100$$

$$\Rightarrow 25 = -5t^2 + 30t \Rightarrow 5t^2 - 30t + 25 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \\ t = 5s \end{cases}$$

در لحظه $t = 1s$ گلوله برای اولین بار و در $t = 5s$ گلوله برای دومین بار به 125 متری از سطح زمین می رسد.

۵۰. گزینه ۲ راه حل اول:

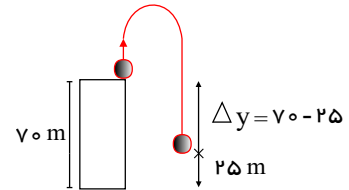
باتوجه به نمودار در لحظه $t = 4$ سرعت گلوله صفر شده یعنی زمان اوج گلوله 4 ثانیه است.

$$t = \frac{V_0}{g} \Rightarrow 4 = \frac{V_0}{10} \Rightarrow V_0 = 40 \frac{m}{s}$$

$$V^2 - V_0^2 = -2g(\Delta y)$$

$$V^2 - 40^2 = -20(25 - 70) \Rightarrow V^2 - 1600 = -20(-45)$$

$$V^2 = 1600 + 900 \Rightarrow V^2 = 2500 \Rightarrow |V| = 50 \frac{m}{s}$$



راه حل دوم: استفاده از روش تصاعد

نکته: در سقوط آزاد در هر ثانیه به اندازه $10 \frac{m}{s}$ به سرعت گلوله اضافه می شود.

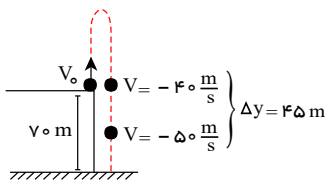
باتوجه به نمودار زمان اوج گلوله $4s$ است.

این گلوله بعد از $8s$ به نقطه پرتاب برمی گردد در آن لحظه سرعت آن $V = -40 \frac{m}{s}$ خواهد شد. و

یک ثانیه بعد سرعت آن به $-50 \frac{m}{s}$ می رسد و جابجایی گلوله در این یک ثانیه

$$\Delta y = \frac{-50 - (-40)}{2} \times 1 = 45m$$

$50 \frac{m}{s}$ می رسد گلوله در 25 متری سطح زمین قرار می گیرد.



$$V_A = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$V_B = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}$$

اگر یکی از اتومبیل‌ها را ساکن فرض کنیم، سرعت دیگری نسبت به آن $30 \frac{m}{s}$ خواهد شد و با استفاده از این سرعت نسبی، جابه‌جایی نسبی برابر با $600m = (550 + 50)m$ خواهد شد. پس:

$$600 = 30t \Rightarrow t = \frac{600}{30} s = 20s$$

۵۲. گزینه ۲ اگر اختلاف t_1 و t_2 برابر با یک ثانیه باشد، نقطه مورد نظر، نقطه‌ای است که گلوله از آنجا بعد از 0.5 ثانیه به اوج رسیده و نیم ثانیه بعد هم دوباره به همان نقطه رسیده است. پس جابه‌جایی در نیم ثانیه را حساب کرده و دو برابر می‌کنیم.

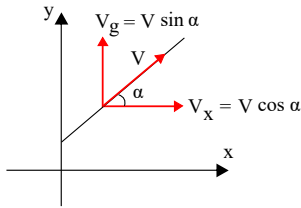
$$y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=0.5s} y = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.5)^2 m = 5 \times \frac{1}{4} m = 1.25m$$

مسافت پیموده شده $= 2(1.25)m = 2.5m$

۵۳. گزینه ۳

روش اول: ابتدا مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. (خط $y = 3x + 5$)

چون سرعت مماس بر مسیر حرکت می‌باشد در نتیجه بردار سرعت را به دو مولفه تجزیه می‌کنیم (برای تجزیه به شیب خط که $\tan \alpha$ می‌باشد دقت کنید)



$$\begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{10} \\ \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \\ \begin{cases} V_x = V \cos \alpha = 10 \sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 10 \\ V_y = V \sin \alpha = 10 \sqrt{10} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 30 \end{cases} \Rightarrow \vec{V} = 10\vec{i} + 30\vec{j} \end{cases}$$

روش دوم: بزرگی شیب خط باید با شیب بردار سرعت برابر باشد. باتوجه به معادله خط $y = ax + b$ خط $a = 3$ می‌باشد.

در بین بردارهای سرعت، فقط $\vec{V} = 10\vec{i} + 30\vec{j}$ چنین شیبی دارد.

در ضمن بزرگی آن سرعت هم برابر با $10 \sqrt{10} \frac{m}{s}$ است. $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 10 \sqrt{10} \frac{m}{s}$

۵۴. گزینه ۱ t^2 را برحسب x حساب کرده و در معادله y قرار می‌دهیم.

$$x = 4t^2 - 16 \Rightarrow x + 16 = 4t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{x+16}{4} \Rightarrow y = 2 \left(\frac{x+16}{4} \right) = \frac{2x}{4} + \frac{32}{4} \Rightarrow y = \frac{x}{2} + 8$$

۵۵. گزینه ۴ راه حل اول: سطح زمین را مبدأ مکان قرار داده، معادله حرکت هر دو گلوله را می‌نویسیم.

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + y_0 \Rightarrow y_1 = -5t^2 + 10t + 80$$

$$y_2 = -5t^2 + 30t$$

لحظه رسیدن دو گلوله به هم، مکان آنها برابر است. پس:

$$y_1 = y_2 \Rightarrow -5t^2 + 30t = -5t^2 + 10t + 80 \Rightarrow 20t = 80 \Rightarrow t = 4 \text{ ثانیه}$$

راه حل دوم: استفاده از روش نسبی

نکته: هنگامی که دو گلوله همزمان در راستای قائم پرتاب می‌شوند حرکت آنها نسبت به هم یک حرکت یکنواخت است. اکنون این تست را می‌توانیم به روش نسبی نیز حل کنیم. چون هر دو گلوله در یک راستا و در یک جهت پرتاب شده‌اند. پس سرعت نسبی آنها برابر است با:

$$V_{\text{نسبی}} = |V_1 - V_2| = |10 - 30| = 20 \frac{m}{s}$$

لحظه رسیدن دو گلوله به هم $\Delta y = Vt \Rightarrow 80 = 20t \Rightarrow t = 4s$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow \Delta = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2_0} \Rightarrow V_0^2 \sin^2 \alpha = 100 \Rightarrow V_0 \sin \alpha = 10 \frac{m}{s}$$

$$T_{\text{عوا}} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{10}{10} s = 1 s$$

$$R = 2T_{\text{عوا}} (V_0 \cos \alpha) \Rightarrow 40 = 2 \times 1 (V_0 \cos \alpha) \Rightarrow V_0 \cos \alpha = 20 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + V_0^2 \cos^2 \alpha} = \sqrt{100 + 400} \frac{m}{s} = \sqrt{500} \frac{m}{s} = 10 \sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۵۷. گزینه ۳ در فاصله زمانی $t = 0$ تا $t = 1 s$ ، سرعت منفی است. یعنی حرکت در خلاف جهت مثبت محور x است. (سعی کنید برای گزینه های دیگر، دلیلی پیدا کنید که چرا درست نیستند!)

۵۸. گزینه ۳

$$V_0 = 54 \frac{km}{h} = 15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{V + V_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow 20 = \frac{V + 15}{2} \times 2 \Rightarrow V = 5 \frac{m}{s} = 18 \frac{km}{h}$$

۵۹. گزینه ۳

ابتدا سرعت و جابجایی متحرک را پس از $20 s$ به دست می آوریم:

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 2 \times 20 + 0 \Rightarrow V = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{V + V_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{40 + 0}{2} \times 20 = 400 m$$

در مرحله دوم بیان شده سرعت متحرک با آهنگ ثابت $4 m/s^2$ کاهش می یابد یعنی شتاب متحرک در این مرحله $-4 m/s^2$ است.

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - (40)^2 = 2(-4)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 200 m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 400 + 200 = 600 m$$

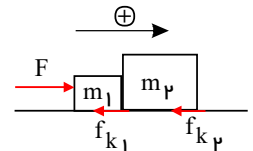
۶۰. گزینه ۱

$$\sum F = ma \rightarrow m_1 g \sin 37^\circ - f_k - m_2 g = 0 \rightarrow m_1 g \sin 37^\circ - \mu_k m_1 g \cos 37^\circ - m_2 g = 0$$

$$0.6 m_1 = 0.5 \times m_1 \times 0.8 + m_2 \Rightarrow 0.2 m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 0.2$$

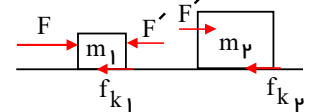
۶۱. گزینه ۴ راه حل اول: شتاب حرکت سیستم را حساب می کنیم.

$$F - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 50 - \mu(5)g = 5a \Rightarrow a = 10 - \mu g$$



اگر نیروی مورد نظر را F' فرض کنیم، می توان نوشت:

$$F' - \mu m_2 g = m_2 a \Rightarrow F' = \mu(3g) + 3(10 - \mu g) \Rightarrow F' = 3\mu g + 30 - 3\mu g = 30 N$$



راه حل دوم: چون ضریب اصطکاک جنبشی دو جسم با سطح افق یکسان است، با توجه به تناسب نیرو و جرم داریم:

$$\frac{F = 50}{F'} \quad \left| \begin{array}{l} 5kg \\ 3kg \end{array} \right. \rightarrow F' = \frac{3 \times 50}{5} = 30 N$$

۶۲. گزینه ۳ سطح زیر نمودار سرعت-زمان متحرک در فاصله زمانی صفر تا 10 ثانیه، نشان دهنده جابجایی آن متحرک است. بنابراین، جابه جایی این دو متحرک را با هم مقایسه می کنیم.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40 m, \quad (\Delta x_B = \frac{20 + 8}{2} \times 10 = 140 m)$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بین متحرک} = (140 - 40) = 100 m$$

۶۳. گزینه ۴ نیروی جلوبرنده m_1 و شتاب دهنده به آن، نیروی اصطکاک بین m_1 و m_2 است. بنابراین بیشترین شتاب ممکن را برای m_1 حساب می‌کنیم.

$$\mu_s m_1 g = m_1 a \Rightarrow 0.2 \times 5 \times 10 = 5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

حال، نیروی F را چنان انتخاب می‌کنیم که ضمن غلبه بر اصطکاک وزنه‌ها با سطح افقی به آن‌ها شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ هم بدهد.

$$F - \mu_k (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F - 0.2(5 + 20)10 = (5 + 20)2 \Rightarrow F - 50 = 50 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

۶۴. گزینه ۲

$$mg - \mu_k Mg = (m + M)a \Rightarrow 2 \times 10 - 0.2 \times 10M = (2 + M)0.4 \Rightarrow 20 - 2M = 0.8 + 0.4M$$

$$19.2 = 2.4M \Rightarrow M = \frac{19.2}{2.4} \text{ kg} = 8 \text{ kg}$$

۶۵. گزینه ۱ در آستانه حرکت، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر $mg \sin \alpha$ است. پس:

$$\mu_s mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \Rightarrow \mu_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$