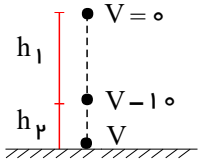
۲۱. گزینه ۲ اگر جهت مثبت را به سمت پایین بگیریم، معادله سرعت به صورت زیر درمی‌آید.

$$V = gt \Rightarrow V = ۱۰t$$
$$t_۱ = ۲/۵ \Rightarrow V_۱ = ۲۵\frac{m}{s}$$
$$t_۲ = ۳/۵ \Rightarrow V_۲ = ۳۵\frac{m}{s}$$
$$\Delta y = \frac{V_۱ + V_۲}{۲}\Delta t = \frac{۲۵+۳۵}{۲} \times ۱ = ۳۰\frac{m}{s}$$

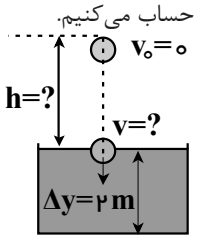
۲۲. گزینه ۱ اگر سرعت گلوله در لحظه ی رسیدن به زمین V باشد پس یک ثانیه قبل سرعت جسم $(V-۱۰)$ است. با انتخاب جهت مثبت محور yها رو به پایین داریم:



$$(V-۱۰)^۲ - ۰ = ۲gh_۱ \Rightarrow h_۱ = \frac{V^۲ - ۲۰V + ۱۰۰}{۲۰}$$
$$h_۲ = \frac{V + V - ۱۰}{۲} \times ۱ \Rightarrow h_۲ = V - ۵$$
$$h_۱ = h_۲ \Rightarrow \frac{V^۲ - ۲۰V + ۱۰۰}{۲۰} = V - ۵ \Rightarrow V^۲ - ۴۰V + ۲۰۰ = ۰ \Rightarrow V \simeq ۳۴\frac{m}{s}$$
$$۳۴^۲ - ۰ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h \simeq ۵۸m$$

۲۳. گزینه ۲ چون سرعت گلوله درون آب ثابت فرض شده است، ابتدا سرعت برخورد گلوله به سطح آب که برابر با سرعت گلوله در آب است را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = V\,\Delta t \xrightarrow{\Delta y = ۲m\ ,\ \Delta t = ۰/۲\ s} ۲ = V \times ۰/۲ \Rightarrow V = ۱۰\ \frac{m}{s}$$



اکنون با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، فاصله‌ی محل رها کردن گلوله تا سطح آب را به دست می‌آوریم. اگر جهت پایین را مثبت فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲gh \Rightarrow ۱۰۰ - ۰ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۵m$$

۲۴. گزینه ۴ سرعت اولیه گلوله $۲۵\frac{m}{s}$ است. پس گلوله ۲/۵ ثانیه پس از پرتاب به ارتفاع اوج می رسد و در این مدت مسافت پیموده شده را حساب می کنیم.

$$\Delta y = \frac{V + V_۰}{۲} \times \Delta t = \frac{۰ + ۲۵}{۲} \times ۲/۵ = ۱۲/۵ \times ۲/۵ = ۳۱/۲۵ \text{ متر}$$

گلوله ۰/۵ ثانیه هم در برگشت جابه جا شده است که آن مسافت طی شده هم برابر ۱/۲۵ متر خواهد شد.

$$y = ۵t^۲ \xrightarrow{t = ۰/۵} y = ۵(\frac{۱}{۴}) = ۱/۲۵$$
$$\Rightarrow \text{ مسافت طی شده} = ۳۱/۲۵ + ۱/۲۵ = ۳۲/۵$$

۲۵. گزینه ۳

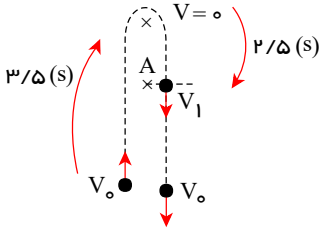
با انتخاب جهت مثبت محور yها رو به بالا داریم:

کل زمان حرکت: $\frac{۲V_۰}{g}=۷\Rightarrow V_۰=\frac{۷\times ۱۰}{۲}=۳۵\frac{m}{s}$

از نقطه‌ی اوج تا نقطه‌ی A یک سقوط آزاد بدون سرعت اولیه داریم به مدت ۲٫۵ ثانیه:

$$\Delta V=a\cdot\Delta t\Rightarrow V_۱-۰=-۱۰\times ۲٫۵\Rightarrow V_۱=-۲۵\frac{m}{s}$$

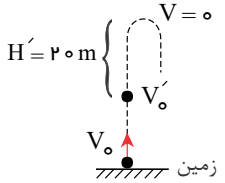
$$\Delta y=\frac{V_۱+V_۰}{۲}\cdot\Delta t=\frac{-۲۵+۳۵}{۲}\times ۶=۳۰\,(m)$$



۲۶. گزینه ۴ روش اول:

$$H'=\frac{V_۰'^۲}{۲g}\Rightarrow ۲۰=\frac{V_۰'^۲}{۲۰}\Rightarrow V_۰'=۲۰$$

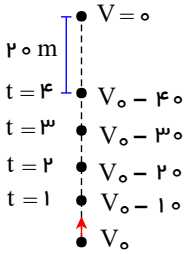
$$V=-gt+V_۰\Rightarrow ۲۰=-۱۰\times ۴+V_۰\Rightarrow V_۰=۶۰\frac{m}{s}$$



روش دوم: استفاده از روش تصاعد

$$V^۲-V_۰^۲=-۲gh$$

$$۰-(V_۰-۴۰)^۲=-۲\times ۱۰\times ۲۰\Rightarrow V_۰=۶۰\frac{m}{s}$$

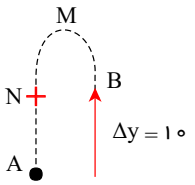


۲۷. گزینه ۱

$$NM=BM$$

$$NM+AN+MB=۳۰\Rightarrow ۱۰+۲NM=۳۰\Rightarrow NM=۱۰m$$

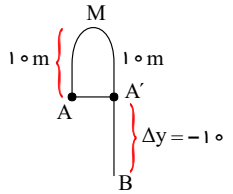
$$AM=\frac{V_۰^۲}{۲g}\Rightarrow ۲۰=\frac{V_۰^۲}{۲\times ۱۰}\Rightarrow V_۰=۲۰$$



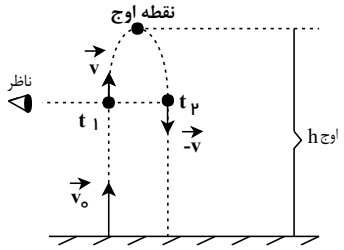
البته جابه‌جایی $۱۰m$ زیر محل پرتاب هم می‌تواند باشد.

در این صورت ارتفاع اوج پرتابه $۱۰m$ خواهد شد.

$$H=\frac{V_۰^۲}{۲g}\Rightarrow ۱۰=\frac{V_۰^۲}{۲۰}\Rightarrow V_۰=۱۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$



۲۸. گزینه ۲ چون سرعت متوسط گلوله در فاصله‌ی زمانی $t_۱=۰٫۶s$ تا $t_۲=۵٫۴s$ برابر با صفر شده، جابه‌جایی گلوله در این مدت صفر بوده، یعنی گلوله در این دو لحظه از یک نقطه بالای سطح پرتاب گذشته است.



$$V_0 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2) \xrightarrow[t_2 = 5/4s]{t_1 = 0/6s} V_0 = \frac{1}{2} \times 10 \times (6) = 30\frac{m}{s}$$

$$h_{اوج} = \frac{V_0^2}{2g} \xrightarrow[g = 10\frac{m}{s^2}]{V_0 = 30\frac{m}{s}} h_{اوج} = 45m$$

۲۹. گزینه ۴

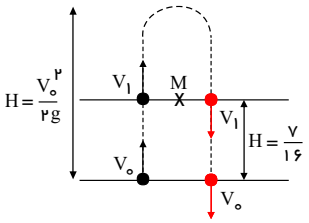
$$\text{ارتفاع اوج} = H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{900}{20}m = 45m \quad , \quad \text{زمان رسیدن به اوج} = T = \frac{V_0}{g} = \frac{30}{10}s = 3s$$

بعد از رسیدن به اوج رو به پایین برمی‌گردد و ۱/۵ ثانیه دیگر سقوط می‌کند. این مسافت را هم حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}(10)(1/5)^2 m = 11/25m$$

$$\text{کل مسافت پیموده شده} = H + \Delta y_2 = (45 + 11/25)m = 56/25m$$

۳۰. گزینه ۴



$$V_1^2 - V_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow V_1^2 - V_0^2 = -2g \times \frac{7}{16} \times \frac{V_0^2}{2g}$$

$$V_1^2 - V_0^2 = \frac{-7}{16}V_0^2 \Rightarrow V_1^2 = \frac{9}{16}V_0^2 \Rightarrow |V_1| = \frac{3}{4}V_0$$

$$V = gt + V_0 \Rightarrow \pm\frac{3}{4}V_0 = -gt + V_0 \Rightarrow gt = \begin{cases} \frac{3}{4}V_0 + V_0 = \frac{7}{4}V_0 \Rightarrow t = \frac{7V_0}{4g} \\ -\frac{3}{4}V_0 + V_0 = \frac{1}{4}V_0 \Rightarrow t = \frac{V_0}{4g} \end{cases}$$

۳۱. گزینه ۳

روش اول: سرعت پرتاب در $\frac{3}{4}$ ارتفاع اوج برحسب سرعت اولیه برابر است با:

$$V^2 - V_0^2 = -2gy \quad \text{و} \quad H = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$V^2 - V_0^2 = -2g \times \frac{3}{4}H \Rightarrow V^2 - V_0^2 = -2g \times \frac{3}{4} \times \frac{V_0^2}{2g} \Rightarrow V^2 = \frac{1}{4}V_0^2 \Rightarrow V = \frac{1}{2}V_0$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{سرعت متوسط از نقطه پرتاب تا } \frac{3}{4} \text{ ارتفاع اوج} \Rightarrow \bar{V}_1 = \dfrac{V_0 + \frac{1}{2}V_0}{2} = \frac{3}{4}V_0 \\ \text{سرعت متوسط پرتاب از } \frac{3}{4} \text{ ارتفاع اوج تا نقطه اوج} \Rightarrow \bar{V}_2 = \frac{1}{2}\frac{V_0}{2} = \frac{1}{4}V_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = 3$$

روش دوم: سرعت در $\frac{m}{n}$ ارتفاع اوج برابر با $V = V_0\sqrt{1 - \frac{m}{n}}$

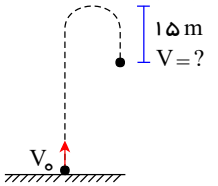
$$V = V_0\sqrt{1 - \frac{m}{n}} = V_0\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{V_0}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{V}_1 = \dfrac{V_0 + \frac{1}{2}V_0}{2} = \frac{3}{4}V_0 \\ \bar{V}_2 = \dfrac{\frac{1}{2}V_0 + 0}{2} = \frac{1}{4}V_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = 3$$

۳۲. گزینه ۲ ابتدا ارتفاع اوج را به دست می‌آوریم:

$$H=\frac{V_{\circ}^{۲}}{۲g}=\frac{۹۰۰}{۲۰}=۴۵m$$

پس تا ارتفاع اوج $۴۵m$ را طی کرده و $۱۵m$ بعدی را هنگام بازگشت طی کرده است. حال یک مستقل از زمان از نقطه اوج تا $۱۵m$ زیر نقطه اوج می‌نویسیم.



$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=۲gh\Rightarrow V^{۲}-۰=۲\times۱۰\times۱۵$$

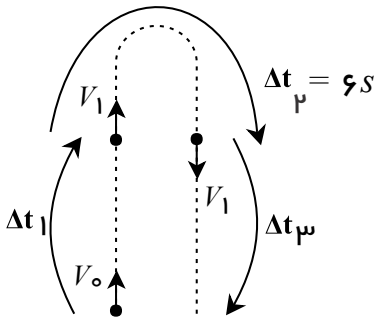
$$V^{۲}=۳۰۰\Rightarrow V=\pm۱۰\sqrt{۳}\Rightarrow V=-۱۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$ **چون گلوله هنگام بازگشت است پس:**

۳۳. گزینه ۴

$$\Delta t_{۲}=۶\,s$$

کل زمان رفت و برگشت : $T=\frac{۲V_{O}}{g}=\frac{۲\times۶۵}{۱۰}=۱۳\,s$

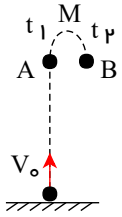
$$\Delta t_{۱}=\Delta t_{۳}=\frac{۱۳-۶}{۲}=۳/۵\,s$$



۳۴. گزینه ۳ فرض می‌کنیم در لحظات $t_{۱}$ و $t_{۲}$ به ترتیب در نقاط A و B قرار دارد و مجموع دو طول AM و BM برابر ۴۰ است، پس فاصله AM برابر $۲۰m$ است. با توجه به اینکه سرعت گلوله در نقطه M برابر صفر است داریم:

$$V^{۲}-V_{A}^{۲}=-۲g\Delta y$$

$$۰-V_{A}^{۲}=-۲\times۱۰\times۲۰\Rightarrow V_{A}=۲۰m/s$$



۳۵. گزینه ۲ راه حل اول:

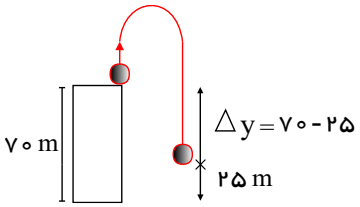
باتوجه به نمودار در لحظه $t=۴$ سرعت گلوله صفر شده یعنی زمان اوج گلوله ۴ ثانیه است.

$$t=\frac{V_{\circ}}{g}\Rightarrow ۴=\frac{V_{\circ}}{۱۰}\Rightarrow V_{\circ}=۴۰\ \frac{m}{s}$$

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲g(\Delta y)$$

$$V^{۲}-۴۰^{۲}=-۲۰(۲۵-۷۰)\Rightarrow V^{۲}-۱۶۰۰=-۲۰(-۴۵)$$

$$V^{۲}=۱۶۰۰+۹۰۰\Rightarrow V^{۲}=۲۵۰۰\Rightarrow |V|=۵۰\frac{m}{s}$$



راه حل دوم: استفاده از روش تصاعد

نکته: در سقوط آزاد در هر ثانیه به اندازه $۱۰\frac{m}{s}$ به سرعت گلوله اضافه می شود.

$$t=\frac{V_{\circ}}{g}\Rightarrow ۴=\frac{V_{\circ}}{۱۰}\Rightarrow V_{\circ}=۴۰\frac{m}{s}$$

باتوجه به نمودار زمان اوج گلوله $۴s$ است.

این گلوله بعد از $۸s$ به نقطه پرتاب برمی گردد در آن لحظه سرعت آن $V=-۴۰\frac{m}{s}$ خواهد شد. و یک ثانیه بعد سرعت آن به $-۵۰\frac{m}{s}$ می رسد و جابجایی گلوله در این یک ثانیه

$$\Delta y=\frac{-۵۰-۴۰}{۲}\times ۱=۴۵m$$ می شود به عبارت دیگر هنگامی که اندازه سرعت گلوله به $۵۰\frac{m}{s}$ می رسد گلوله در ۲۵ متری سطح زمین قرار می گیرد.