۲۶. گزینه ۳ **معادله ی مکان اجسام را می نویسیم:**

$$\left.\begin{aligned} y_۱ &= -\frac{۱}{۲}gt^۲ + ۱۶t \\ y_۲ &= -\frac{۱}{۲}gt^۲ - V_\circ t + ۳۴/۵ \end{aligned}\right\} y_۱ = y_۲ \Rightarrow (۱۶+V_\circ)t = ۳۴/۵ \Rightarrow (۱۶+V_\circ)\times ۱/۵ = ۳۴/۵ \Rightarrow V_\circ = ۷\frac{m}{s}$$

۲۷. گزینه ۲ **طبق صورت سوال در لحظه‌ی برخورد دو گلوله به هم، اندازه‌ی سرعت آن‌ها با هم برابر است ولی چون جهت حرکت آن‌ها مخالف یک‌دیگر است، بنابراین سرعت آن‌ها قرینه‌ی یک‌دیگر می‌باشد، با انتخاب جهت مثبت به طرف بالا، داریم:**

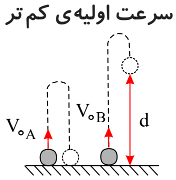
$$VA = -gt + V_\circ A \Rightarrow VA = -gt$$
$$VB = -gt + V_\circ B$$
$$VA = -VB \Rightarrow -gt = -(-gt + V_\circ B) \Rightarrow t = \frac{V_\circ B}{۲g} \Rightarrow t = \frac{V_\circ B}{۲۰} \quad (۱)$$

از طرفی در لحظه‌ی برخورد، مکان دو گلوله با هم یکسان است, بنابراین داریم:

$$yA = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ At + y_\circ A \Rightarrow yA = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + \circ + ۶\circ$$
$$yB = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ Bt + y_\circ B \Rightarrow yB = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ Bt$$
$$\Rightarrow yA = yB \Rightarrow -\frac{۱}{۲}gt^۲ + ۶\circ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ Bt \Rightarrow t = \frac{۶\circ}{V_\circ B} \quad (۲)$$
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{V_\circ B}{۲\circ} = \frac{۶\circ}{V_\circ B} \Rightarrow V_\circ B = ۲\circ\sqrt{۳}\frac{m}{s} \xrightarrow{(۱)} t = \frac{V_\circ B}{۲\circ} = \frac{۲\circ\sqrt{۳}}{۲\circ} \Rightarrow t = \sqrt{۳}s$$

۲۸. گزینه ۲ **هنگامی که از سطح زمین دو گلوله‌ی A و B را همزمان در راستای عمودی به طرف بالا پرتاب می‌کنیم، با گذشت زمان فاصله‌ی دو گلوله پیوسته افزایش می‌یابد؛ به گونه‌ای که بیشترین فاصله‌ی دو گلوله از هم در لحظه‌ای خواهد بود که گلوله‌ی با سرعت اولیه‌ی کم‌تر به زمین رسیده باشد. بنابراین داریم:**

$$t_{\text{کل}} = \frac{۲V_\circ A}{g} = \frac{۲\times ۱۸}{۱\circ} = ۳/۶\, s$$
$$VB = -gt_{\text{کل}} + V_\circ B \Rightarrow VB = -۱\circ \times ۳/۶ + ۳۴ = -۲\frac{m}{s} \Rightarrow |VB| = ۲\frac{m}{s}$$

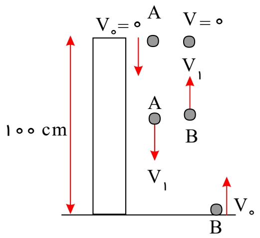


۲۹. گزینه ۲

فرض کنید برای گلوله‌ی A حرکت از نقطه‌ی شروع تا لحظه‌ای که به B برسد به مدت $t_۱$ طول بکشد $(-V_۱ = -gt_۱ + \circ)$

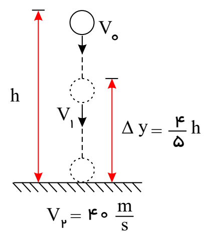
برای B هم همین مدت طول می کشد تا سرعتش از $V_۱$ به صفر برسد، زیرا شتاب هر دو گلوله برابر است $(\circ = -gt_۱ + V_۱)$، پس می‌توان گفت نقطه‌ی اوج B همان محل رها شدن A است.

$$H = \frac{V_\circ^۲}{۲g} \Rightarrow ۱\circ\circ = \frac{V_\circ^۲}{۲\circ} \Rightarrow V_\circ^۲ = ۲\circ\circ\circ \Rightarrow V_\circ = ۲\circ\sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

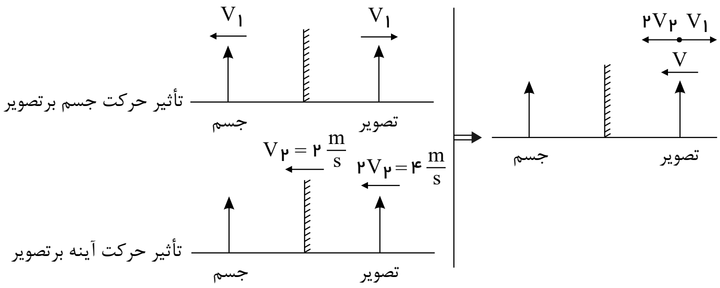


۳۰. گزینه ۳ **ابتدا با استفاده از رابطه‌ی سرعت متوسط، سرعت $V_۱$ را به دست آورده و سپس با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان، ارتفاع h را حساب می‌کنیم. با انتخاب جهت مثبت محور yها رو به پایین داریم:**

$$\bar{V} = \frac{V_۱ + V_۲}{۲} \Rightarrow ۳\circ = \frac{V_۱ + ۴\circ}{۲} \Rightarrow V_۱ = ۲\circ\frac{m}{s}$$
$$V^۲ - V_\circ^۲ = ۲g\Delta y \Rightarrow ۱۶\circ\circ - ۴\circ\circ = ۲\times ۱\circ \times \frac{۴}{۵}h \Rightarrow h = ۷۵m$$

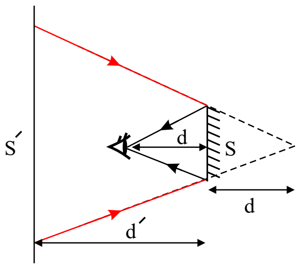


۳۱. گزینه ۲



$$V_{\text{تصویر}} = ۲V_۲ - V_۱ \Rightarrow ۱ = ۴ - V_۱ \Rightarrow V_۱ = ۳m/s$$

۳۲. گزینه ۳



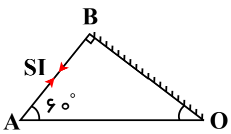
$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{d'+d}{d}\right)^۲ = \left(\frac{۲d+d}{d}\right)^۲$$

$$\Rightarrow S' = ۹ \times ۲۰۰ = ۱۸۰۰cm^۲$$

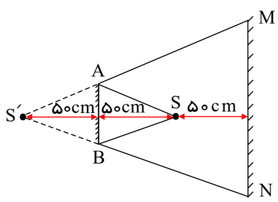
۳۳. گزینه ۴ برای آن که پرتو SI منطبق بر خودش بازتاب یابد، لازم است به صورت عمود بر آینه‌ی تخت بتابد، بنابراین چون مجموع زوایای داخلی هر مثلثی برابر ۱۸۰° است. می‌توان نوشت:

$$۶۰^\circ + ۹۰^\circ + \hat{O} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{O} = ۳۰^\circ$$

بنابراین برای آن‌که $\hat{O}$ از ۷۰° به ۳۰° کاهش یابد، لازم است آینه را حول محور عمود بر صفحه‌ی کاغذ گذرا از نقطه‌ی O به اندازه‌ی ۴۰° پادساعتگرد دوران دهیم.

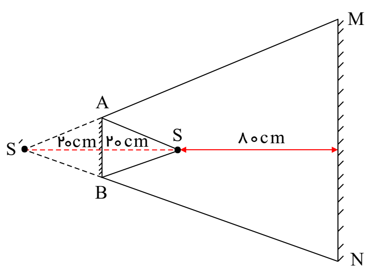


۳۴. گزینه ۲ حالت اول:



$$\frac{MN}{AB} = \frac{۱۵۰}{۵۰} \Rightarrow MN = ۳AB$$

حالت دوم:



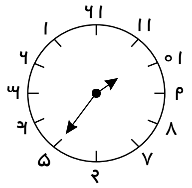
$$\frac{MN}{AB} = \frac{۱۲۰}{۲۰} \Rightarrow MN = ۶AB$$

$$\frac{MN_{\text{حالت دوم}}}{MN_{\text{حالت اول}}} = \frac{۶AB}{۳AB} = ۲$$

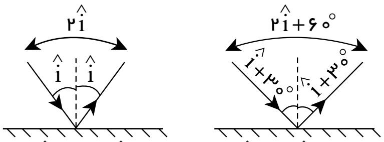
۳۵. گزینه ۳ راه اول: باتوجه به این که تصویر درآینه‌ی تخت دارای ویژگی وارون جانبی است، بنابراین ساعت را به صورت زیر در آینه خواهیم دید و درنتیجه ساعت برابر با $۱۰ : ۲۵'$ خواهد بود.

راه دوم: اگر ساعت مورد نظر را از ساعت ۱۲ کم کنیم، عدد ساعت واقعی به دست می‌آید (به شرطی که ساعت ۱۲ نباشد). داریم:

$$۱۲ : ۰۰ - ۱ : ۳۵' = ۱۰ : ۲۵'$$



۳۶. گزینه ۱ باتوجه به قانون بازتاب که زاویه‌ی تابش و بازتاب همواره با هم برابر است. در نتیجه در آینه‌ی تخت اگرزاویه‌ی تابش را به اندازه‌ی α افزایش دهیم، زاویه‌ی بازتاب نیز به اندازه‌ی α افزایش می‌یابد.



$$۴(۲\hat{i}) = (۲\hat{i}+۶۰) \Rightarrow ۸\hat{i} = ۲\hat{i}+۶۰ \Rightarrow \hat{i} = ۱۰$$

۳۷. گزینه ۴ چون فاصله‌ی جسم تا آینه برابر با فاصله‌ی تصویر تا آینه است، در لحظه‌ی مورد نظر جسم باید در فاصله‌ی ۱۰ متری از سطح آینه باشد بنابراین $۲۰m$ سقوط کرده است. زمان لازم برای $۲۰m$ سقوط برابر است با:

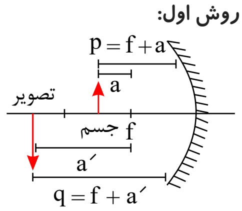
$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -۲۰ = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t^۲ \Rightarrow t = ۲s$$

۳۸. گزینه ۳ در حالت اول، بزرگنمایی برابر ۳ بود. در حالت دوم که جسم به محل تصویر منتقل شده تصویر جدید نیز به محل جسم (در حالت اول) منتقل می‌شود. یعنی در این حالت، بزرگ‌نمایی $\frac{۱}{۳}$ خواهد شد در نتیجه طول تصویر $\frac{۱}{۳}$ طول جسم می‌شود که این طول، $\frac{۱}{۹}$ تصویر اولیه خواهد بود.

$$\left.\begin{aligned} m_۱ &= ۳ = \frac{q_۱}{p} \Rightarrow q_۱ = ۳p \\ m_۲ &= \frac{۱}{۳} = \frac{q_۲}{p} \Rightarrow q_۲ = \frac{۱}{۳}p \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{۱}{۹}$$

۳۹. گزینه ۳

روش اول:



رابطه‌ی نیوتن $aa' = f^۲ \Rightarrow a \times ۲۵a = f^۲ \Rightarrow f = ۵a$

$$m = \frac{q}{p} = \frac{f+a'}{f+a} = \frac{f+۲۵a}{f+a} = \frac{۵a+۲۵a}{۵a+a} = ۵$$

روش دوم:

$$m = \frac{f}{a} = \frac{a'}{f} \Rightarrow a' = ۲۵a \Rightarrow f^۲ = aa' = ۲۵aa \Rightarrow f = ۵a$$

$$\frac{a'}{a} = m^۲ \Rightarrow ۲۵ = m^۲ \Rightarrow m = ۵$$

$$m = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow ۵ = \frac{A'B'}{۱۰} \Rightarrow A'B' = ۵۰cm$$

۴۰. گزینه ۴

با توجه به رابطه بسل داریم:

$$\Delta p = f\left|\frac{۱}{m_۲} - \frac{۱}{m_۱}\right| \Rightarrow ۲۰ = f\left|\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴}\right| \Rightarrow f = ۸۰cm$$

بنابراین می توان در حالت دوم گفت:

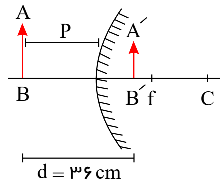
$$m = \frac{a'}{f} \Rightarrow ۲ = \frac{a'}{۸۰} \Rightarrow a' = ۱۶۰cm$$

چون تصویر مستقیم (مجازی) است می توان نتیجه گرفت در پشت آینه تشکیل شده است، بنابراین فاصله آن تا مرکز آینه برابر است با:

فاصله تصویر تا مرکز آینه $= a' + \overline{FC} = ۱۶۰ + ۸۰ = ۲۴۰cm$

۴۱. گزینه ۴ تصویر کوچکتر از جسم و مستقیم خواهد بود و تصویر رأس به قاعده‌ی آن نزدیکتر خواهد بود.

۴۲. گزینه ۴



$$d = q + p = ۳۶ \Rightarrow q + p = \frac{۶}{۵}p \Rightarrow q = \frac{p}{۵}$$

$$۳۶ = \frac{۶p}{۵} \Rightarrow p = ۳۰\ cm \Rightarrow q = ۶cm$$

$$\frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۳۰} - \frac{۱}{۶} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow f = ۷/۵cm \Rightarrow R = ۲f = ۱۵cm$$

۴۳. گزینه ۱ روش اول: در آینه‌های محدب، همواره تصویری مجازی داریم. بنابراین:

$$\begin{cases} m_۱ = \dfrac{q_۱}{p_۱} = \dfrac{۱}{۴} \Rightarrow q_۱ = \dfrac{p_۱}{۴} \\ \dfrac{۱}{p_۱} - \dfrac{۱}{q_۱} = -\dfrac{۱}{f} \Rightarrow \dfrac{۱}{p_۱} - \dfrac{۴}{p_۱} = -\dfrac{۱}{f} \Rightarrow p_۱ = ۳f \end{cases}$$
$$\begin{cases} m_۲ = \dfrac{q_۲}{p_۲} = \dfrac{۱}{۵} \Rightarrow q_۲ = \dfrac{p_۲}{۵} \\ \dfrac{۱}{p_۲} - \dfrac{۱}{q_۲} = -\dfrac{۱}{f} \Rightarrow \dfrac{۱}{p_۲} - \dfrac{۵}{p_۲} = -\dfrac{۱}{f} \Rightarrow p_۲ = ۴f \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \Delta p = p_۲ - p_۱ = ۴f - ۳f \Rightarrow \Delta p = f = ۳۲\ cm$$

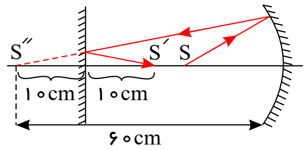
روش دوم: اگر a فاصله‌ی جسم از کانون آینه‌ی محدب باشد، می‌توان نوشت: $p = a - f$

از طرفی با استفاده از رابطه‌ی نیوتون در آینه‌ها $a = \dfrac{f}{m}$ می‌توان نوشت: $p = \dfrac{f}{m} - f$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$p_۱ = \frac{f}{m_۱} - f\ ,\ p_۲ = \frac{f}{m_۲} - f \Rightarrow p_۲ - p_۱ = \frac{f}{m_۲} - \frac{f}{m_۱} = ۳۲ \times (۵ - ۴) \Rightarrow \Delta p = ۳۲\ cm$$

۴۴. گزینه ۲ در بررسی مسئله‌های مربوط به ترکیب آینه‌ها، در ابتدا یکی از آینه‌ها را به تنهایی در نظر می‌گیریم. برای آینه‌ی مقعر داریم:



$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \xrightarrow[f=۲۰\ cm]{p=۳۰\ cm} \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow q = ۶۰\ cm$$

به عبارتی فاصله‌ی این تصویر از آینه‌ی تخت $۱۰\ cm$ است که اگر آن را برای آینه‌ی تخت یک جسم در نظر بگیریم، تصویرش در فاصله‌ی $۱۰\ cm$ از آینه‌ی تخت و در مقابل آن خواهد بود، یعنی $SS' = ۱۰\ cm$ است.

۴۵. گزینه ۳ ⋆ نکته: در آینه‌ی مقعر در صورتی که تصویر حقیقی باشد. اگر جسم به محل تصویر منتقل شود، تصویر نیز به محل جسم منتقل شده و بزرگنمایی آینه در حالت دوم وارون بزرگ‌نمایی آینه در حالت اول خواهد شد، یعنی $(m_۲ = \dfrac{۱}{m_۱})$. در این سؤال چون جسم در خارج از فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر قرار دارد، پس تصویر آن حقیقی است. بنابراین لازم است تا ابتدا بزرگ نمایی را در حالت اول به دست بیاوریم و داریم:

تصویر حقیقی : $p_۱ = f + \dfrac{f}{m_۱} \Rightarrow ۲۵ = ۵ + \dfrac{۵}{m_۱} \Rightarrow m_۱ = \dfrac{۱}{۴}$

اگر طول جسم را با AB و طول تصویر را با $A'B'$ نشان دهیم، داریم:

$$m = \frac{\text{طول تصویر}}{\text{طول جسم}} \Rightarrow m_۱ = \frac{(A'B')_۱}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{(A'B')_۱}{AB} \Rightarrow (A'B')_۱ = \frac{۱}{۴}AB$$

در حالت دوم داریم:

$$m_۲ = \frac{۱}{m_۱} = ۴ \Rightarrow ۴ = \frac{(A'B')_۲}{AB} \Rightarrow (A'B')_۲ = ۴AB$$

$$\left|(A'B')_۲ - (A'B')_۱\right| = ۱۵ \Rightarrow ۴AB - \frac{۱}{۴}AB = ۱۵ \Rightarrow AB = ۴cm$$