

## پایخ تشریحی:

۱- گزینه ۳ پاسخ است.

چون جمله عمومی این دنباله به صورت دنباله ی حسابی است، لذا باید قدر نسبت آن برابر صفر باشد ( $b = 0$ ). لذا گراف  $a$ -منتظم است، پس:

$$10 \times a = 30 \rightarrow a = 3 \rightarrow a + b = 3$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

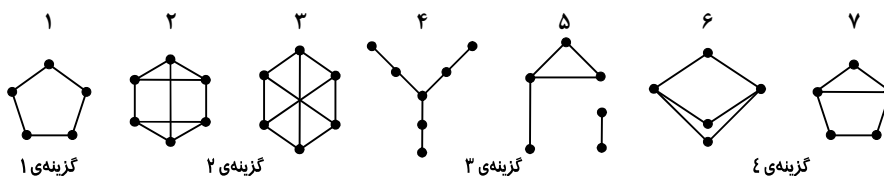
هر مسیر به طول ۴ دنباله‌ای ۵ رأسی است که در آن رأس تکراری وجود ندارد و هر دو جمله‌ی متوالی دنباله، مجاورند. در گراف کامل شرط دوم همواره برقرار است پس کافی است دنباله‌ای شامل ۵ رأس متمایز بنویسیم که در آن  $a$  و  $b$  مجاور باشند. ابتدا سه رأس از چهار رأس دیگر را انتخاب می‌کنیم (مانند  $c$  و  $e$  و  $f$ ) سپس آن‌ها را در یک ردیف چنان مرتب می‌کنیم که بسته‌ی  $a$  و  $b$  کنار هم باشند و چون جهت حرکت در مسیر اهمیت ندارد ما همواره در مسیریابی که مورد محاسبه قرار می‌دهیم از  $a$  به  $b$  حرکت می‌کنیم.

○, ○, ○, ○, ○

$$\textcircled{a, b}, c, e, f \quad \binom{4}{3} \times 4! = 96$$

۳- گزینه ۳ پاسخ است.

شکل گراف برای هر یک از گزینه‌ها به صورت زیر است:



گراف‌های شکل ۱، ۲، ۳، ۴ و ۷ همگی دارای چندضلعی بدون قطر هستند، پس بازه‌ای نیستند.

شکل ۴ تنها درخت مرتبه ۷ است که بازه‌ای نیست.

فقط شکل ۵ می‌تواند بازه‌ای باشد، بنابراین گزینه‌ی ۳ جواب درست است.

۴- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\sum \deg v_i = 7 + 7 + 6 + x + y + 3 + 3 + 3 = 2q = 2 \times 18 \Rightarrow x + y = 36 - 29 = 7$$

$$\Rightarrow \frac{3 \leq x, y \leq 6}{x + y = 7} \Rightarrow \text{تنها حالت ممکن} \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

۵- گزینه ۳ پاسخ است.

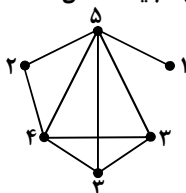
	(۱)	(۲)	(۳)	
$w_1$	a	d	d	کار $w_3$ الزاماً باید به $c$ سپرده شود آن‌گاه (با حذف $c$ )، $w_4$ فقط یک داوطلب خواهد داشت
$w_2$	b	b	b	(b) که ناگزیر به او سپرده می‌شود، سپس برای $w_1$ دو فرض قابل تصور است، اگر $w_1$ به $a$ سپرده شود، $w_4$ فقط به $e$ سپرده خواهد شد و اگر $w_1$ به $d$ سپرده شود برای $w_4$ دو حالت ممکن است، یکی آن که به $a$ و دیگری آن که به $e$ سپرده شود. بنابراین در مجموع سه راه حل ممکن برای تشخیص مشاغل به افراد وجود دارد:
$w_3$	c	c	c	
$w_4$	d	a	e	

۶- گزینه ۲ پاسخ است.

در گزینه‌ی ۱: ۳ رأس فرد وجود دارد، پس گراف نیست.

در گزینه‌ی ۳: دو رأس با درجه‌ی  $5 = p - 1$  وجود دارد که با همه‌ی رأس‌های دیگر مجاور هستند، پس مینیمم درجه باید حداقل ۲

باشد.



در گزینه‌ی ۴: رأس درجه‌ی ۵ با همه‌ی رأس‌ها مجاور است. با حذف آن به دنباله‌ی ۰، ۰، ۱، ۳

می‌رسیم که گراف نیست، ولی دنباله‌ی گزینه‌ی ۲ می‌تواند یک گراف باشد:





۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.

همان طور که می‌دانیم تعداد دورهای به طول  $m$  در گراف کامل  $K_p$  برابر است با:

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$$

رأس  $a$  حتماً یکی از ۴ رأس موجود در دور به طول ۴ است و رأس  $g$  قطعاً در میان این رأس‌ها نیست. پس باید از ۶ رأس دیگر، ۳ رأس را انتخاب کنیم.

تعداد دورها با ویژگی مورد نظر برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times \frac{(4-1)!}{2} = 20 \times 3 = 60$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\text{مجموع درجات} = 2q \Rightarrow 3+2+2+2+1+1+1+1+1 = 2q \Rightarrow q=7, p=9$$

می‌دانیم گراف فرد منتظم از مرتبه فرد نداریم پس باید  $r$  زوج باشد و چون در این دنباله درجه‌ی ۳ داریم پس حداقل مقدار برای  $r$ ، ۴ خواهد بود.

با این توضیح اگر گراف ۴- منتظم را در نظر بگیریم، داریم:

$$pr = 2q'$$

$$9 \times 4 = 2q' \Rightarrow q' = 18$$

پس حداقل تعداد یال لازم برابر است با:

$$q' - q = 18 - 7 = 11$$