

## پایه چهارم | آزمون هفتگی ۱۶

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»



صفحه ۱ از ۲

تاریخ: ۲۴ آبان ماه ۹۶

مدت آزمون: ۶۵ دقیقه

کلاس: ۴۰۱ و ۴۰۲

رشته: ریاضی

درس: گسسته

محل انجام محاسبات:

۱. عضو ابتدای کدام مجموعه، کوچک تر از سایرین است؟

$$A = \{-3, 2\} \quad (1) \quad B = \left\{-\frac{1}{n} + 1 \mid n \in \mathbb{N}\right\} \quad (2)$$

$$C = \{438 - 19q \geq 0 \mid q \in \mathbb{Z}\} \quad (3) \quad D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 8\} \quad (4)$$

۲. چند عدد طبیعی مانند  $b$  وجود دارد که در تقسیم عدد  $923$  بر  $b$ ، خارج قسمت برابر  $9$  و مقسوم علیه مضرب  $3$  شود؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۳. در تقسیم عدد  $71$  بر عدد طبیعی  $b$ ، خارج قسمت برابر  $4$  است. چند مقدار برای  $b$  وجود دارد؟

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) 5$$

۴. کوچک ترین عضو مثبت مجموعه  $S = \{-48 - 5q \mid q \in \mathbb{Z}\}$  کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 7 \quad (3) 8 \quad (4) 3$$

۵. در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر عدد  $10$ ، خارج قسمت، جذر باقیمانده است. چند مقدار برای  $a$  وجود دارد؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۶. خارج قسمت تقسیم عدد  $13! - 1$  بر  $13$  کدام است؟

$$(1) 12! \quad (2) 12! - 1 \quad (3) 12! + 1 \quad (4) 12! - 11$$

۷. اگر  $k$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند، آنگاه کدام یک از معادلات زیر در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است؟

$$(1) n^2 = 8k \quad (2) n^2 = 8k + 1 \quad (3) n^2 = 8k + 3 \quad (4) n^2 = 8k + 4$$

۸. خارج قسمت تقسیم  $787$  بر چند عدد طبیعی برابر  $10$  است؟

$$(1) 10 \quad (2) 8 \quad (3) 7 \quad (4) 6$$

۹. عدد  $2^{39} + 3^{52}$  بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

$$(1) 71 \quad (2) 72 \quad (3) 73 \quad (4) 89$$

۱۰. به ازای چند عدد طبیعی  $n < 100$ ، رابطه های  $1 - 3^{2n}$  و  $1 + 2^{2n}$ ، هر دو برقرارند؟

$$(1) 4 \quad (2) 8 \quad (3) 6 \quad (4) 9$$

۱۱. اگر  $x|a - 2$  و  $x|b - 5$  باقی مانده  $9 - ab$  بر  $x$  کدام عدد است؟ ( $x > 20$ ,  $x \in \mathbb{N}$ )

$$(1) 1 \quad (2) 19 \quad (3) 20 \quad (4) 7$$

۱۲. اگر  $5a + 9b$  بر  $3a + 4b$  مضرب  $3a + 4b$  است؟

$$(1) 21b \quad (2) 15b \quad (3) 18b \quad (4) 24b$$

۱۳. اگر  $a|b$ ، کدام نتایج زیر در حالت کلی برقرار نیست؟

$$(1) a^2 \mid 3b^2 + a^3 \quad (2) a^2 \mid (a-b)^3 \quad (3) a \mid 7b - 5a \quad (4) a^3 \mid 3b^2 + a^4$$

۱۴. در یک عمل تقسیم، مقسوم  $8$  برابر باقیمانده است و باقیمانده حداکثر مقدار خود را دارا می باشد. مقسوم کدام است؟

$$(1) 46 \quad (2) 48 \quad (3) 52 \quad (4) 56$$

۱۵. عضو ابتدای مجموعه  $S$  برابر  $3$  است. اگر برای هر  $K \in S$  نتیجه شود که  $K + 5 \in S$ ، کدام عدد زیر حتماً عضوی از  $S$  است؟

$$(1) 142 \quad (2) 158 \quad (3) 169 \quad (4) 177$$

۱۶. حاصل ضرب دو عدد به شکل  $4q + 3$  و همچنین حاصل ضرب دو عدد به شکل  $6k + 5$  به ترتیب از راست به چپ، کدام می تواندباشد؟ ( $q, k \in \mathbb{Z}$ )

$$(1) 81 - 129 \quad (2) 85 - 123 \quad (3) 81 - 123 \quad (4) 85 - 129$$

۱۷. اگر  $4x^2 - 3x^3 - x^3$  مضرب  $11$  باشد، آنگاه مجموع ارقام بزرگترین عد طبیعی دو رقمی  $x$  کدام است؟

$$(1) 12 \quad (2) 14 \quad (3) 16 \quad (4) 18$$

۱۸. در تقسیم  $a$  و  $b$  باقی مانده برابر  $r$  و در تقسیم  $a + 30$  بر  $a + 2$  باقی مانده برابر  $r + 4$  است. اگر  $q$  خارج قسمت هر دو تقسیمباشد، آن گاه  $q$  کدام است؟ ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )

$$(1) 10 \quad (2) 11 \quad (3) 12 \quad (4) 13$$

۱۹. اگر  $a, b, c$  عددهای صحیح باشند و  $a|b + c$  و  $a|bc$ ، آن گاه چه تعداد از گزاره های  $a|b^n + c^n$ ،  $a|b^n - c^n$  و  $a|b^n$  درستهستند؟ ( $n$  عدد طبیعی زوج است.)

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

۲۰. فرض کنید  $P(n)$  حکمی در مورد عدد طبیعی  $n$  باشد. اگر  $P(m)$  برای عدد طبیعی  $m$  ( $m > 1$ ) درست باشد و از درستی  $P(k)$ برای هر عدد طبیعی  $k \geq m$ ، بتوان درستی  $P(k+1)$  را نتیجه گرفت، آن گاه کدام عبارت زیر نمی تواند همواره صحیح باشد؟(۱) اگر  $m = 2$  باشد، آن گاه  $P(n)$  برای هر عدد طبیعی مخالف یک، درست است.(۲)  $P(n)$  برای هر عدد طبیعی  $n \geq m$  درست است.(۳) اگر  $P(n)$  درست باشد، آن گاه  $n \geq m$  است.(۴) به ازای  $k \geq m$ ، از درستی  $P(k)$  می توان درستی  $P(2k)$  را نتیجه گرفت.

۲۱. مجموع خارج قسمت و باقی مانده ی تقسیم عدد ۴۴- بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۱۲

۲۲. اگر  $a^3 | a+b$ ، آن گاه کدام نتیجه گیری لزوماً درست نیست؟  $(a, b \in \mathbb{N})$

- (۱)  $a^4 | b^2 - a^2$  (۲)  $a^3 | b^3 - a^3$  (۳)  $a^3 | b^3 - a^3$  (۴)  $a^4 | b^2 + a^2$

۲۳. کوچک ترین مقدار مثبت مجموعه ی  $S = \{x | x = -435 - 7q, q \in \mathbb{Z}\}$  به ازای کدام مقدار  $q$  به دست می آید؟

- (۱) -۶۲ (۲) -۶۳ (۳) ۶۲ (۴) ۶۳

۲۴. از رابطه  $a^5 | b^3$ ، کدام رابطه را نمی توان نتیجه گرفت؟

- (۱)  $a | b^3$  (۲)  $a^8 | b^5$  (۳)  $a^7 | b^4$  (۴)  $a^2 | b^7$

۲۵. چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی مانده ی تقسیم آن بر ۲۵، برابر مکعب خارج قسمت باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد طبیعی که باقی مانده ی تقسیم آن بر ۱۲ از  $\frac{3}{5}$  خارج قسمت، ۲ واحد بیشتر است. کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۲۷. کدام یک از گزاره های زیر، همواره درست است؟  $(a, b, c \in \mathbb{Z})$

- (۱) اگر  $a | b + c$ ، آن گاه  $a | b$  یا  $a | c$  (۲) اگر  $b + c | a$ ، آن گاه  $b | a$  یا  $c | a$   
(۳) اگر  $a | bc$ ، آن گاه  $a | b$  یا  $a | c$  (۴) اگر  $bc | a$ ، آن گاه  $b | a$  و  $c | a$

۲۸. اگر عدد  $a$  مضرب ۵ نباشد، باقی مانده ی تقسیم مربع  $a$  بر ۵، چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. بزرگترین عدد صحیحی که وقتی بر ۳۴ تقسیم شود، باقی مانده هفت برابر خارج قسمت باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۶۴ (۴) ۲۰۵

۳۰. باقی مانده ی تقسیم عدد زوج  $a$  بر ۲۳ برابر ۹ است. باقی مانده ی تقسیم  $\frac{a}{5}$  بر ۲۳ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۳۱. چه تعداد از مجموعه های زیر دارای کوچک ترین عضو هستند؟

(الف)  $\{x | 5x - 6 \geq 0, x \in \mathbb{Z}\}$

(ب)  $\{-5x + 6 | x \in \mathbb{Z}, x > 0\}$

(ج)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, 3^x \leq x^3\}$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲. اگر  $a, b$  اعداد صحیح متمایز و مثبتی باشند به طوری که باقیمانده تقسیم هر کدام از آنها بر ۲۳، دو برابر مکعب خارج قسمت باشد، آن گاه  $2a + b$  کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۲۵ (۳) ۱۴۹ (۴) ۸۷

۳۳. اگر  $a$  عضوی از مجموعه  $A = \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$  باشد، آن گاه به ازای چند مقدار  $a$ ، عددی طبیعی مانند  $k$  می توان یافت به گونه ای که رابطه ی  $a | k^2 + 2$  برقرار باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۳۴. اگر  $5a + 9b$  بر  $3a + 4b$  بخش پذیر باشد، آن گاه کدام یک از اعداد زیر همواره مضرب  $3a + 4b$  است؟  $(a, b \in \mathbb{N})$

- (۱)  $15b$  (۲)  $18b$  (۳)  $21b$  (۴)  $24b$

۳۵. اگر  $x, y$  و  $z$  سه عدد طبیعی باشند و  $xyz | xy + yz$ ، آن گاه باقی مانده ی تقسیم  $12y^3 - 2z^3 + 2x^3$  بر ۴ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۶. سه عدد صحیح به صورت  $a = 6q + 1$ ،  $b = 6q' + 3$  و  $c = 6q'' + 5$  مفروض اند. مربع چند عدد از میان اعداد مفروض را می توان به صورت  $8k + 1$  نوشت؟  $(k, q, q', q'' \in \mathbb{Z})$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷. اگر  $a$  عضو ابتدای مجموعه ی  $A = \{q \in \mathbb{Z} : 3q - 17 \geq 0\}$  بوده و  $b$  نیز عضو ابتدای مجموعه ی

$B = \{q \in \mathbb{Z} : 3q - 17 \geq 0\}$  باشند، آن گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱)  $a | b$  (۲)  $a \nmid b, b | a$  (۳)  $a = b$  (۴)  $|a| = |b|$

۳۸. کدام گزاره نادرست است؟

(۱) هر زیر مجموعه ی اعداد صحیح که کران بالا داشته باشد، دارای عضو ماکزیم است.

(۲) هر زیر مجموعه ی اعداد صحیح که کران پایین داشته باشد، دارای عضو مینیمم است.

(۳) اگر مجموعه ای کران داشته باشد، تعداد کران های بالای آن، نامتناهی است.

(۴) هر زیر مجموعه ی ناتهی از اعداد صحیح دارای عضو ابتداست.

۳۹. در اثبات  $n^2 > n^2; n \geq 5$  با روش استقراء ریاضی، کدام نامساوی بدیهی به کار می رود؟

- (۱)  $k^2 > k$  (۲)  $2k - 1 > 5$  (۳)  $(k-1)^2 > 2$  (۴)  $(k+1)^2 > 2$

۴۰. در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۱۵، باقی مانده برابر ۶ است. حداکثر چند واحد می توان به مقسوم اضافه کرد، به طوری که مقسوم علیه و خارج قسمت تغییر نکند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸