

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۱۶



صفحه ۱ از ۳

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۲۴ آبان ماه ۹۶

مدت آزمون: ۶۵ دقیقه

کلاس: ۴۰۳

رشته: ریاضی

درس: گسسته

۱- $a^2 + 1$ نقطه داخل مربعی به ضلع b مفروضند. حداقل دو نقطه از این نقاط فاصله‌شان از چه عددی کمتر است؟

$$\frac{\sqrt{2}b}{a} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}a}{2b} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}b}{2a} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}a}{b} \quad (۱)$$

۲- در اصل استقرای تعمیم یافته برای حکم $\left(\frac{n}{p}\right)^n \leq n! : n \geq m$ کمترین مقدار برای m کدام است؟

$$۹ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۱)$$

۳- کمترین تعداد افرادی که حداقل ۳ نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده باشند، کدام است؟

$$۱۶۹ \quad (۴)$$

$$۸۵ \quad (۳)$$

$$۷۳ \quad (۲)$$

$$۱۰۴ \quad (۱)$$

۴- در یک مدرسه ۱۰۰ نفری حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان باشد؟

$$۱۶ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۱۴ \quad (۲)$$

$$۱۳ \quad (۱)$$

۵- در کیسه ای ۴ توپ آبی، ۵ توپ قرمز و ۶ توپ سفید داریم حداقل چند توپ برداریم تا مطمئن شویم از هر رنگ حداقل ۲ توپ داریم؟

$$۱۳ \quad (۴)$$

$$۱۱ \quad (۳)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۱)$$

۶- حاصل عبارت $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1)$ به ازای هر عدد طبیعی n کدام است؟

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad (۴)$$

$$n^3 + 1 \quad (۳)$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad (۱)$$

۷- در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۸ مهره قرمز و ۱۰ مهره سبز داریم حداقل چند مهره خارج کنیم تا حتماً از دو رنگ سبز و آبی در آن مشاهده شود؟

$$۱۹ \quad (۴)$$

$$۱۷ \quad (۳)$$

$$۱۳ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

۸- کدامیک از عبارات زیر را نمی‌توان با مثال نقض، رد کرد؟

(۱) اگر n^2 مضرب ۱۲ باشد n نیز مضرب ۱۲ است.

(۲) عبارت $n^2 + 37n + 19$ به ازای هر عدد طبیعی یک عدد اول است.

(۳) هر سه عدد طبیعی متوالی، طول اضلاع یک مثلث می‌باشند.

(۴) مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ می‌باشد که در آن k عددی صحیح است.

۹- کدام گزینه یک قضیه کلی است؟

(۱) هر عدد طبیعی را می‌توان بصورت حاصل جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

(۲) مجموع مکعبهای n عدد متوالی با شروع از یک، برابر است با مربع مجموع آنها.

(۳) اگر n نقطه اختیاری روی محیط یک دایره انتخاب کرده و n ضلعی حاصل و قطرهای آنرا رسم کنیم، دایره به 2^{n-1} ناحیه تقسیم می‌شود.

(۴) اگر x, y دو عدد گنگ باشند، x^y نیز عددی گنگ است.

۱۰- کدام گزینه مثالی نقض برای گزاره زیر است؟

«هر عدد طبیعی را می‌توان بصورت مجموع سه مربع کامل نوشت.»

$$۲۴ \quad (۴)$$

$$۵۹ \quad (۳)$$

$$۶۳ \quad (۲)$$

$$۸۹ \quad (۱)$$

۱۱- اصل استقرای قوی ریاضی بیان می‌کند که: هر زیر مجموعه مانند S و شامل ۱ از اعداد طبیعی که دارای این خاصیت باشد که ، با مجموعه \mathbb{N} برابر است.

(۲) هر زیر مجموعه S از بالا کراندار باشد.

(۱) اگر $n \in S$ ، آنگاه $n+1 \in S$

(۳) اگر اعداد طبیعی کوچکتر از n در S باشند، آنگاه $n \in S$ (۴) هر زیر مجموعه S متناهی باشد.

محل انجام محاسبات:

۱۲- اگر $a \in A, A \subset \mathbb{Z}$ کوچکترین کران بالای A باشد، عضو ابتدای مجموعه $B = \{2a - x + 1 \mid x \in A\}$ کدام است؟

- (۱) a (۲) $a + 1$ (۳) از پایین بیکران است. (۴) $a + 1$

۱۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر دارای کوچکترین عضو نیست؟

- (۱) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, n! < 3^{n-1}\}$ (۲) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, 5^n < n!\}$
 (۳) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, 3^n < n^3\}$ (۴) $\{n \mid n \in \mathbb{Z}, \sqrt{n+2} > \sqrt[3]{n+8}\}$

۱۴- برای اثبات حکم «توان چهارم هر عدد حقیقی، عددی مثبت است» از روش استفاده می‌کنیم.

- (۱) نادرستی - برهان خلف (۲) درستی - اثبات بازگشتی (۳) درستی - اثبات مستقیم (۴) نادرستی - مثال نقض

۱۵- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ واحد، حداقل چند نقطه وجود داشته باشد تا بتوان اطمینان یافت که فاصله حداقل دو

نقطه از این نقاط کم‌تر از $\frac{1}{4}$ است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۳۷ (۳) ۶۵ (۴) ۲۵۷

۱۶- مجموعه‌ی $S \subseteq \mathbb{N}$ دارای دو خاصیت است: $25 \in S$ و اگر $n \in S$ باشد، آن‌گاه $n + 3 \in S$ است. کدام یک از اعداد زیر الزاماً عضو S است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۶ (۳) ۴۶ (۴) ۵۶

۱۷- در اثبات حکم «عبارت $11n + n^3$ به‌ازای تمامی مقادیر طبیعی n بر ۶ بخش‌پذیر است.» به روش استقرای ریاضی، کدام رابطه‌ی بدیهی مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

- (۱) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش‌پذیر است.
 (۲) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی بر ۲ بخش‌پذیر است.
 (۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متوالی، عددی فرد است.
 (۴) مجموع سه عدد طبیعی متوالی بر ۳ بخش‌پذیر است.

۱۸- در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ از طریق اثبات بازگشتی، رابطه‌ی بدیهی به‌دست آمده کدام است؟ (x و y دو عدد حقیقی

مثبت هستند.)

- (۱) $(x+y)^2 > 0$ (۲) $x^2 + y^2 > 0$ (۳) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ (۴) $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$

۱۹- در اثبات حکم $2\sqrt{x+1} \leq \sqrt{x} + \sqrt{x+2}$ به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام یک از نامساوی‌های زیر است؟

- (۱) $0 > 1$ (۲) $x > x$ (۳) $\sqrt{x} < 0$ (۴) $x < 0$

۲۰- عدد حقیقی را به‌طور تصادفی در بازه‌ی (۰, ۴) انتخاب می‌کنیم. جزء صحیح حداقل چه تعداد از این اعداد انتخابی با هم برابرند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۲۱- اگر بدانیم $11 \mid a + b$ آنگاه کدامیک صحیح است؟

- (۱) $11 \mid 6a - 5b$ (۲) $11 \mid 7a + 4b$ (۳) $11 \mid 3a + 9b$ (۴) $11 \mid a^2 + b^2$

۲۲- برای چند عدد طبیعی n رابطه $2n + 1 \mid 2n^2 - 3n + 5$ برقرار است؟

- (۱) هیچ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۳- از فرض $a^5 \mid b + c$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $a^3 \mid b^2 - c^2$ (۲) $a^{10} \mid b^2 + c^2$ (۳) $a \mid b^3 + c^3$ (۴) $a \mid b^2 - c^2$

۲۴- اگر n عددی طبیعی باشد، کدام گزینه ممکن است عدد صحیح نباشد؟

- (۱) $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$ (۲) $\frac{9^n - 5^n}{4}$ (۳) $\frac{9^n + 4^n}{13}$ (۴) $\frac{25^n - 9^n}{8}$

۲۵- اگر x و y و z هر سه مضرب ۱۲ باشند باقی مانده $x^3 + y^3 + z^3$ بر ۲۸۸ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۳

محل انجام محاسبات:

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۱۶



صفحه ۳ از ۳

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۲۴ آبان ماه ۹۶

مدت آزمون: ۶۵ دقیقه

کلاس: ۴۰۳

رشته: ریاضی

درس: گسسته

۲۶- اگر بدانیم $a^3 | b^5$ آنگاه کدامیک صحیح است؟

$$a^3 | b^4 \quad (4) \quad a^5 | b^7 \quad (3) \quad a^2 | b^3 \quad (2) \quad a^4 | b^7 \quad (1)$$

۲۷- اگر y, x اعداد طبیعی باشند بطوری که $xy + x + y = 20$ مقدار x کدام می تواند باشد؟

$$5 \quad (4) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

۲۸- فرض کنید $m | n - 1, m | n^2 + n - 1, m, n \in \mathbb{N}$ در این صورت:

$$m = 1 \text{ یا } 2 \quad (4) \quad m = 1 \quad (3) \quad m = 3 \quad (2) \quad m = 1 \text{ یا } 3 \quad (1)$$

۲۹- چند عدد طبیعی مانند n که $(2n^2 + 5n + 18) | (n + 1)$ یافت می شود؟

$$4 \text{ بیشمار} \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \text{ صفر} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۳۰- اگر $a | c, a | b$ آنگاه کدام نتیجه گیری درست نیست؟

$$ab | b^2 - bc \quad (4) \quad ab | b^2 - c^2 \quad (3) \quad a^2 | bc \quad (2) \quad a^2 | b^2 + c^2 \quad (1)$$

۳۱- در یک تقسیم اگر یک واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم، یک واحد از خارج قسمت کم می شود و یک واحد به باقیمانده اضافه می گردد. اگر مجموع مقسوم علیه و خارج قسمت برابر ۱۰ باشد، حداکثر مقسوم کدام است؟

$$31 \quad (4) \quad 29 \quad (3) \quad 26 \quad (2) \quad 21 \quad (1)$$

۳۲- عدد ۶۰۰ در تقسیم بر چند عدد طبیعی دارای خارج قسمتی برابر ۶ می باشد؟

$$15 \quad (4) \quad 16 \quad (3) \quad 14 \quad (2) \quad 12 \quad (1)$$

۳۳- در تقسیمی مقسوم علیه ۳۰ می باشد. اگر ۱۲۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم خارج قسمت و باقی مانده به ترتیب چند واحد اضافه می شوند؟

$$6 \text{ و } 5 \quad (4) \quad 5 \text{ و } 4 \quad (3) \quad 6 \text{ و } 4 \quad (2) \quad 4 \text{ و } 5 \quad (1)$$

۳۴- اگر باقی مانده تقسیم A بر ۲۳ برابر ۷ باشد باقی مانده تقسیم $A - 2$ بر ۲۳ کدام است؟

$$13 \quad (4) \quad 21 \quad (3) \quad 12 \quad (2) \quad 10 \quad (1)$$

۳۵- بزرگ ترین عددی که در تقسیم بر ۳۷ باقی مانده آن مربع خارج قسمت تقسیم باشد، کدام گزینه است؟

$$308 \quad (4) \quad 258 \quad (3) \quad 236 \quad (2) \quad 210 \quad (1)$$

۳۶- اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۵ به ترتیب ۴ و ۱ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴۵ چگونه است؟

$$(1) \text{ عدد اول} \quad (2) \text{ مضرب } 3 \quad (3) \text{ مضرب } 2 \quad (4) \text{ مربع کامل}$$

۳۷- مجموعه ی اعداد طبیعی به سه مجموعه ی A, B, C افراز شده است. اگر $A = \{n : n = 6k + 1, k \in \mathbb{N}\}$ و

$$B = \{n : n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}\}$$

$$C$$
 تعلق دارد؟

$$34 \quad (4) \quad -26 \quad (3) \quad 35 \quad (2) \quad 31 \quad (1)$$

۳۸- یک مکعب کامل به کدامیک از صورت های زیر نمی تواند باشد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$9k + 8 \quad (4) \quad 9k + 5 \quad (3) \quad 9k + 1 \quad (2) \quad 9k \quad (1)$$

۳۹- حاصل ضرب دو عدد به شکل $4q + 3$ و همچنین حاصل ضرب دو عدد به شکل $6k + 5$ به ترتیب از راست به چپ، کدام می تواند باشد؟ ($q, k \in \mathbb{Z}$)

$$85 - 129 \quad (4) \quad 81 - 123 \quad (3) \quad 85 - 123 \quad (2) \quad 81 - 129 \quad (1)$$

۴۰- اگر در تقسیم اعداد طبیعی a و $a + 99$ بر عدد طبیعی b ، باقی مانده ها به ترتیب a و 10 باشند، اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین مقدار b کدام است؟

$$80 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 75 \quad (2) \quad 30 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات: