

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۱۶



صفحه ۱ از ۳

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۲۴ آبان ماه ۹۶

مدت آزمون: ۶۵ دقیقه

کلاس: ۴۰۴، ۴۰۵ و ۴۰۶

رشته: ریاضی

درس: گسسته

۱- اگر بدانیم $a + b \mid 11$ آنگاه کدامیک صحیح است؟

$$(1) \ 11 \mid 6a - 5b \quad (2) \ 11 \mid 7a + 4b \quad (3) \ 11 \mid 3a + 9b \quad (4) \ 11 \mid a^2 + b^2$$

۲- برای چند عدد طبیعی n رابطه $2n^2 - 3n + 5 \mid 2n + 1$ برقرار است؟

$$(1) \ \text{هیچ} \quad (2) \ 4 \quad (3) \ 1 \quad (4) \ 2$$

۳- از فرض $a^5 \mid b + c$ کدام نتیجه گیری نادرست است؟

$$(1) \ a^2 \mid b^2 - c^2 \quad (2) \ a^{10} \mid b^2 + c^2 \quad (3) \ a \mid b^3 + c^3 \quad (4) \ a \mid b^2 - c^2$$

۴- اگر n عددی طبیعی باشد، کدام گزینه ممکن است عدد صحیح نباشد؟

$$(1) \ \frac{(2n)!}{(n!)^2} \quad (2) \ \frac{9^n - 5^n}{4} \quad (3) \ \frac{9^n + 4^n}{13} \quad (4) \ \frac{25^n - 9^n}{8}$$

۵- اگر x و y و z هر سه مضرب ۱۲ باشند باقی مانده $x^2 + y^2 + z^2$ بر ۲۸۸ کدام است؟

$$(1) \ 2 \quad (2) \ 6 \quad (3) \ \text{صفر} \quad (4) \ 3$$

۶- اگر بدانیم $a^3 \mid b^5$ آنگاه کدامیک صحیح است؟

$$(1) \ a^4 \mid b^7 \quad (2) \ a^2 \mid b^3 \quad (3) \ a^5 \mid b^7 \quad (4) \ a^3 \mid b^4$$

۷- اگر y, x اعداد طبیعی باشند بطوری که $xy + x + y = 20$ مقدار x کدام می تواند باشد؟

$$(1) \ 3 \quad (2) \ 8 \quad (3) \ 6 \quad (4) \ 5$$

۸- فرض کنید $m \mid n - 1, m \mid n^2 + n - 1, m, n \in \mathbb{N}$ در این صورت:

$$(1) \ m = 1 \ \text{یا} \ 3 \quad (2) \ m = 3 \quad (3) \ m = 1 \quad (4) \ m = 1 \ \text{یا} \ 2$$

۹- چند عدد طبیعی مانند n که $(2n^2 + 5n + 18) \mid (n + 1)$ یافت می شود؟

$$(1) \ 1 \quad (2) \ \text{صفر} \quad (3) \ 3 \quad (4) \ \text{بیشمار}$$

۱۰- اگر $a \mid c, a \mid b$ آنگاه کدام نتیجه گیری درست نیست؟

$$(1) \ a^2 \mid b^2 + c^2 \quad (2) \ a^2 \mid bc \quad (3) \ ab \mid b^2 - c^2 \quad (4) \ ab \mid b^2 - bc$$

۱۱- در یک تقسیم اگر یک واحد به مقسوم علیه اضافه کنیم، یک واحد از خارج قسمت کم می شود و یک واحد به باقیمانده اضافه می گردد. اگر مجموع مقسوم علیه و خارج قسمت برابر ۱۰ باشد، حداکثر مقسوم کدام است؟

$$(1) \ 21 \quad (2) \ 26 \quad (3) \ 29 \quad (4) \ 31$$

۱۲- عدد ۶۰۰ در تقسیم بر چند عدد طبیعی دارای خارج قسمتی برابر ۶ می باشد؟

$$(1) \ 12 \quad (2) \ 14 \quad (3) \ 16 \quad (4) \ 15$$

۱۳- در تقسیمی مقسوم علیه ۳۰ می باشد. اگر ۱۲۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم خارج قسمت و باقی مانده به ترتیب چند واحد اضافه می شوند؟

$$(1) \ 4 \ \text{و} \ 5 \quad (2) \ 4 \ \text{و} \ 6 \quad (3) \ 4 \ \text{و} \ 5 \quad (4) \ 5 \ \text{و} \ 6$$

۱۴- اگر باقی مانده تقسیم A بر ۲۳ برابر ۷ باشد باقی مانده تقسیم $A - 2$ بر ۲۳ کدام است؟

$$(1) \ 10 \quad (2) \ 12 \quad (3) \ 21 \quad (4) \ 13$$

۱۵- بزرگ ترین عددی که در تقسیم بر ۳۷ باقی مانده آن مربع خارج قسمت تقسیم باشد، کدام گزینه است؟

$$(1) \ 210 \quad (2) \ 236 \quad (3) \ 258 \quad (4) \ 308$$

۱۶- اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۵ به ترتیب ۴ و ۱ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴۵ چگونه است؟

$$(1) \ \text{عدد اول} \quad (2) \ \text{مضرب ۲} \quad (3) \ \text{مضرب ۳} \quad (4) \ \text{مربع کامل}$$

محل انجام محاسبات:

۱۷- مجموعه ی اعداد طبیعی به سه مجموعه ی A, B, C افزاز شده است. اگر $A = \{n : n = 6k + 1, k \in \mathbb{N}\}$ و

$B = \{n : n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ ، کدام عدد طبیعی به مجموعه ی C تعلق دارد؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۵ (۳) ۲۶- (۴) ۳۴

۱۸- یک مکعب کامل به کدام یک از صورت‌های زیر نمی‌تواند باشد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $9k$ (۲) $9k + 1$ (۳) $9k + 5$ (۴) $9k + 8$

۱۹- حاصل ضرب دو عدد به شکل $4q + 3$ و همچنین حاصل ضرب دو عدد به شکل $6k + 5$ به ترتیب از راست به چپ، کدام می‌تواند باشد؟ ($q, k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $81 - 129$ (۲) $85 - 123$ (۳) $81 - 123$ (۴) $85 - 129$

۲۰- اگر در تقسیم اعداد طبیعی a و $a + 99$ بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب 10 باشند، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار b کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۷۵ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۲۱- $a^2 + 1$ نقطه داخل مربعی به ضلع b مفروضند. حداقل دو نقطه از این نقاط فاصله‌شان از چه عددی کمتر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}a}{b}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}b}{2a}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}a}{2b}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}b}{a}$

۲۲- در اصل استقرای تعمیم یافته برای حکم $n \geq m : n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n$ کمترین مقدار برای m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۲۳- کمترین تعداد افرادی که حداقل ۳ نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده باشند، کدام است؟

- (۱) ۱۰۴ (۲) ۷۳ (۳) ۸۵ (۴) ۱۶۹

۲۴- در یک مدرسه ۱۰۰ نفری حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان باشد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۵- در کیسه ای ۴ توپ آبی، ۵ توپ قرمز و ۶ توپ سفید داریم حداقل چند توپ برداریم تا مطمئن شویم از هر رنگ حداقل ۲ توپ داریم؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۲۶- حاصل عبارت $n(n+1) + \dots + 3 \times 4 + 2 \times 3 + 1 \times 2$ به ازای هر عدد طبیعی n کدام است؟

- (۱) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$ (۲) $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{12} + 1$ (۳) $n^3 + 1$ (۴) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

۲۷- در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۸ مهره قرمز و ۱۰ مهره سبز داریم حداقل چند مهره خارج کنیم تا حتماً از دو رنگ سبز و آبی در آن مشاهده شود؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۲۸- کدامیک از عبارات زیر را نمی‌توان با مثال نقض، رد کرد؟

(۱) اگر n^2 مضرب ۱۲ باشد n نیز مضرب ۱۲ است.

(۲) عبارت $n^2 + 37n + 19$ به ازای هر عدد طبیعی یک عدد اول است.

(۳) هر سه عدد طبیعی متوالی، طول اضلاع یک مثلث می‌باشند.

(۴) مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ می‌باشد که در آن k عددی صحیح است.

۲۹- کدام گزینه یک قضیه کلی است؟

(۱) هر عدد طبیعی را می‌توان بصورت حاصل جمع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

(۲) مجموع مکعبهای n عدد متوالی با شروع از یک، برابر است با مربع مجموع آنها.

(۳) اگر n نقطه اختیاری روی محیط یک دایره انتخاب کرده و n ضلعی حاصل و قطرهای آنرا رسم کنیم، دایره به 2^{n-1} ناحیه تقسیم می‌شود.

(۴) اگر x, y دو عدد گنگ باشند، x^y نیز عددی گنگ است.

محل انجام محاسبات:

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۱۶



صفحه ۳ از ۳

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۲۴ آبان ماه ۹۶

مدت آزمون: ۶۵ دقیقه

کلاس: ۴۰۴، ۴۰۵ و ۴۰۶

رشته: ریاضی

درس: گسسته

۳۰- کدام گزینه مثالی نقض برای گزاره زیر است؟

«هر عدد طبیعی را می توان بصورت مجموع سه مربع کامل نوشت.»

۲۴ (۴)

۵۹ (۳)

۶۳ (۲)

۸۹ (۱)

۳۱- اصل استقرای قوی ریاضی بیان می کند که: هر زیر مجموعه مانند S و شامل ۱ از اعداد طبیعی که دارای این خاصیت باشد که ، با مجموعه \mathbb{N} برابر است.

(۲) هر زیر مجموعه S از بالا کراندار باشد.(۱) اگر $n \in S$ ، آنگاه $n+1 \in S$ (۳) اگر اعداد طبیعی کوچکتر از n در S باشند، آنگاه $n \in S$ (۴) هر زیر مجموعه S متناهی باشد.۳۲- اگر $a \in A, A \subset \mathbb{Z}$ ، کوچکترین کران بالای A باشد، عضو ابتدای مجموعه $B = \{2a - x + 1 \mid x \in A\}$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳) از پایین بیکران است.

۴ (۴) $a+1$

۳۳- کدام یک از مجموعه های زیر دارای کوچک ترین عضو نیست؟

(۲) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, 5^n < n!\}$

(۱) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, n! < 3^{n-1}\}$

(۴) $\{n \mid n \in \mathbb{Z}, \sqrt{n+2} > \sqrt[3]{n+8}\}$

(۳) $\{n \mid n \in \mathbb{N}, 3^n < n^3\}$

۳۴- برای اثبات حکم «توان چهارم هر عدد حقیقی، عددی مثبت است» از روش استفاده می کنیم.

(۱) نادرستی - برهان خلف (۲) درستی - اثبات بازگشتی (۳) درستی - اثبات مستقیم (۴) نادرستی - مثال نقض

۳۵- در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۲ واحد، حداقل چند نقطه وجود داشته باشد تا بتوان اطمینان یافت که فاصله حداقل دو

نقطه از این نقاط کم تر از $\frac{1}{4}$ است؟

۲۵۷ (۴)

۶۵ (۳)

۳۷ (۲)

۱۷ (۱)

۳۶- مجموعه $S \subseteq \mathbb{N}$ دارای دو خاصیت است: $25 \in S$ و اگر $n \in S$ باشد، آنگاه $n+3 \in S$ است. کدام یک از اعداد زیر الزاماً عضو S است؟

۵۶ (۴)

۴۶ (۳)

۳۶ (۲)

۱۶ (۱)

۳۷- در اثبات حکم «عبارت $11n + n^3$ به ازای تمامی مقادیر طبیعی n بر ۶ بخش پذیر است.» به روش استقرای ریاضی، کدام رابطه ی بدیهی مورد استفاده قرار می گیرد؟

(۱) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. (۲) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی بر ۲ بخش پذیر است.

(۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متوالی، عددی فرد است. (۴) مجموع سه عدد طبیعی متوالی بر ۳ بخش پذیر است.

۳۸- در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ از طریق اثبات بازگشتی، رابطه ی بدیهی به دست آمده کدام است؟ (x و y دو عدد حقیقی مثبت هستند.)

(۴) $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$

(۳) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$

(۲) $x^2 + y^2 > 0$

(۱) $(x+y)^2 > 0$

۳۹- در اثبات حکم $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} \leq 2\sqrt{x+1}$ به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام یک از نامساوی های زیر است؟

(۴) $x < 0$

(۳) $\sqrt{x} < 0$

(۲) $x > x$

(۱) $0 > 1$

۴۰- عدد حقیقی را به طور تصادفی در بازه ی (۰، ۴) انتخاب می کنیم. جزء صحیح حداقل چه تعداد از این اعداد انتخابی با هم برابرند؟

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۱۱ (۱)

محل انجام محاسبات:

