ریاضی عمومی

- فصل ۵

ریاضی عمومی — فصل ۵: هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم

۱- به ازای چه مقدار k خطوط $y=۴x+۱$ و $۳x+ky-۶=۰$ همدیگر را روی خط $y=۲x-۱$ قطع می‌کنند؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) ۴

۲- فاصله دو خط موازی $۲x+۴y+۸=۰$ و $x+۲y+m=۰$ برابر $۴\sqrt{۵}$ می‌باشد. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

۳- دسته خطوط به معادله‌ی $(m-۲)x+my=۴$ همواره از نقطه‌ی ثابتی می‌گذرند. این نقطه روی کدام خط زیر قرار دارد؟

۱) $۲x+y=۲$ ۲) $x+y=۱$ ۳) $۲x+y=-۲$ ۴) $x+۲y=-۲$

۴- فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط $۴x+۳y-۱۲=۰$ و محور xها مساوی است اگر نقطه‌ی M روی خط $y=۴$ باشد طول نقطه‌ی M کدام است؟

۱) ± ۳ ۲) ± ۴ ۳) ± ۵ ۴) ± ۶

۵- فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۲,-۳)$ از خط $۳x+۴y+۸=۰$ چقدر از فاصله‌ی این نقطه از محور xها کم‌تر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱۳}{۵}$ ۳) $\frac{۱۷}{۵}$ ۴) ۲

۶- سهمی $y=x^۲$ و دایره‌ی $x^۲+y^۲-۹y+۱۶=۰$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) در دو نقطه متقاطع‌اند. ۲) در یک نقطه مماسند. ۳) در دو نقطه مماسند. ۴) یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۷- نقاط $A(۲,۶)$ و $B(x-۱,۲)$ مفروضند. اگر فاصله‌ی مبدأ مختصات از نقطه‌ی وسط AB برابر ۵ باشد، x چند است؟

۱) ۵ و -۳ ۲) -۵ و ۳ ۳) -۷ و ۵ ۴) ۵

۸- به‌ازای چه مقدار m خطوط $y=x-۱$ و $۲x+my-۳=۰$ و $y=۳x+۱$ در یک نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

۹- از دستگاه معادلات $\begin{cases} x+۲y+z=۴ \\ ۲x+y+z=۷ \\ x+y+۲z=۵ \end{cases}$ مقدار z کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰- پس از حل دستگاه $\begin{cases} x=\frac{y-۱}{۲}=۳z \\ x+y+۳z=۵ \end{cases}$ حاصل $۲x-y+۶z$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۱- به ازای چه مقدار m دستگاه $\begin{cases} ۲x+y-z=۲ \\ x+my+۲z=-۱ \\ -x+y+۳z=۰ \end{cases}$ جواب ندارد؟

۱) ۲ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) ۱

۱۲- از دستگاه $\begin{cases} x+۲y+z=۵ \\ ۲x+y+z=-۴ \\ x+y+۲z=۳ \end{cases}$ مقدار y کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۴ ۳) -۳ ۴) ۱

۱۳- کدام نقطه روی خط $y=۲x+۳$ از نقاط $A(۲,-۳)$ و $B(-۴,۱)$ فاصله‌ای برابر دارد؟

۱) $(-۲,۴)$ ۲) $(-۵,۷)$ ۳) $(-۱,-۱)$ ۴) $(-۵,-۷)$

۱۴- از دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{x+۱}{۵}=\frac{y-۳}{۳}=\frac{z}{۲} \\ x+y+z=۱۰ \end{cases}$ مقدار $x+y$ کدام است؟

۱) $\frac{۴۲}{۵}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۲۷}{۵}$ ۴) ۷

۱۵- از دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{x+۲}{۳}=\frac{y+۵}{۴}=\frac{z}{۲} \\ x+۲y+z=۱ \end{cases}$ مقدار $x+z$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۳

۱۶- از دستگاه $\begin{cases} ۳x+۲y+z=۸ \\ x+۳y+۲z=۸ \\ ۲x+y+۳z=۸ \end{cases}$ مقدار y کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۸}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۷- اگر فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط $۲x+ay=k$ برابر ۲ بوده و خط از نقطه‌ای به مختصات $(۱,۲)$ بگذرد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۸- معادله‌ی دایره‌ای که مرکزش نقطه‌ی $W(۲,-۱)$ بوده و از مبدأ مختصات بگذرد کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲-۲x+۴y=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۴x+۲y=۰$ ۳) $x^۲+y^۲-۴x+۲y=۵$ ۴) $x^۲+y^۲-۴x-۲y=۰$

۱۹- شعاع دایره‌ای که از نقطه‌ی $(۱,۲)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس باشد کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰- اگر دسته‌ی خطوط به معادله‌ی $(m-۱)x+my-۴=۰$ قطرهای یک دایره را مشخص کند و دایره از نقطه‌ی $(۱,۰)$ بگذرد، معادله‌ی دایره کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲+۸x-۸y-۹=۰$ ۲) $x^۲+y^۲+۸x+۸y-۹=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۸x+۸y+۹=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۸x+۸y-۹=۰$

۲۱- دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۸y+۱۲=۰$ و $x^۲+y^۲-۶x=-۸$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) متقاطع‌اند ۲) متخارج‌اند ۳) مماس داخل‌اند ۴) مماس خارج‌اند

۲۲- هر خط قائم بر دایره‌ای از نقطه‌ی $(-۲,۱)$ می‌گذرد. اگر این دایره بر محور y ها مماس باشد، معادله‌ی دایره کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲+۴x-۲y=۰$ ۲) $x^۲+y^۲+۴x-۲y+۱=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۴x-۲y+۲=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۴x+۲y+۱=۰$

۲۳- معادله‌ی اقطار دایره‌ای به‌صورت $(m-۱)x+(m-۲)y-۴=۰$ می‌باشد. اگر این دایره بر خط $۳x-۴y=۰$ مماس باشد شعاع دایره کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۲۴}{۵}$ ۳) $\frac{۱۲}{۵}$ ۴) $\frac{۲۸}{۵}$

۲۴- دورترین فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۵,۳)$ از دایره‌ی $x^۲+y^۲-۲x-۳=۰$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۲۵- مختصات کانون سهمی به معادله‌ی $y^۲-۱۰y-۸x+۲۵=۰$ کدام است؟

۱) $(-۲,۵)$ ۲) $(۲,۵)$ ۳) $(۴,۵)$ ۴) $(۰,۵)$

۲۶- معادله‌ی خط هادی سهمی به معادله‌ی $y^۲-۲y+x-۱=۰$ کدام است؟

۱) $x=\frac{۷}{۴}$ ۲) $x=\frac{۵}{۴}$ ۳) $x=\frac{۹}{۴}$ ۴) $y=\frac{۳}{۴}$

۲۷- عمق یک آینه سهموی در مرکز آن ۶ سانتی‌متر و قطر قاعده‌ی آن (در بالای آینه) ۲۸ سانتی‌متر است. فاصله‌ی رأس تا کانون آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۱۹۶}{۲۵}$ ۳) $\frac{۴۹}{۸}$ ۴) $\frac{۴۹}{۶}$

۲۸- معادله‌ی سهمی که کانون آن $F\begin{vmatrix} ۲ \\ -۳ \end{vmatrix}$ و معادله خط هادی آن $y=۱$ باشد کدام است؟

۱) $x^۲-۴x+۸y=۰$ ۲) $x^۲-۴x+۸y+۱۲=۰$ ۳) $y^۲-۴y+۸x+۱۲=۰$ ۴) $x^۲+۴x-۸y+۸=۰$

۲۹- خروج از مرکز مقطع مخروطی به معادله‌ی $\frac{(2x+1)^2}{9}+\frac{(3y-1)^2}{4}=1$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{65}}{9}$ ۴) $\frac{\sqrt{65}}{12}$

۳۰- خروج از مرکز بیضی $4x^2+9y^2+8x-18y-23=0$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

۳۱- نقطه‌ی M روی بیضی به معادله‌ی $x^2+4y^2-4=0$ حرکت می‌کند و M' قرینه‌ی M نسبت به مرکز بیضی است. محیط متوازی‌الاضلاع $MFM'F'$ کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) نمی‌توان مشخص کرد

۳۲- مکان هندسی نقطه‌ی $M\left|\begin{array}{l}x=2+3\sin t\\ y=-1+2\cos t\end{array}\right.$ وقتی t تغییر می‌کند، کدام شکل را مشخص می‌کند و مختصات مرکز آن کدام است؟

۱) دایره به مرکز (۱ و ۲) ۲) بیضی به مرکز (۱ و ۲-) ۳) هذلولی به مرکز (۱- و ۲) ۴) بیضی به مرکز (۱- و ۲)

۳۳- مکان هندسی نقطه‌ی $M\left|\begin{array}{l}x=1+3\sin t\\ y=1+4\cos t\end{array}\right.$ وقتی t تغییر کند کدام منحنی را مشخص می‌کند و فاصله‌ی کانونی آن منحنی کدام است؟

۱) بیضی- $\sqrt{7}$ ۲) بیضی- $2\sqrt{7}$ ۳) هذلولی- $\sqrt{7}$ ۴) هذلولی- $2\sqrt{7}$

۳۴- خط $y=mx-3$ بیضی به معادله‌ی $\frac{(y+3)^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1$ را در نقاط N و M قطع می‌کند. بیش‌ترین مقدار اندازه‌ی پاره‌خط MN کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۵- در هذلولی به معادله‌ی $x^2-4y^2+8y=0$ طول وتر کانونی چقدر است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۶- در هذلولی به معادله‌ی $9y^2-4x^2+18y-27=0$ فاصله‌ی کانونی کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) $\sqrt{13}$ ۴) $2\sqrt{13}$

۳۷- در هذلولی به معادله‌ی $3x^2-4y^2-6x+8y+11=0$ فاصله‌ی یک رأس از نقطه‌ی تلاقی مجانب‌ها کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۷

۳۸- معادله‌ی هذلولی که مرکزش نقطه‌ی $(2,-1)$ و محور کانونی‌اش موازی محور xها و خروج از مرکزش $\frac{\sqrt{5}}{2}$ و طول وتر کانونی آن ۱ باشد کدام است؟

۱) $(x+2)^2-4(y-1)^2=4$ ۲) $(x-2)^2-4(y+1)^2=1$

۳) $(x-2)^2-4(y+1)^2=4$ ۴) $(y+1)^2-4(x-2)^2=4$

۳۹- در هذلولی $4x^2-4y^2+8x=0$ وتر کانونی F' را MN می‌نامیم. مساحت مثلث FMN چقدر است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) ۲

۴۰- معادله‌ی هذلولی که خطوط $x+2y-3=0$ و $x-2y+1=0$ مجانب‌هایش بوده و نقطه‌ی $A'(-1,1)$ یکی از رئوس آن باشد کدام است؟

۱) $4(x-1)^2-(y-1)^2=4$ ۲) $(x-1)^2-4(y-1)^2=4$

۳) $4(y-1)^2-(x-1)^2=4$ ۴) $(x-1)^2-4(y+1)^2=4$

پاسخ تست‌های فصل ۵

۱- گزینه ۳ پاسخ است.

چون دو خط $y=4x+1$ و $3x+ky-6=0$ یکدیگر را روی خط $y=2x-1$ قطع می‌کنند یعنی سه خط متقاربند. برای تعیین مقدار k ابتدا مختصات نقطه تلاقی دو خط را به‌دست آورده و با صدق دادن در معادله‌ی خط سوم k را می‌یابیم:

$$\begin{cases} y=4x+1 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

$$0=2x+2 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=-3 \xrightarrow{3x+ky-6=0} -3-3k-6=0 \Rightarrow -3k=9 \Rightarrow k=-3$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

تذکر: فاصله دو خط موازی به معادلات $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:
$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

با توجه به تذکر فوق داریم:

$$\begin{matrix} 2x+4y+8=0 \\ x+2y+m=0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x+4y+8=0 \\ 2x+4y+2m=0 \end{cases} \Rightarrow d=4\sqrt{5}=\frac{|8-2m|}{\sqrt{4+16}}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ است.

برای تعیین نقطه‌ی ثابت دسته خطوط $(m-2)x+my=4$ ابتدا دو خط دلخواه از این دسته خطوط را تعیین و با هم قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} m=2 \Rightarrow 0x+2y=4 \Rightarrow y=2 \\ m=0 \Rightarrow -2x+0y=4 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \Rightarrow \text{نقطه ثابت } W\begin{vmatrix} -2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

مختصات نقطه W در معادله‌ی خط $2x+y=-2$ صدق می‌کند، پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۴- گزینه ۳ پاسخ است.

چون نقطه M روی خط $y=4$ است پس مختصاتش به صورت $M\begin{vmatrix} \alpha \\ 4 \end{vmatrix}$ می‌باشد.

$$\left.\begin{matrix} (4x+3y-12=0) \text{ از خط } M \text{ فاصله نقطه } = \dfrac{|4\alpha+12-12|}{\sqrt{16+9}} \\ \text{فاصله نقطه } M \text{ از محور } = y_M = 4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{|4\alpha|}{5}=4 \Rightarrow |4\alpha|=20 \Rightarrow |\alpha|=5 \Rightarrow \alpha=\pm 5$$

تذکر: فاصله‌ی نقطه $A\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix}$ از خط $ax+by+c=0$ از رابطه‌ی مقابل به‌دست می‌آید: $\boxed{|AH|=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$

۵- گزینه ۲ پاسخ است.

نکته‌ی درسی: فاصله‌ی نقطه $A(x_1,y_1)$ از خط $ax+by+c=0$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{|AH|=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

$$\left.\begin{matrix} 3x+4y+8=0 \text{ از خط } A\begin{vmatrix} 2 \\ -3 \end{vmatrix} \text{ فاصله } \Rightarrow |AH|=\dfrac{|6-12+8|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{2}{5} \\ \text{ها} x \text{ از محور } A \text{ فاصله} = |y_A|=|-3|=3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 3-\frac{2}{5}=\frac{13}{5}$$

۶- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\begin{cases} x^2+y^2-9y+16=0 \\ y=x^2 \end{cases} \Rightarrow x^2+x^4-9x^2+16=0 \Rightarrow x^4-8x^2+16=0$$

$$\xrightarrow{x^2=t} t^2-8t+16=0 \Rightarrow (t-4)^2=0 \Rightarrow t=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \text{ ریشه‌های مضاعف}$$

چون معادله‌ی تلاقی سهمی و دایره دو ریشه‌ی مضاعف دارد، پس در دو نقطه بر هم مماسند.

۷- گزینه ۳ پاسخ است.

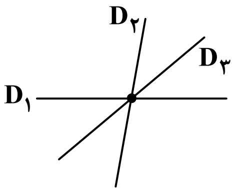
$$A(2,6),B(x-1,2) \Rightarrow \text{AB وسط } M(\frac{x+1}{2} \text{ و } 4)$$

$$|OM| = \sqrt{(\frac{x+1}{2}-0)^2+(4-0)^2} = 5 \Rightarrow (\frac{x+1}{2})^2+16=25$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{4} = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = 36 \rightarrow x+1=\pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-7 \end{cases}$$

۸- گزینه ۴ پاسخ است.

سه خط وقتی متقاربند که یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند.



$$\begin{cases} y=x-1 \\ y=3x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{-y}=-x+1 \\ \cancel{y}=3x+1 \end{cases}$$

$$0=2x+2 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=-2$$

باید نقطه‌ی تلاقی دو خط فوق یعنی نقطه‌ی $A(-1,-2)$ در معادله‌ی خط سوم صدق کند، پس:

$$\xrightarrow{(-1,-2)} 2x+my-3=0 \Rightarrow -2-2m-3=0 \Rightarrow m=-\frac{5}{2}$$

۹- گزینه ۴ پاسخ است.

اگر طرفین همه‌ی معادلات دستگاه $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 2x+y+z=7 \\ x+y+2z=5 \end{cases}$ را با هم جمع کنیم داریم:

$$4x+4y+4z=16 \Rightarrow 4(x+y+z)=16 \Rightarrow x+y+z=4$$

با توجه به معادله‌ی سوم دستگاه داریم:

$$\underbrace{x+y+z}_{4}+z=5 \Rightarrow z=1$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:

$$\begin{cases} x=\frac{y-1}{2}=3z=t \rightarrow \begin{cases} x=t \\ y=2t+1 \\ z=\frac{t}{3} \end{cases} \Rightarrow t+(2t+1)+3(\frac{t}{3})=5 \Rightarrow 4t+1=5 \Rightarrow 4t=4 \Rightarrow t=1 \\ x+y+3z=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \Rightarrow 2x-y+6z=2-3+2=1 \\ z=\frac{1}{3} \end{cases}$$

راه حل دوم:

ابتدا رابطه اول را به ۲ معادله تقسیم می‌کنیم و سپس دستگاه سه معادله سه مجهول حاصل را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \left.\begin{array}{l} 2x=y-1 \Rightarrow y=2x+1 \\ x=3z \Rightarrow z=\frac{x}{3} \end{array}\right\} \rightarrow x+y+3z=5 \Rightarrow x+(2x+1)+3(\frac{x}{3})=5 \Rightarrow 4x+1=5 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=3 \Rightarrow z=\frac{1}{3} \\ x+y+3z=5 \end{cases}$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{cases}2x+y-z=2\\ x+my+2z=-1\\ -x+y+3z=0 \quad\Rightarrow\quad x=y+3z\end{cases}$$

با قرار دادن این مقدار برای x در معادله‌ی اول و دوم داریم:

$$\begin{cases}2(y+3z)+y-z=2\\ y+3z+my+2z=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3y+5z=2\\ (1+m)y+5z=-1\end{cases}$$

شرط این‌که این دستگاه جواب نداشته باشد این است که:

$$\frac{3}{1+m}=\frac{5}{5}\neq\frac{2}{-1} \Rightarrow 1+m=3 \Rightarrow m=2$$

نکته‌ی درسی: شرط این‌که دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ جواب نداشته باشد این است که: $\boxed{\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}}$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ است.

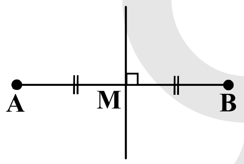
ازجمع طرفین معادلات دستگاه $\begin{cases}x+2y+z=5\\ 2x+y+z=-4\\ x+y+2z=3\end{cases}$ داریم:

$$4x+4y+4z=4 \Rightarrow 4(x+y+z)=4 \Rightarrow x+y+z=1$$

با قرار دادن این مقدار در معادله ی اول دستگاه مقدار y را می‌یابیم:

$$x+2y+z=5 \xrightarrow{x+y+z=1} 1+y=5 \Rightarrow y=4$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.



نکته: مجموعه نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله باشند روی خط عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند.

با توجه به نکته‌ی فوق باید ابتدا معادله‌ی خط عمودمنصف پاره‌خط AB را بنویسیم سپس با خط $y=2x+3$ قطع دهیم:

$$A\left|\begin{matrix}2\\-3\end{matrix}\right. \quad B\left|\begin{matrix}-4\\1\end{matrix}\right. \Rightarrow \begin{cases}\text{شیب } AB = m_{AB}=\frac{-3-1}{2-(-4)}=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3} \Rightarrow \text{شیب خط عمودمنصف} = m'=\frac{3}{2}\\ \text{مختصات نقطه } M \text{ وسط } AB = (\frac{2-4}{2},\frac{-3+1}{2})=(-1,-1)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله خط عمودمنصف}} y+1=\frac{3}{2}(x+1) \Rightarrow y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\\ y=2x+3\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x+\frac{5}{2}=0 \Rightarrow \begin{cases}x=-5\\ y=-7\end{cases}$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{cases}\frac{x+1}{5}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}=t\\ x+y+z=10\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{x+1}{5}=t \Rightarrow x=5t-1\\ \frac{y-3}{3}=t \Rightarrow y=3t+3\\ \frac{z}{2}=t \Rightarrow z=2t\end{cases}$$

با قرار دادن این مقادیر در معادله‌ی $x+y+z=10$ داریم:

$$5t-1+3t+3+2t=10 \Rightarrow 10t=8 \Rightarrow t=\frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases}x=5(\frac{4}{5})-1=3\\ y=3(\frac{4}{5})+3=\frac{27}{5}\end{cases} \Rightarrow x+y=\frac{42}{5}$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z}{2}=t \Rightarrow \begin{cases}x=3t-2\\ y=4t-5\\ z=2t\end{cases}\\ x+2y+z=1\end{cases}$$

$$(3t-2)+2(4t-5)+(2t)=1 \Rightarrow 13t=13 \to t=1 \quad \Rightarrow \begin{cases}x=1\\ y=-1\\ z=2\end{cases} \Rightarrow x+z=3$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ است.

در دستگاه $\begin{cases}3x+2y+z=8\\ x+3y+2z=8\\ 2x+y+3z=8\end{cases}$ با تبدیل دوره‌ای $x \to y \to z \to x$ دستگاه معادلات تغییر نمی‌کند بنابراین می‌توان گفت: $x=y=z$ چون با تغییر ضرایب باز هم حاصل عبارت برابر ۸ شده است. که با جانشینی در یکی از معادلات داریم:

$$3y+2y+y=8 \Rightarrow 6y=8 \Rightarrow y=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

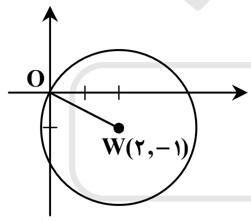
۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\left.\begin{array}{l}(2x+ay=k \text{ فاصله مبدأ مختصات از خط}) = 2 \Rightarrow \dfrac{|0+0-k|}{\sqrt{4+a^2}}=2 \Rightarrow \dfrac{|k|}{\sqrt{4+a^2}}=2\\ \text{نقطه } (1,2) \text{ روی خط است پس مختصاتش در خط صدق می‌کند} \Rightarrow 2+2a=k\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{|2+2a|}{\sqrt{4+a^2}}=2 \Rightarrow \frac{|a+1|}{\sqrt{a^2+4}}=1$$

برای حل معادله‌ی فوق طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم: $\dfrac{4+4a^2+8a}{4+a^2}=4 \Rightarrow 4+4a^2+8a=16+4a^2 \Rightarrow 8a=12 \Rightarrow a=\dfrac{3}{2}$

تذکر: فاصله‌ی نقطه $A\begin{vmatrix}x_1\\ y_1\end{vmatrix}$ از خط $ax+by+c=0$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید: $|AH|=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

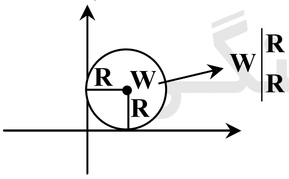


فاصله‌ی مرکز تا مبدأ مختصات که نقطه‌ای روی دایره است برابر شعاع دایره می‌باشد، پس:

$$|WO|=R=\sqrt{(2-0)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی دایره}: (x-2)^2+(y+1)^2=5 \Rightarrow x^2+y^2-4x+2y=0$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.



دایره‌ای که از نقطه‌ی $(1,2)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس است باید در ناحیه‌ی اول باشد و معادله‌اش به‌صورت مقابل است:

$$\Rightarrow (x-R)^2+(y-R)^2=R^2$$

چون دایره از نقطه $(1,2)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در معادله دایره صدق می‌کند، یعنی:

$$(1-R)^2+(2-R)^2=R^2 \Rightarrow 1-2R+R^2+4-4R+R^2=R^2 \Rightarrow R^2-6R+5=0 \Rightarrow \begin{cases}R=1\\ R=5\end{cases}$$

یعنی دو دایره می‌توان در نظر گرفت که از نقطه $(2\,,1)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس باشد.

۲۰- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به این‌که تمام قطرهای دایره از مرکز دایره می‌گذرند، پس نقطه‌ی ثابت دسته خطوط $(m-1)x+my-4=0$ همان مرکز دایره است، لذا با ۲ مقدار دادن به m نقطه‌ی ثابت دسته خطوط را می‌یابیم:

$$\begin{array}{l}m=1 \Rightarrow y-4=0 \Rightarrow y=4\\ m=0 \Rightarrow -x-4=0 \Rightarrow x=-4\end{array} \Rightarrow w\begin{vmatrix}-4\\ 4\end{vmatrix}$$

چون دایره از نقطه‌ی $A(1,0)$ گذشته، پس فاصله مرکز تا نقطه A شعاع دایره است:

$$|WA|=R=\sqrt{(-4-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}$$

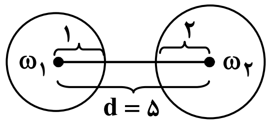
با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع معادله دایره را می‌نویسیم:

$$(x+4)^2+(y-4)^2=41 \Rightarrow x^2+y^2+8x-8y-9=0$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ است.

$$x^۲+y^۲-۶x+۸=۰ \Rightarrow \omega_۱\left|\begin{matrix}۳\\۰\end{matrix}\right. \quad و \quad R_۱=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۰-۳۲}=۱$$

$$x^۲+y^۲-۸y+۱۲=۰ \Rightarrow \omega_۲\left|\begin{matrix}۰\\۴\end{matrix}\right. \quad و \quad R_۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{۰+۶۴-۴۸}=۲$$



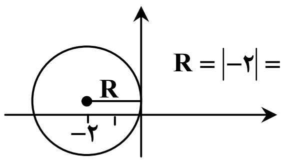
$$\left.\begin{matrix}|\omega_۱\omega_۲|=d=\sqrt{(۳-۰)^۲+(۰-۴)^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵\\ R_۱+R_۲=۱+۲=۳\end{matrix}\right\}\xrightarrow{چون} d>R_۱+R_۲$$

پس دو دایره متخارجند.

۲۲- گزینه ۲ پاسخ است.

چون تمام خطوط عمود بر دایره از مرکز دایره می‌گذرند، پس مختصات مرکز دایره نقطه‌ی $(-۲,۱)$ است و چون دایره بر محور y ها مماس است، لذا شعاع دایره برابر ۲ می‌باشد.

پس معادله‌ی دایره عبارت است از:



$R=|-۲|=۲$

$$(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۴$$

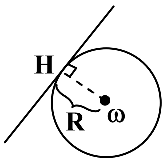
$$\Rightarrow x^۲+y^۲+۴x-۲y+۱=۰$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به این‌که اقطار دایره از یک نقطه‌ی ثابت که همان مرکز دایره است می‌گذرند، پس ابتدا نقطه‌ی ثابت دسته خطوط $(m-۱)x+(m-۲)y-۴=۰$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}m=۱\Rightarrow -y-۴=۰\Rightarrow y=-۴\\ m=۲\Rightarrow x-۴=۰\Rightarrow x=۴\end{cases}\Rightarrow \quad \text{مرکز دایره}\ \omega\left|\begin{matrix}۴\\-۴\end{matrix}\right.$$

فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره شعاع دایره است، پس:



$$\omega\left|\begin{matrix}۴\\-۴\end{matrix}\right. \quad و \quad ۳x-۴y=۰$$

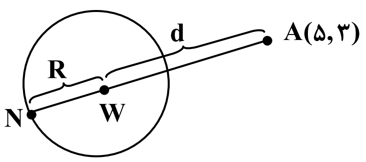
$$|\omega H|=R=\frac{|۱۲+۱۶|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{۲۸}{۵}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$x^۲+y^۲-۲x-۳=۰ \Rightarrow \quad \text{مرکز}\ W\left|\begin{matrix}۱\\۰\end{matrix}\right.$$

و

شعاع دایره: $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۰+۱۲}=۲$



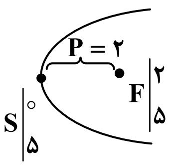
با توجه به این‌که نقطه، خارج دایره است، لذا دورترین فاصله‌ی نقطه‌ی A تا دایره عبارت است از: $|AN|=d+R$

$$d=|WA|=\sqrt{(۵-۱)^۲+(۳-۰)^۲}=\sqrt{۲۵}=۵$$

$$\Rightarrow \quad \text{دورترین فاصله}=d+R=۵+۲=۷$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا معادله‌ی سهمی را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

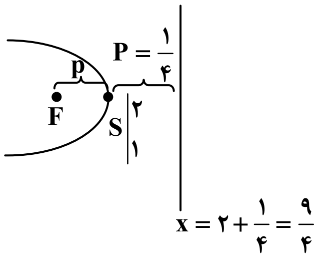


$$y^۲-۱۰y-۸x+۲۵=۰ \Rightarrow y^۲-۱۰y+۲۵=۸x \Rightarrow (y-۵)^۲=۸x$$

$\Rightarrow$ سهمی افقی که دهانه‌اش به راست باز می‌شود. $\rightarrow$ $۴P=۸ \Rightarrow P=۲$, رأس سهمی $S\left|\begin{matrix}۰\\۵\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow$

مختصات کانون سهمی $(۲,۵)$ است.

۲۶- گزینه ۳ پاسخ است.



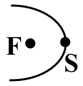
$$y^{۲}-۲y+x-۱=۰\Rightarrow y^{۲}-۲y=-x+۱\Rightarrow y^{۲}-۲y+۱-۱=-x+۱$$

$$\Rightarrow (y-۱)^{۲}=-(x-۲)\Rightarrow S\left|\begin{matrix}۲\\۱\end{matrix}\right. \quad \text{و} \quad ۴P=-۱\Rightarrow P=-\frac{۱}{۴}$$

راه حل دیگر:

$$y^{۲}-۲y+x-۱=۰\to S\left|\begin{matrix}۱-۲+x-۱=۰\Rightarrow x=۲\\ ۲y-۲=۰\Rightarrow y=۱\end{matrix}\right.\Rightarrow S\left|\begin{matrix}۲\\۱\end{matrix}\right.$$

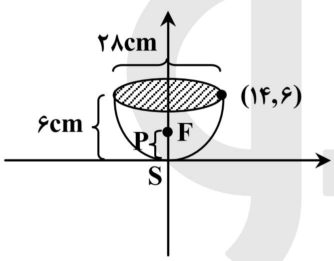
$$P=\frac{-۱}{۴}\Rightarrow \text{خط هادی } x=۲+\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۴}$$

با توجه به علامت P که منفی است و نیز این‌که سهمی افقی است، پس شکل سهمی به‌صورت  است.

نکته: در سهمی به معادله‌ی $ay^{۲}+by+cx+d=۰$ داریم:

$$S\left|\begin{matrix}x=O \text{ با قراردادن در معادله سهمی}\\ ۲ay+b=۰\Rightarrow y=\frac{-b}{۲a}\end{matrix}\right. \quad \text{و} \quad P=\frac{-c}{۴a}$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ است.



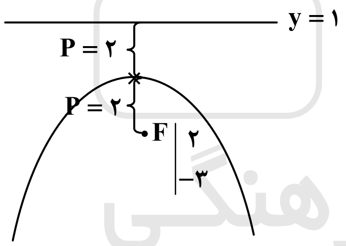
اگر محورهای مختصات را طوری انتخاب کنیم که رأس سهمی در مبدأ و محور تقارن سهمی در امتداد محور y ها و دهانه‌ی سهمی به‌طرف بالا باشد داریم:

معادله‌ی سهمی : $x^{۲}=۴py$

چون نقطه‌ی (۶ و ۱۴) روی سهمی است پس:

$$(۱۴)^{۲}=۴P(۶)\Rightarrow P=\frac{۱۹۶}{۲۴}=\frac{۴۹}{۶}$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ است.



با توجه به این‌که مختصات کانون $F(۲,-۳)$ و معادله‌ی خط هادی آن $y=۱$ است، لذا سهمی قائم است و نمودارش شبیه شکل مقابل است:

$$\Rightarrow \text{رأس } S\left|\begin{matrix}۲\\-۱\end{matrix}\right. ,\quad P=۲$$

$$(x-۲)^{۲}=۴(-۲)(y+۱)$$

$$(x-۲)^{۲}=-۸y-۸\Rightarrow x^{۲}-۴x+۸y+۱۲=۰$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا معادله‌ی داده شده را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{(۲x+۱)^{۲}}{۹}+\frac{(۳y-۱)^{۲}}{۴}=۱\Rightarrow \frac{(۲(x+\frac{۱}{۲}))^{۲}}{۹}+\frac{(۳(y-\frac{۱}{۳}))^{۲}}{۴}=۱\Rightarrow \frac{(x+\frac{۱}{۲})^{۲}}{\frac{۹}{۴}}+\frac{(y-\frac{۱}{۳})^{۲}}{\frac{۴}{۹}}=۱$$

همان‌طور که می‌بینیم معادله یک بیضی افقی را مشخص می‌کند که در آن:

$$\begin{cases}a^{۲}=\frac{۹}{۴}\\ b^{۲}=\frac{۴}{۹}\end{cases}\Rightarrow a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\Rightarrow c^{۲}=\frac{۹}{۴}-\frac{۴}{۹}=\frac{۶۵}{۳۶}\Rightarrow c=\frac{\sqrt{۶۵}}{۶}\Rightarrow e=\frac{c}{a}\overset{\text{خروج از مرکز}}{\Rightarrow} e=\frac{\frac{\sqrt{۶۵}}{۶}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{\sqrt{۶۵}}{۹}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ است.

$$4x^2+9y^2+8x-18y-23=0$$

$$4(x^2+2x+1-1)+9(y^2-2y+1-1)-23=0$$

$$4(x+1)^2-4+9(y-1)^2-9-23=0 \Rightarrow 4(x+1)^2+9(y-1)^2=36$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=4 \end{cases} \Rightarrow a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 9=4+c^2 \Rightarrow c^2=5$$

$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز } e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

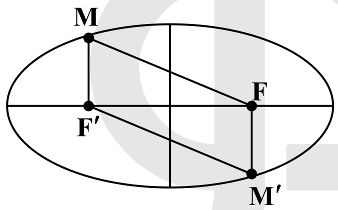
راه حل دیگر: نکته: در بیضی به معادله‌ی $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ خروج از مرکز از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$e=\sqrt{1-\frac{Min(A,B)}{Max(A,B)}}$$

پس در بیضی به معادله‌ی $4x^2+9y^2+8x-18y-23=0$ خروج از مرکز عبارت است از:

$$e=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ است.



$$\text{محیط } MFM'F'=\underbrace{MF+MF'}_{2a}+\underbrace{M'F+M'F'}_{2a}=4a$$

با توجه به معادله‌ی بیضی داریم:

$$x^2+4y^2-4=0 \Rightarrow x^2+4y^2=4 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$$

$$\Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \text{محیط متوازی‌الاضلاع } MFM'F' = 4a=4\times 2=8$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ است.

$$M\left| \begin{array}{l} x=2+3\sin t \\ y=-1+2\cos t \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{x-2}{3}=\sin t \\ \frac{y+1}{2}=\cos t \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{(x-2)^2}{9}=\sin^2 t \\ \frac{(y+1)^2}{4}=\cos^2 t \end{array} \right. \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}=1$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید معادله‌ی فوق یک بیضی به مرکز $W\left|\begin{array}{l}2\\-1\end{array}\right.$ را مشخص می‌کند.

۳۳- گزینه ۲ پاسخ است.

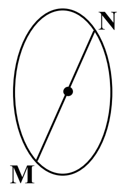
$$M\left| \begin{array}{l} x=1+3\sin t \\ y=1+4\cos t \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{3}=\sin t \\ \frac{y-1}{4}=\cos t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{9}=\sin^2 t \\ \frac{(y-1)^2}{16}=\cos^2 t \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{بالا را باهم جمع می کنیم}]{\text{طرفین معادلات}} \frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{16}=1 \; ; (\sin^2 t+\cos^2 t=1)$$

همان‌طور که می‌بینیم منحنی یک بیضی قائم است و داریم:

$$\begin{cases} a^2=16 \\ b^2=9 \end{cases} \Rightarrow a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 16=9+c^2 \Rightarrow c^2=7 \Rightarrow c=\sqrt{7} \Rightarrow \text{فاصله‌ی کانونی }=2c=2\sqrt{7}$$

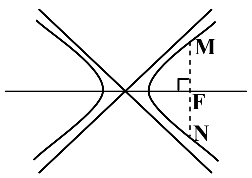
۳۴- گزینه ۴ پاسخ است.



با توجه به این‌که در بیضی $\frac{x^{۲}}{۴}+\frac{(y+۳)^{۲}}{۹}=۱$ مختصات مرکز به‌صورت $W(۰,-۳)$ می‌باشد و این مختصات در خط $y=mx-۳$ صدق می‌کند، پس خط داده شده از مرکز بیضی گذشته و بیضی را در دو نقطه‌ی M و N قطع می‌کند که بیش‌ترین مقدار پاره‌خط MN همان طول قطر بزرگ بیضی است که داریم:

$$\frac{x^{۲}}{۴}+\frac{(y+۳)^{۲}}{۹}=۱ \Rightarrow \begin{cases} a^{۲}=۹ \to a=۳ \Rightarrow ۲a=۶ \ \text{طول قطر بزرگ} \\ b^{۲}=۴ \to b=۲ \to ۲b=۴ \ \text{طول قطر کوچک} \end{cases}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ است.



تذکر: در هذلولی به معادله‌ی $\frac{(x-\alpha)^{۲}}{a^{۲}}-\frac{(y-\beta)^{۲}}{b^{۲}}=۱$ طول وتر کانونی یعنی وتری که از کانون هذلولی گذشته و بر محور کانونی عمود است برابر است با: $|MN|=\frac{۲b^{۲}}{a}$

پس:

$$x^{۲}-۴y^{۲}+۸y=۰ \Rightarrow x^{۲}-۴(y^{۲}-۲y)=۰ \Rightarrow x^{۲}-۴(y^{۲}-۲y+۱-۱)=۰$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۴(y-۱)^{۲}=-۴ \Rightarrow \frac{(y-۱)^{۲}}{۱}-\frac{x^{۲}}{۴}=۱ \Rightarrow \begin{cases} a^{۲}=۱ \Rightarrow a=۱ \\ b^{۲}=۴ \end{cases} \Rightarrow |MN|=\frac{۲b^{۲}}{a}=\frac{۲(۴)}{۱}=۸$$

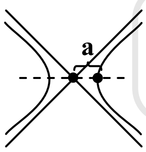
۳۶- گزینه ۴ پاسخ است.

ابتدا معادله‌ی هذلولی را به فرم استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$۹y^{۲}-۴x^{۲}+۱۸y-۲۷=۰ \Rightarrow ۹(y^{۲}+۲y+۱-۱)-۴x^{۲}-۲۷=۰ \Rightarrow ۹(y+۱)^{۲}-۹-۴x^{۲}-۲۷=۰ \Rightarrow ۹(y+۱)^{۲}-۴x^{۲}=۳۶$$

$$\Rightarrow \frac{(y+۱)^{۲}}{۴}-\frac{x^{۲}}{۹}=۱ \Rightarrow \begin{cases} a^{۲}=۴ \\ b^{۲}=۹ \end{cases} \Rightarrow c^{۲}=a^{۲}+b^{۲}=۴+۹=۱۳ \Rightarrow c=\sqrt{۱۳} \Rightarrow ۲c=۲\sqrt{۱۳}$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ است.



با توجه به این‌که در هذلولی فاصله یک رأس از نقطه‌ی تلاقی مجانب‌ها برابر a است، پس داریم:

$$۳x^{۲}-۴y^{۲}-۶x+۸y+۱۱=۰ \Rightarrow ۳(x^{۲}-۲x+۱-۱)-۴(y^{۲}-۲y+۱-۱)+۱۱=۰$$

$$\Rightarrow ۳(x-۱)^{۲}-۳-۴(y-۱)^{۲}+۴+۱۱=۰ \Rightarrow ۳(x-۱)^{۲}-۴(y-۱)^{۲}=-۱۲$$

$$\Rightarrow \frac{(y-۱)^{۲}}{۳}-\frac{(x-۱)^{۲}}{۴}=۱ \Rightarrow \begin{cases} a^{۲}=۳ \Rightarrow a=\sqrt{۳} \\ b^{۲}=۴ \Rightarrow b=۲ \end{cases}$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ است.

$$W\Big|\begin{matrix} ۲ \\ -۱ \end{matrix}\ ,\ e=\frac{\sqrt{۵}}{۲}\ ,\ \text{طول وتر کانونی}=\frac{۲b^{۲}}{a}=۱ \Rightarrow a=۲b^{۲}$$

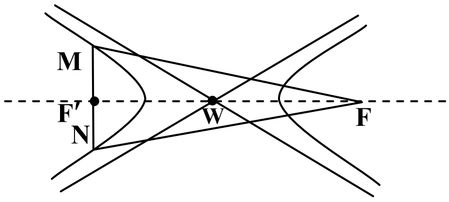
$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow c^{۲}=\frac{۵}{۴}a^{۲}=a^{۲}+b^{۲} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{a^{۲}}{۴}=b^{۲} \\ a=۲b^{۲} \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲b=۲b^{۲} \Rightarrow b=۱ \Rightarrow a=۲$$

چون محور کانونی هذلولی موازی محور x ها است، پس هذلولی افقی است و معادله‌اش عبارت است از:

$$\frac{(x-۲)^{۲}}{۴}-\frac{(y+۱)^{۲}}{۱}=۱ \Rightarrow (x-۲)^{۲}-۴(y+۱)^{۲}=۴$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ است.

$$4x^2-4y^2+8x=0 \Rightarrow 4(x^2+2x+1-1)-4y^2=0 \Rightarrow 4(x+1)^2-4y^2=4 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{1}-\frac{y^2}{1}=1$$



$$\Rightarrow a^2=b^2=1 \Rightarrow c^2=a^2+b^2=2$$

$$\Rightarrow c=\sqrt{2} \Rightarrow |FF'|=2c=2\sqrt{2}$$

وتر کانونی $|MN|=\frac{2b^2}{a}=\frac{2(1)^2}{1}=2$

$$\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{FMN}}=\frac{2\sqrt{2}\times 2}{2}=2\sqrt{2}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ است.

راه حل اول: محل برخورد مجانب‌ها مرکز هذلولی است، پس:

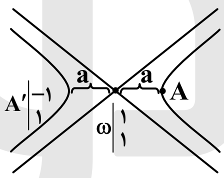
$$\begin{cases} x+2y-3=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$$

مرکز $\omega \left| \begin{matrix} 1=\alpha \\ 1=\beta \end{matrix} \right.$

$2x-2=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow 1+2y-3=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow$ هذلولی

چون مختصات یکی از رئوسش $A' \left| \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ است، پس:

$A' \left| \begin{matrix} -1=\alpha-a \\ 1=\beta \end{matrix} \right.$



$\Rightarrow A' \left| \begin{matrix} -1=1-a \\ 1=\beta \end{matrix} \right. \Rightarrow a=2$

همان‌طور که می‌بینیم عرض‌های نقاط A' و ω با هم برابر است، پس هذلولی افقی است و در هذلولی افقی شیب مجانب‌ها $m=\pm\frac{b}{a}$ پس: $\pm\frac{b}{2}=\pm\frac{1}{2}$ یعنی $b=1$ است. سپس معادله‌ی هذلولی افقی را با داشتن مختصات مرکز یعنی $\omega \left| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ و پارامترهای $a=2$ و $b=1$ به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y-1)^2}{1}=1 \Rightarrow (x-1)^2-4(y-1)^2=4$$

راه حل دوم:

چون خطوط $x+2y-3=0$ و $x-2y+1=0$ مجانب‌های هذلولی می‌باشند، لذا معادله‌ی هذلولی عبارت است از:

$$(x+2y-3)(x-2y+1)=k$$

چون نقطه‌ی $(-1,1)$ یکی از رئوس هذلولی است یعنی هذلولی از این نقطه می‌گذرد با صدق دادن مختصات نقطه‌ی A' در معادله‌ی فوق پارامتر k را می‌یابیم:

$$(-1+2-3)(-1-2+1)=k \Rightarrow k=4$$

پس معادله‌ی هذلولی عبارت است از:

$$(x+2y-3)(x-2y+1)=4 \Rightarrow x^2-2x-4y^2+8y-7=0 \Rightarrow (x-1)^2-4(y-1)^2=4$$