

پایه چهارم | آزمون هفتگی

۲۴

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»



صفحه ۱ از ۴

تاریخ: ۰۲ اسفندماه ۹۶

مدت آزمون: ۷۰ دقیقه

کلاس: ۴۰۳ و ۴۰۲، ۴۰۱

رشته: ریاضی

درس: هندسه تحلیلی

۱ زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۲، ۵ و متناسب هستند، بزرگ‌ترین زاویه خارجی این مثلث، چند برابر بزرگ‌ترین زاویه داخلی آن است؟

- (۱) ۵
(۲) $\frac{5}{3}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{7}{5}$

۲ در داخل نیمکره‌ای به شعاع ۹ واحد، استوانه‌ای به ارتفاع ۶ واحد جای گرفته است. بیشترین حجم ممکن این استوانه کدام است؟

- (۱) 180π
(۲) 210π
(۳) 240π
(۴) 270π

۳ صفحه‌ای موازی قاعده یک مخروط، ارتفاع آن را نصف می‌کند. حجم مخروط حاصل چه کسری از حجم مخروط اولیه است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) $\frac{3}{8}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۴ اگر محورهای مختصات را به اندازه θ دوران دهیم، منحنی $10 = 7x^2 - 4xy + 3y^2$ به صورت استاندارد درمی‌آید. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
(۲) $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
(۳) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$
(۴) $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$

۵ در مثلث ABC میانه‌های AM و BM' رسم شده‌اند، محل تلاقی آن‌ها را O می‌نامیم. از نقطه M به موازات BM' خطی رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه K قطع کند. اندازه MK کدام است؟ ($OM' = 3$)

- (۱) $\frac{5}{5}$
(۲) ۵
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) ۴

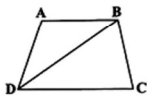
۶ اضلاع AM ، BN و CP میانه‌های مثلث ABC هستند. نقطه برخورد CP و MN را O می‌نامیم. مساحت مثلث OMC ، چه کسری از مساحت مثلث MNP است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۷ با چه زاویه‌ای محورهای مختصات را دوران دهیم تا مقطع مخروطی $5 = 2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2$ به حالت افقی یا قائم تبدیل شود؟

- (۱) $\sin^{-1} \frac{1}{3}$
(۲) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{6}}{3}$
(۳) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$
(۴) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

۸ در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه متساوی‌الساقین است. اگر $AB = AD$ و $BD = DC$ ، زاویه C چند برابر زاویه B است؟



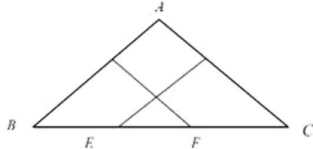
- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{2}{5}$

۹ با استفاده از دوران محورهای مختصات به اندازه‌ای مناسب، فاصله دو کانون مقطع مخروطی $5 = x^2 + 3xy + y^2$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $4\sqrt{2}$
(۴) $4\sqrt{3}$

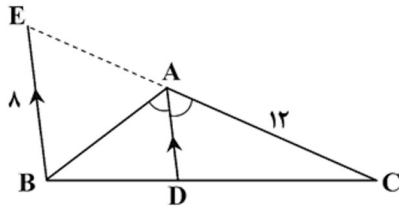
محل انجام محاسبات:

10 در مثلث ABC ، $AB = AC$ و $\hat{A} = 70^\circ$ است. عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط E و F قطع می‌کنند، بزرگ‌ترین زاویه مثلث ABC چند برابر کوچک‌ترین زاویه مثلث AEF است؟



- (1) $\frac{7}{4}$
 (2) $\frac{7}{3}$
 (3) 2
 (4) $\frac{7}{5}$

11 در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = 12$ ؛ از نقطه B خطی موازی با نیمساز AD رسم کرده‌ایم. اگر $BE = 8$ ، طول نیمساز AD کدام است؟



- (1) $4/6$
 (2) $5/2$
 (3) $4/8$
 (4) $5/6$

12 در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، $AB = 2BC$ و نقطه M وسط ضلع AB است. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (1) CM نیمساز زاویه C است.
 (2) DM نیمساز زاویه D است.
 (3) زاویه DMC قائمه است.
 (4) $DM = CM$

13 با چه میزان دوران محورها حول مبدأ، مقطع مخروطی به معادله $4x^2 + 3xy + y^2 - 5x + y = 7$ استاندارد می‌شود؟

- (1) 45°
 (2) 15°
 (3) 30°
 (4) $22/5^\circ$

14 نقطه $M(2, 2)$ را حول مبدأ مختصات به اندازه 30° دوران داده‌ایم تا نقطه $N(a, b)$ به دست آید. $a + b$ کدام است؟

- (1) $2\sqrt{3}$
 (2) 2
 (3) $\sqrt{3}$
 (4) 4

15 در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول ضلع AB برابر با 8 واحد است. این مثلث را حول ضلع AB ، 36° دوران می‌دهیم تا یک شکل فضایی به حجم 96π تولید شود. طول وتر BC کدام است؟

- (1) 12
 (2) $6\sqrt{3}$
 (3) 10
 (4) $8\sqrt{2}$

16 در داخل نیم‌کره‌ای به شعاع 9 واحد، استوانه‌ای به ارتفاع 6 واحد جای گرفته است. بیشترین حجم ممکن این استوانه کدام گزینه می‌باشد؟

- (1) 180π
 (2) 210π
 (3) 240π
 (4) 270π

17 یک دوزنقه قائم‌الزاویه با قاعده‌های 3 و 4 و ساق قائم 1 واحد را حول ساق قائم آن دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

- (1) $\frac{37\pi}{3}$
 (2) $\frac{38\pi}{3}$
 (3) 13π
 (4) $\frac{40\pi}{3}$

18 نقطه $M(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$ تحت دوران 45° به کدام نقطه تبدیل می‌شود؟

- (1) $(0, 2)$
 (2) $(1, 3)$
 (3) $(2, 0)$
 (4) $(3, 1)$

محل انجام محاسبات:

۱۹ در یک هرم منتظم با قاعده شش ضلعی به ضلع ۴، ارتفاع هرم برابر با $2\sqrt{6}$ است. مساحت جانبی این هرم کدام است؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۷۲
(۳) ۴۸
(۴) ۸۴

۲۰ با چه زاویه دورانی مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 4\sqrt{3}xy + y^2 - 2x + 4y = 7$ به حالت استاندارد تبدیل می‌شود؟

- (۱) 30°
(۲) 45°
(۳) 60°
(۴) 90°

۲۱ ارتفاع هرم منتظمی که قاعده آن مربع است، ۱۲ سانتی‌متر است. اگر ارتفاع هر وجه جانبی آن ۱۳ سانتی‌متر باشد، حجم این هرم چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) ۴۰۰
(۲) ۶۰۰
(۳) $\frac{۸۵۰}{۳}$
(۴) $\frac{۱۰۰۰}{۳}$

۲۲ در مثلث ABC ، $\hat{B} = 2\hat{A}$ و طول AC سه واحد بیشتر از طول BC است. اگر $AB = 7$ و طول BC چقدر است؟

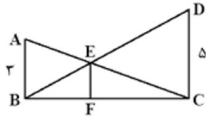
- (۱) $\frac{۲۱}{۴}$
(۲) ۳
(۳) $\frac{۲۱}{۱۰}$
(۴) ۹

۲۳ برای استاندارد کردن مقطع مخروطی $x^2 + 2axy + 4y^2 - 6x + y = 2$ باید محورهای مختصات را 60° دوران دهیم. a کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $-2\sqrt{3}$

۲۴ ضلع‌های مثلثی با عددهای ۱، ۲ و $\sqrt{5}$ متناسب است. طول میانه وارد بر ضلع بزرگتر این مثلث چندبرابر طول ارتفاع وارد بر همین ضلع است؟

- (۱) $1/25$
(۲) $1/3$
(۳) $1/35$
(۴) $1/4$



۲۵ در شکل زیر، سه پاره‌خط AB ، EF و DC موازی هستند. طول EF کدام است؟

- (۱) $\frac{۱۵}{۸}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{۵}{۳}$
(۴) $\frac{۳}{۵}$

۲۶ مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + my^2 + x - y - 2 = 0$ محور Y_1 را در نقاطی به عرض‌های Y_1 و Y_2 قطع می‌کند. اگر با دوران محورهای مختصات به اندازه $\frac{\pi}{6}$ حول مبدأ، معادله این مقطع به حالت استاندارد تبدیل شود، آنگاه حاصل $Y_1 + Y_2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۵}{۳}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{۱}{۳}$
(۴) ۲

۲۷ محورهای مختصات را به اندازه مناسب دوران می‌دهیم تا مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 = 5$ به حالت استاندارد تبدیل شود. مقدار x بر حسب مختصات دستگاه دوران یافته، کدام است؟

- (۱) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}X + \frac{\sqrt{3}}{2}Y$
(۲) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}X - \frac{1}{\sqrt{3}}Y$
(۳) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}X - \frac{\sqrt{3}}{2}Y$
(۴) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}X + \frac{1}{\sqrt{3}}Y$

محل انجام محاسبات:

۲۸ مثلث $\triangle ABC$ با داشتن مقادیر $b = 10$ ، $c = 17$ و $h_a = 8$ رسم شده است. مساحت این مثلث کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۳۶
(۳) ۶۰
(۴) ۴۸

۲۹ محیط مثلث ABC برابر ۳۶ و اضلاع $A'B'C'$ که با $\triangle ABC$ متشابه است، ۳، ۷ و ۸ است. نسبت مساحت دو مثلث کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۹
(۴) ۱۶

۳۰ در مثلث ABC داریم $\hat{B} = \hat{C} = 55^\circ$. زاویه بین نیمساز BD و ارتفاع BH چقدر است؟

- (۱) $8/5^\circ$
(۲) $6/5^\circ$
(۳) $7/5^\circ$
(۴) $5/5^\circ$

۳۱ اگر $R_\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ یک ماتریس دوران باشد، θ کدام است؟

- (۱) -3°
(۲) -12°
(۳) -15°
(۴) -6°

۳۲ محورهای مختصات را با چه زاویه‌ای دوران دهیم تا منحنی $1 = x^2 - \sqrt{3}xy + 3y^2 - \lambda x$ به حالت افقی یا قائم درآید؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$
(۲) $\frac{\pi}{6}$
(۳) $\frac{2\pi}{3}$
(۴) $\frac{\pi}{\lambda}$

۳۳ قطر بزرگ یک شش ضلعی منتظم، ضلع یک شش ضلعی منتظم جدید است. مساحت شش ضلعی جدید چندبرابر مساحت شش ضلعی اولیه است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) $4\sqrt{2}$
(۴) $6\sqrt{2}$

۳۴ یک استوانه قائم به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده $4\sqrt{2}$ در کوچک‌ترین نیمکره ممکن جای گرفته است. حجم محدود بین این نیمکره و استوانه چندبرابر π است؟

- (۱) ۸۱
(۲) ۷۲
(۳) ۸۰
(۴) ۷۸

۳۵ در مثلث ABC که $BC = 2AB$ میانه AM را رسم کرده، آن را از طرف A به اندازه خود امتداد داده و نقطه حاصل را D نامیده‌ایم. کدام گزینه لزوماً برقرار نیست؟

- (۱) $\hat{BAM} = \hat{AMB}$
(۲) $AC = BD$
(۳) $\hat{AMC} = \hat{BAD}$
(۴) $DM = 2BM$

محل انجام محاسبات: