

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۲۴

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»



صفحه ۱ از ۴

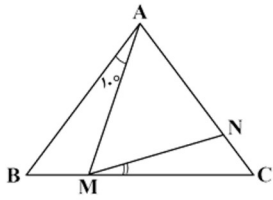
تاریخ: ۰۲ اسفندماه ۹۶

مدت آزمون: ۷۰ دقیقه

کلاس: ۴۰۷، ۴۰۸ و ۴۰۹

رشته: ریاضی

درس: هندسه تحلیلی



۱ در شکل زیر، $AB = AC$ و $AM = AN$ ؛ اندازه زاویه $\angle NMC$ چقدر است؟

- (۱) 25°
- (۲) 20°
- (۳) 10°
- (۴) 5°

۲ در مثلث ABC داریم: $b = 5$ ، $c = 3$ و $m_a = 2$ مساحت این مثلث کدام است؟ (m_a میانه نظیر ضلع a است)

- (۱) $4/8$
- (۲) 6
- (۳) $5/4$
- (۴) 8

۳ یک هرم منتظم مربع القاعده با ضلع قاعده $8\sqrt{2}$ و ارتفاع ۶ واحد را در نظر بگیرید. مساحت جانبی این هرم چقدر است؟

- (۱) $32\sqrt{3}$
- (۲) $32\sqrt{34}$
- (۳) $34\sqrt{32}$
- (۴) $34\sqrt{34}$

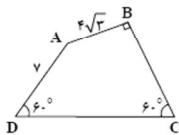
۴ در یک مکعب از وسط هر سه یال همسر، صفحه‌ای گذرانده و هرم نهایی را از مکعب جدا می‌کنیم. حجم شکل هندسی باقی‌مانده چندبرابر حجم مکعب اولیه است؟

- (۱) $2/3$
- (۲) $4/5$
- (۳) $5/6$
- (۴) $3/8$

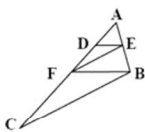
۵ کدام گزاره تعریف لوزی نیست؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که اضلاع مجاورش برابرند.
- (۲) متوازی‌الاضلاعی که اقطارش عمودمنصف هستند.
- (۳) متوازی‌الاضلاعی که در آن زوایای روبه‌رو باهم و اضلاع روبه‌رو باهم برابرند.
- (۴) متوازی‌الاضلاعی که اقطارش نیمساز زوایا هستند.

۶ مساحت چهار ضلعی مقابل کدام است؟



- (۱) $9\sqrt{3}$
- (۲) $19\sqrt{3}$
- (۳) $195\sqrt{3}$
- (۴) $94\sqrt{3}$



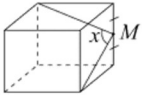
۷ در مثلث ABC در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $EF \parallel AB$ اگر $\frac{AD}{DF} = \frac{3}{4}$ ، حاصل $\frac{AF}{AC}$ کدام است؟

- (۱) $3/4$
- (۲) $3/7$
- (۳) $9/16$
- (۴) $1/4$

۸ در مکعب مستطیلی طول قطر وجه‌های متمایز برابر $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ و $\sqrt{8}$ است. طول قطر مکعب مستطیل کدام است؟

- (۱) $\sqrt{11}$
- (۲) $\frac{\sqrt{11}}{2}$
- (۳) $\sqrt{\frac{11}{2}}$
- (۴) $4\sqrt{11}$

محل انجام محاسبات:



۹ در مکعب شکل زیر، M وسط یال است. زاویه x کدام است؟

(۱) $\cos^{-1}(\frac{1}{3})$

(۲) 90°

(۳) $\cos^{-1}(\frac{-1}{5})$

(۴) 120°

۱۰ در مثلث ABC، زاویه بین عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC برابر 50° است. در این مثلث مجموع زوایای B و C کدام است؟

(۲) 90°

(۴) 50°

(۱) 130°

(۳) 80°

۱۱ در مثلث ABC داریم $12 = 3AC = 2BC = FAB$. طول ارتفاع نظیر ضلع BC چندبرابر طول ارتفاع نظیر ضلع AB است؟

(۲) ۲

(۴) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

۱۲ در مثلث ABC، زاویه $\hat{B} = 100^\circ$ است. ضلع AC را از هر دو طرف به اندازه $BC = CD$ و $AB = AE$ امتداد می‌دهیم. کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث BDE چند درجه است؟

(۲) 50°

(۴) 80°

(۱) 40°

(۳) 35°

۱۳ مجموع طول، عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل ۸ و طول قطر آن ۶ است. مساحت کل مکعب مستطیل کدام است؟

(۲) ۲۲

(۴) ۲۶

(۱) ۲۸

(۳) ۲۴

۱۴ در مثلث ABC، از نقطه D روی ضلع BC که روی نیمساز داخلی زاویه A نیز قرار دارد، دو خط موازی با اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم تا اضلاع مثلث را در نقاط M و N قطع کنند. چهار ضلعی AMDN همواره چگونه است؟

(۲) لوزی

(۴) دوزنقه

(۱) مستطیل

(۳) مربع

۱۵ نقطه E واقع بر ضلع CD از مستطیل ABCD در فاصله ۱۲ سانتی‌متری از B واقع است. اگر $DE = 2EC$ باشد، نقطه تلاقی AC و BE در چه فاصله‌ای از B واقع است؟

(۲) ۷

(۴) ۹

(۱) ۶

(۳) ۸

۱۶ یک کره به مرکز O و به حجم 288π را با صفحه P، به فاصله ۳ از مرکز آن قطع می‌کنیم. مقطع برش، یک دایره به مرکز O' و به شعاع r می‌شود. نسبت مساحت کره به مساحت دایره مقطع برش کدام است؟

(۲) $\frac{16}{3}$

(۴) 3π

(۱) ۶

(۳) ۵

۱۷ نقطه K درون مربع ABCD طوری واقع است که مثلث KAB متساوی‌الاضلاع است. زاویه \hat{ADK} چند درجه است؟

(۲) 75°

(۴) 45°

(۱) 80°

(۳) 60°

محل انجام محاسبات.

۱۸ ارتفاع وارد بر وتر یک مثلث قائم‌الزاویه، روی وتر پاره‌خط‌هایی به طول ۲ و ۸ واحد ایجاد می‌کند. طول ضلع کوچک‌تر این مثلث کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۱۶
(۳) $2\sqrt{5}$
(۴) $\sqrt{5}$

۱۹ در مثلث ABC میانه‌های BM' و AM رسم شده‌اند. محل تلاقی آن‌ها را O می‌نامیم. از نقطه M به موازات BM' خطی رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه K قطع کند. اندازه MK کدام است؟ ($OM' = 3$)

- (۱) $5/5$
(۲) ۵
(۳) $4/5$
(۴) ۴

۲۰ در مثلث ABC ، نیمسازهای داخلی زوایای B و C یکدیگر را با زاویه 70° درجه قطع می‌کنند. زاویه A چند درجه است؟

- (۱) 20°
(۲) 40°
(۳) 60°
(۴) 80°

۲۱ نقطه M درون مثلث ABC به گونه‌ای قرار دارد که از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. نقطه M لزوماً روی قرار دارد.

- (۱) محل تقاطع عمودمنصف‌های AB و AC
(۲) نیمساز رأس A
(۳) محل تقاطع نیمساز رأس‌های B و C
(۴) نیمساز رأس B

۲۲ ارتفاع یک مخروط قائم، دو برابر شعاع قاعده آن است. سطح مقطع حاصل از تقاطع این مخروط با صفحه‌ای که در وسط ارتفاع مخروط بر آن عمود می‌شود، چندبرابر سطح مقطع حاصل از تقاطع مخروط با صفحه گذرنده از رأس و قطر قاعده مخروط است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$
(۲) $\frac{\pi}{3}$
(۳) $\frac{\pi}{8}$
(۴) $\frac{\pi}{6}$

۲۳ مکعب مستطیلی به ابعاد $2a$ ، a و a در کوچک‌ترین کره ممکن جای داده‌ایم. نسبت حجم کره به حجم مکعب مستطیل چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{10}{\sqrt{3}}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{9}{8}$
(۴) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

۲۴ اگر محورهای مختصات را به اندازه θ دوران دهیم، منحنی $10 = 4x^2 - 4xy + 4y^2$ به صورت استاندارد درمی‌آید. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
(۲) $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
(۳) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$
(۴) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

۲۵ برای استاندارد کردن مقطع مخروطی $2 = 6x + y - 4y^2 + 2axy + 5x^2$ باید محورهای مختصات را 60° دوران دهیم. a کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $-2\sqrt{3}$

۲۶ مقطع مخروطی به معادله $2 = x - y - 2\sqrt{3}xy + my^2 + x^2$ محور Y_1 و Y_2 را در نقاطی به عرض‌های y_1 و y_2 قطع می‌کند. اگر با دوران محورهای مختصات به اندازه $\frac{\pi}{6}$ حول مبدأ، معادله این مقطع به حالت استاندارد تبدیل شود، آنگاه حاصل $y_1 + y_2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) ۲

محل انجام محاسبات:

۲۷ نقطه $M(2, 2)$ را حول مبدأ مختصات به اندازه 30° دوران داده‌ایم تا نقطه $N(a, b)$ به دست آید. کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
 (۲) ۲
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) ۴

۲۸ نقطه $M(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$ تحت دوران 45° به کدام نقطه تبدیل می‌شود؟

- (۱) $(0, 2)$
 (۲) $(1, 3)$
 (۳) $(2, 0)$
 (۴) $(3, 1)$

۲۹ اگر $R_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ یک ماتریس دوران باشد، θ کدام است؟

- (۱) -30°
 (۲) -120°
 (۳) -150°
 (۴) -60°

۳۰ محورهای مختصات را با چه زاویه‌ای دوران دهیم تا منحنی $4x^2 - \sqrt{3}xy + 3y^2 - 8x = 1$ به حالت افقی یا قائم درآید؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$
 (۲) $\frac{\pi}{6}$
 (۳) $\frac{2\pi}{3}$
 (۴) $\frac{\pi}{8}$

۳۱ محورهای مختصات را به اندازه مناسب دوران می‌دهیم تا مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 = 5$ به حالت استاندارد تبدیل شود. مقدار x برحسب مختصات دستگاه دوران یافته، کدام است؟

- (۱) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}X + \frac{\sqrt{3}}{2}Y$
 (۲) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}X - \frac{1}{\sqrt{2}}Y$
 (۳) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}X - \frac{\sqrt{3}}{2}Y$
 (۴) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}X + \frac{1}{\sqrt{2}}Y$

۳۲ با چه زاویه دورانی مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 4\sqrt{3}xy + y^2 - 2x + 4y = 7$ به حالت استاندارد تبدیل می‌شود؟

- (۱) 30°
 (۲) 45°
 (۳) 60°
 (۴) 90°

۳۳ با چه زاویه‌ای محورهای مختصات را دوران دهیم تا مقطع مخروطی $2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2 = 5$ به حالت افقی یا قائم تبدیل شود؟

- (۱) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$
 (۲) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{2}}{3}$
 (۳) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (۴) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$

۳۴ ماتریس دوران A ، با رابطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ ، معادله مقطع مخروطی $5x^2 + 24xy - 2y^2 = 12$ را به صورت استاندارد برحسب x' و y' تبدیل می‌کند. تانژانت زاویه دوران کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{3}{5}$

۳۵ با دوران محورهای مختصات به اندازه $\frac{\pi}{6}$ در جهت مثلثاتی، معادله یک مقطع مخروطی در دستگاه جدید، به صورت $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ نوشته شده است. معادله آن در دستگاه قدیم کدام می‌باشد؟

- (۱) $x^2 + xy + y^2 = 10$
 (۲) $x^2 - xy + y^2 = 5$
 (۳) $x^2 + 3xy - y^2 = 10$
 (۴) $x^2 - 3xy + y^2 = 5$

محل انجام محاسبات: