

پایه چهارم | آزمون هفتگی ۲۴



صفحه ۱ از ۴

«سال تحصیلی ۹۷ - ۱۳۹۶»

تاریخ: ۰۲ اسفندماه ۹۶

مدت آزمون: ۷۰ دقیقه

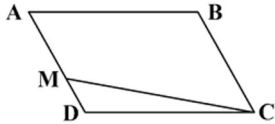
کلاس: ۴۰۴، ۴۰۵ و ۴۰۶

رشته: ریاضی

درس: هندسه تحلیلی

۱ تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب، چهار برابر تعداد اضلاع آن است. از سه رأس مجاور این n ضلعی، مجموعاً چند قطر می‌گذرد؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۳
(۳) ۲۴
(۴) ۲۵



۲ در شکل زیر، ABCD متوازی‌الاضلاع است و $\frac{AM}{MD} = \frac{5}{7}$. مساحت مثلث MCD چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

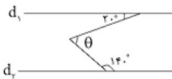
- (۱) $\frac{2}{7}$
(۲) $\frac{1}{7}$
(۳) $\frac{1}{14}$
(۴) $\frac{3}{14}$

۳ مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائم ۶ و ۸ را حول وتر آن به اندازه 36° دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چندبرابر $\frac{\pi}{8}$ است؟

- (۱) ۳۸۴
(۲) ۳۲۸
(۳) ۳۸۶
(۴) ۳۶۸

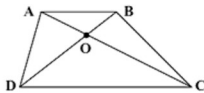
۴ مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائمه ۴ و ۸ را حول ضلع ۸ دوران می‌دهیم تا یک مخروط حاصل شود. مساحت کره محیطی این مخروط چندبرابر 100π است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) ۵
(۴) $\frac{5}{3}$



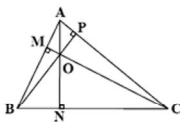
۵ اگر دو خط d_1 و d_2 موازی باشند، مقدار θ کدام است؟

- (۱) 85°
(۲) 75°
(۳) 65°
(۴) 95°



۶ در دوزنقه ABCD، مساحت مثلث‌های AOB و BOC به ترتیب ۲ و ۴ است. مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۱۶
(۳) ۱۸
(۴) ۲۰



۷ باتوجه به شکل، کدام یک از مثلث‌های زیر لزوماً متشابه نیستند؟

- (۱) $\triangle OAP$ و $\triangle OBN$
(۲) $\triangle ABP$ و $\triangle AMC$
(۳) $\triangle OMB$ و $\triangle OPC$
(۴) $\triangle OAM$ و $\triangle OAP$

۸ مساحت کل یک منشور قائم با قاعده مربع، برابر ۹۰ واحد مربع است. اگر مجموع ارتفاع و ضلع قاعده آن برابر ۷ باشد، ارتفاع منشور کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) ۲
(۳) ۵
(۴) $\frac{7}{3}$

محل انجام محاسبات:

۹ استوانه‌ای به شعاع قاعده r ، با مخروطی به شعاع قاعده $2r$ هم‌حجم است. ارتفاع استوانه چندبرابر ارتفاع مخروط است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) ۴

۱۰ در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 52^\circ$ و $\hat{B} = 73^\circ$. نقاط D و E به ترتیب روی AC و BC طوری قرار دارند که $CD = CE$. زاویه ADE چند درجه است؟

- (۱) $117/5$
 (۲) ۱۲۸
 (۳) ۱۰۷
 (۴) ۱۲۰

۱۱ مستطیلی به ابعاد ۲ و ۳ را یک بار از طرف طول و بار دیگر از طرف عرض آن لوله نموده و با آن استوانه‌هایی می‌سازیم. نسبت حجم دو استوانه کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{9}{8}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲ در مربع ABCD به اندازه ضلع واحد، نقطه M نقطه‌ای داخل مربع است که از نقاط A و B و ضلع CD به یک فاصله است. این فاصله چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{5}{8}$
 (۴) $\frac{3}{8}$

۱۳ نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر $\frac{16}{81}$ است. نسبت نیمسازهای نظیر این دو مثلث کدام است؟

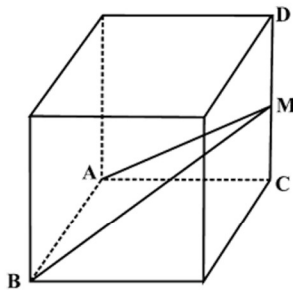
- (۱) $\frac{16}{81}$
 (۲) $\frac{4}{9}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{81}{16}$

۱۴ طول ضلع شش ضلعی منتظمی، ۲ برابر ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع است. نسبت طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع به قطر کوچک شش ضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

۱۵ در مثلث ABC، خط Δ که با BC موازی است، AB و AC را به ترتیب در نقاط R و S قطع کرده است. نسبت مساحت مثلث ARS به مساحت مثلث BRS برابر با کدام است؟

- (۱) $\frac{RS}{BC-RS}$
 (۲) $\frac{AR}{AB}$
 (۳) $\frac{SC}{AS}$
 (۴) $\frac{BC-RS}{BC}$



۱۶ اگر M وسط یال CD از مکعب زیر باشد، اندازه زاویه $\angle AMB$ کدام است؟

- (۱) $\sin^{-1} \frac{1}{3}$
 (۲) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{2}}{3}$
 (۳) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۴) $\sin^{-1} \frac{2}{3}$

۱۷ کره‌ای در داخل مکعبی محاط و بر مکعب دیگری محیط است. اگر سطح کره S_1 و S_2 سطح مکعبها S_1 و S_2 باشد، حاصل $\frac{S_1+S_2}{2S_1}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$
 (۲) $\frac{\pi}{8}$
 (۳) $\frac{4}{\pi}$
 (۴) $\frac{8}{\pi}$

محل انجام محاسبات:

۱۸ در یک شش ضلعی منتظم طول بزرگ‌ترین قطر چندبرابر طول کوچک‌ترین قطر است؟

- (۱) ۲
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۹ در مثلث ABC میانه‌های AM و BM' رسم شده‌اند، محل تلاقی آن‌ها را O می‌نامیم. از نقطه M به موازات BM' خطی رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه K قطع کند. اندازه MK کدام است؟ ($OM' = 3$)

- (۱) $\frac{5}{5}$
 (۲) ۵
 (۳) $\frac{4}{5}$
 (۴) ۴

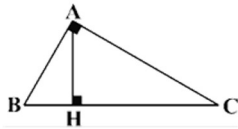
۲۰ نسبت عدد حجم به قطر یک مکعب برابر با $3\sqrt{3}$ است. با ثابت نگه داشتن عرض و ارتفاع، طول این مکعب را دو برابر می‌کنیم. قطر مکعب مستطیل حاصل کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{6}$
 (۲) ۶
 (۳) $3\sqrt{2}$
 (۴) $6\sqrt{3}$

۲۱ نیمسازهای دو زاویه مجاور، با یکدیگر زاویه 70° درجه ساخته‌اند. اگر نسبت اندازه دو زاویه کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) 30°
 (۲) 40°
 (۳) 60°
 (۴) 80°

۲۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ارتفاع وارد بر وتر را رسم کرده‌ایم. اگر نسبت $\frac{AC}{AB}$ برابر $\frac{5}{13}$ باشد، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت AHC است؟



- (۱) $\frac{25}{9}$
 (۲) $\frac{16}{9}$
 (۳) $\frac{34}{9}$
 (۴) $\frac{34}{25}$

۲۳ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، خطی که از A می‌گذرد، خطوط BD و BC و امتداد CD را به ترتیب در نقاط M ، N و L قطع می‌کند. اگر $MN = 4$ و $NL = 5$ باشد، AM کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) $\sqrt{20}$
 (۴) $\sqrt{28}$

۲۴ اگر محورهای مختصات را به اندازه θ دوران دهیم، منحنی $7x^2 - 4xy + 4y^2 = 10$ به صورت استاندارد درمی‌آید. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 (۲) $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 (۳) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$
 (۴) $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$

۲۵ با چه زاویه‌ای محورهای مختصات را دوران دهیم تا مقطع مخروطی $5 = 2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2$ به حالت افقی یا قائم تبدیل شود؟

- (۱) $\sin^{-1} \frac{1}{3}$
 (۲) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{6}}{3}$
 (۳) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$
 (۴) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

۲۶ با استفاده از دوران محورهای مختصات به اندازه‌ای مناسب، فاصله یک کانون تا مرکز مقطع مخروطی $x^2 + \sqrt{3}xy = \frac{3}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) ۲
 (۴) ۳

محل انجام محاسبات:

۲۷ اگر $R_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ یک ماتریس دوران باشد، θ کدام است؟

- (۱) -30°
 (۲) -120°
 (۳) -150°
 (۴) -60°

۲۸ نقطه $M(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$ تحت دوران 45° به کدام نقطه تبدیل می‌شود؟

- (۱) $(5, 2)$
 (۲) $(1, 3)$
 (۳) $(2, 5)$
 (۴) $(3, 1)$

۲۹ نقطه $M(2, 2)$ را حول مبدأ مختصات به اندازه 30° دوران داده‌ایم تا نقطه $N(a, b)$ به دست آید. $a + b$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
 (۲) 2
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) 4

۳۰ محورهای مختصات را با چه زاویه‌ای دوران دهیم تا منحنی $4x^2 - \sqrt{3}xy + 3y^2 - 8x = 1$ به حالت افقی یا قائم درآید؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$
 (۲) $\frac{\pi}{6}$
 (۳) $\frac{2\pi}{3}$
 (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳۱ برای استاندارد کردن مقطع مخروطی $5x^2 + 2axy + 4y^2 - 6x + y = 2$ باید محورهای مختصات را 60° دوران دهیم. a کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $-2\sqrt{3}$

۳۲ محورهای مختصات را به اندازه مناسب دوران می‌دهیم تا مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 = 5$ به حالت استاندارد تبدیل شود. مقدار x برحسب مختصات دستگاه دوران یافته، کدام است؟

- (۱) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}X + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}Y$
 (۲) $x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}X - \frac{1}{\sqrt{3}}Y$
 (۳) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}X - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}Y$
 (۴) $x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}X + \frac{1}{\sqrt{3}}Y$

۳۳ با چه زاویه دورانی مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 4\sqrt{3}xy + y^2 - 2x + 4y = 7$ به حالت استاندارد تبدیل می‌شود؟

- (۱) 30°
 (۲) 45°
 (۳) 60°
 (۴) 90°

۳۴ مقطع مخروطی به معادله $x^2 - 2\sqrt{3}xy + my^2 + x - y - 2 = 0$ محور y_1 و y_2 قطع می‌کند. اگر با دوران محورهای مختصات به اندازه $\frac{\pi}{6}$ حول مبدأ، معادله این مقطع به حالت استاندارد تبدیل شود، آنگاه حاصل $y_1 + y_2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
 (۲) 1
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) 2

۳۵ با دوران محورهای مختصات به اندازه مناسب، معادله مقطع مخروطی $\sqrt{3}xy + y^2 = 1$ به کدام صورت نوشته می‌شود؟

- (۱) $3x^2 - y^2 = 2$
 (۲) $2x^2 - 3y^2 = 2$
 (۳) $3x^2 + y^2 = 2$
 (۴) $2x^2 + 3y^2 = 2$

محل انجام محاسبات: