

پایه دهم

آزمون جامع

۰۶ اسفند ۱۳۹۵

پاسخنامه دفترچه | ریاضی

شماره صندلی:

کلاس:

نام و نام خانوادگی:

درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پیشنهادی
زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱ تا ۲۰	۲۰ دقیقه
عربی	۲۰	۲۱ تا ۴۰	۲۰ دقیقه
دین و زندگی	۱۵	۴۱ تا ۵۵	۱۵ دقیقه
زبان انگلیسی	۲۵	۵۶ تا ۸۰	۲۰ دقیقه
ریاضی	۱۵	۸۱ تا ۹۵	۴۵ دقیقه
هندسه	۱۰	۹۶ تا ۱۰۵	۳۰ دقیقه
آمار و ترکیبیات	۵	۱۰۶ تا ۱۱۰	۱۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۱۱۱ تا ۱۳۰	۴۰ دقیقه
شیمی	۱۲	۱۳۱ تا ۱۴۲	۲۰ دقیقه
تعداد سؤال: ۱۲۲		مدت پاسخگویی: ۲۲۰ دقیقه	





پاسخ‌های زبان (۱-۵) و ادبیات (۶-۲۰) فارسی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۲	۱
شماره سوال	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
پاسخ	۳	۳	۲	۱	۴	۱	۲	۳	۴	۳

پاسخ‌های عربی (۲۱-۴۰)

شماره سوال	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
پاسخ	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۲	۴	۴
شماره سوال	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
پاسخ	۲	۱	۳	۴	۳	۲	۲	۳	۱	۲

پاسخ‌های دینی (۴۱-۵۵)

شماره سوال	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
پاسخ	۴	۱	۴	۲	۱	۴	۳	۲	۱	۱
شماره سوال	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵					
پاسخ	۳	۳	۴	۳	۲					

Responses in English (56-80)

Question	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
Response	3	1	1	4	4	1	2	2	3	3
Question	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
Response	1	4	4	1	2	2	2	4	3	4
Question	76	77	78	79	80					
Response	1	2	4	4	4					

پاسخ‌های ریاضی (۸۱-۹۵)

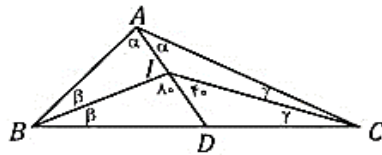
شماره سوال	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
پاسخ	۳	۳	۱	۴	۲	۳	۱	۳	۴	۱
شماره سوال	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵					
پاسخ	۲	۳	۲	۱	۲					



پاسخ‌های هندسه (۱۰۵-۹۶) + پاسخ تشریحی

شماره سوال	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۳	۱۰۴	۱۰۵
پاسخ	۴	۱	۲	۳	۳	۳	۲	۴	۲	۱

۹۶- گزینه «۴»



نیمسازهای داخلی مثلث هم‌رستند. پس AI نیز نیمساز زاویه A است. با توجه به زاویه خارجی در دو مثلث ABI و ACI داریم:

$$80 = \alpha + \beta$$

$$40 = \alpha + \gamma$$

با کم کردن دو رابطه بالا داریم: $\beta - \gamma = 40^\circ$. حال در مثلث BCI مجموع زاویه‌های داخلی 180° است. پس:

$$\beta + \gamma + 120 = 180 \Rightarrow \beta + \gamma = 60$$

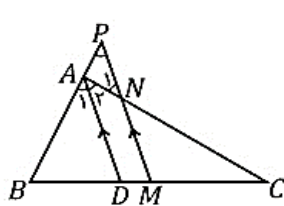
پس:

$$\left. \begin{array}{l} \beta - \gamma = 40^\circ \\ \beta + \gamma = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta = 50^\circ \\ \gamma = 10^\circ \end{array} \right.$$

بنابراین زاویه $\widehat{ABC} = 100^\circ$ است.

۹۷- گزینه «۱»

MN را امتداد می‌دهیم تا امتداد AB را در P قطع کند. با توجه به خطوط موازی - مورب داریم:



$$\left. \begin{array}{l} A_1 = P \\ A_2 = N_1 \end{array} \right\} \Rightarrow P = N_1 \Rightarrow AP = AN = x$$

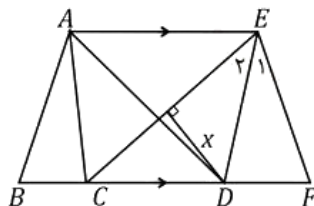
$$AD \parallel PM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DM}{BM} = \frac{AP}{BP} \Rightarrow \frac{DM}{BM} = \frac{x}{x+4}$$

$$MN \parallel DA \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DM}{MC} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{DM}{MC} = \frac{x}{6-x}$$

حال چون $BM = CM$ است، پس $\frac{DM}{BM} = \frac{DM}{MC}$ است. در نتیجه:

$$\frac{x}{x+4} = \frac{x}{6-x} \Rightarrow x+4=6-x \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$$

۹۸- گزینه «۲»



چون ED نیمساز است، پس فاصله D از EC با فاصله D از EF برابر است.

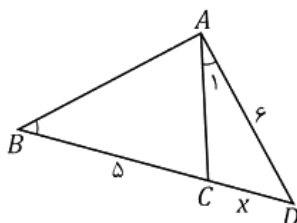
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{BC}{CD} = \frac{1}{2} \xrightarrow{S_{ABC}=20} S_{ACD} = 40$$

حال چون $S_{ECD} = S_{ACD}$ است. پس $S_{ECD} = 40$.

$$S_{ECD} = \frac{1}{2} x \cdot EC \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} x \times 5 \Rightarrow x = 16$$

۹۹- گزینه «۳»

دو مثلث ACD و BAD متشابه‌اند. زیرا:



$$\hat{A}_1 = \hat{B} \text{ و } \hat{D} \text{ مشترک}$$

پس:

$$\frac{CD}{AD} = \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BA}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{x+5} \Rightarrow x(x+5) = 36 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow BD = 9$$

حال اگر $CD = x$ قرار دهیم:



۱۰۰ - گزینه «۳»

با توجه به اندازه‌های داده شده داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3} = \frac{AD}{AC}$$

بنابراین دو مثلث ACB و ADE به حالت تناسب دو ضلع و زاویه بین

برابر متشابه‌اند. ($\hat{A}$ مشترک و $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$)

در دو مثلث متشابه میانه‌های متناظر نیز به نسبت تشابه متناسب‌اند. پس:

چون AP نیمساز است، طبق قضیه نیمساز داریم:

$$\frac{AN}{AM} = \frac{NP}{PM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{NP}{PM + NP} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{NP}{MN} = \frac{2}{5}$$

بنابراین با توجه به اینکه $MN = 5$ است، داریم: $NP = 2$ و $MP = 3$ بنابراین $MP - NP = 1$.

۱۰۱ - گزینه «۳»

فرض کنیم دو چندضلعی به ترتیب m و n ضلع دارند. می‌دانیم تعداد قطرهای آنها برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}, \frac{m(m-3)}{2}$$

$$m+n=20$$

پس:

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{m(m-3)}{2} = 51 \Rightarrow n^2 - m^2 - 3n + 3m = 102 \Rightarrow (n-m)(n+m-3) = 102$$

چون $n+m-3=17$ است، پس: $n-m=6$ می‌شود. بنابراین:

$$\begin{cases} n-m=6 \\ n+m=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=13 \\ m=7 \end{cases}$$

۱۰۲ - گزینه «۲»

با توجه به زاویه‌های شکل واضح است که $MNPQ$ مستطیل است. با توجه به

اینکه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° درجه در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است، پس:

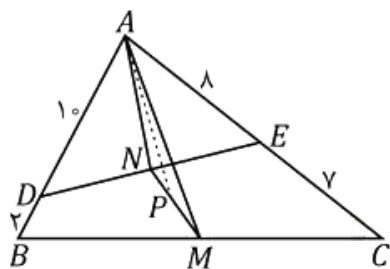
$$\left. \begin{aligned} BP &= \frac{AB}{2} = 2 \\ BQ &= \frac{BC}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow PQ = \frac{1}{2}$$

همچنین می‌دانیم ضلع‌های روبه‌رو به زاویه 60° درجه در مثلث قائم‌الزاویه وتر است، پس:

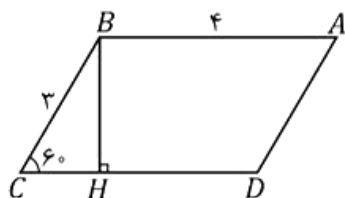
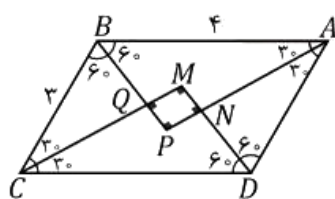
$$\left. \begin{aligned} CM &= \frac{\sqrt{3}}{2} CD = 2\sqrt{3} \\ CQ &= \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین مساحت $MNPQ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}$ است. ارتفاع BH برابر است با:

$$BH = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = 6\sqrt{3} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{MNPQ}} = 24$$

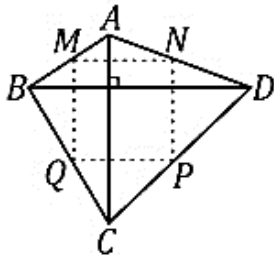


$$\frac{AN}{AM} = \frac{2}{3}$$





۱۰۳- گزینه «۴»

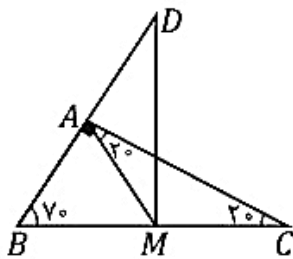


می‌دانیم از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید. ضلع‌های این متوازی‌الاضلاع موازی با قطر‌ها و برابر با نصف طول آنهاست. حال اگر در شکل بالا $MNPQ$ مربع باشد، آنگاه دو قطر AC و BD بر هم عمود و با هم برابرند.

چهارضلعی با این شرایط لزوماً هیچ‌کدام از گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نیست.

۱۰۴- گزینه «۲»

می‌دانیم میانه وارد بر وتر نصف وتر است. پس:



$$AM = \frac{BC}{2} = AD$$

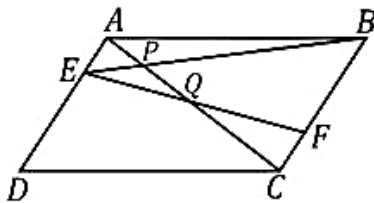
بنابراین مثلث AMD متساوی‌الساقین است. چون $\hat{DAM} = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ است، پس:

$$\hat{MDA} = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\hat{DMB} = 180^\circ - (35^\circ + 70^\circ) = 75^\circ$$

در نتیجه:

۱۰۵- گزینه «۱»



چون AE و CF موازی و مساوی هستند، پس چهارضلعی $AECF$ متوازی‌الاضلاع است. بنابراین $AQ = QC$ است. حال با توجه به تشابه دو مثلث APE و CPB (به حالت دو زاویه) داریم:

$$\frac{AP}{PC} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow PC = 4AP \Rightarrow AC = 5AP$$

حال با توجه به تساوی $AQ = QC$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AQ = \frac{AC}{2} \\ AP = \frac{AC}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow PQ = AQ - AP = \frac{AC}{2} - \frac{AC}{5} = \frac{3}{10} AC$$

$$\frac{PQ}{QC} = \frac{\frac{3}{10} AC}{\frac{AC}{2}} = \frac{3}{5}$$

و چون $QC = \frac{AC}{2}$ است، پس:



پاسخ‌های آمار (۱۱۰-۱۰۶) + پاسخ تشریحی

شماره سوال	۱۰۶	۱۰۷	۱۰۸	۱۰۹	۱۱۰
پاسخ	۱	۴	۳	۴	۱

سؤال ۱۰۶ - گزینه ۱

از آنجاییکه رقم هزارگان نمی تواند صفر باشد، دو حالت کلی وجود دارد که رقم یکان صفر باشد یا نباشد، با استفاده از اصل جمع می نویسیم:

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 + 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 156$$

سؤال ۱۰۷ - گزینه ۴

چون هیچ شرطی برای مسأله در نظر گرفته نشده است، مسأله مانند نشستن ۶ نفر دور یک میز گرد است! ۵!

سؤال ۱۰۸ - گزینه ۳

کافیست در بسط دوجمله‌ای، به جای x ، ۱ و بجای y ، -۱ را قرار بدهیم.

$$(1 - 1)^n = 0$$

سؤال ۱۰۹ - گزینه ۴

هر خواهر و برادر را به صورت یک عضو واحد در نظر می گیریم، برای چیدن ۴ بسته دور یک میز گرد، حالت‌ها مشخص است، حال هر خواهر و برادر دو حالت جایگشت داخل عضو واحد می توانند داشته باشند.

$$3! \times 2!^4$$

سؤال ۱۱۰ - گزینه ۱

با استفاده از اصل ضرب تعداد حالات ممکن برای آقایان را در تعداد حالات ممکن برای خانم‌ها ضرب می‌کنیم

$$\left(\binom{5}{4} + \binom{5}{5} \right) \times \left(\sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} \right) = 6 \times 2^4 = 96$$

پاسخ‌های فیزیک (۱۳۰-۱۱۱)

شماره سوال	۱۱۱	۱۱۲	۱۱۳	۱۱۴	۱۱۵	۱۱۶	۱۱۷	۱۱۸	۱۱۹	۱۲۰
پاسخ	۱	۲	۱	۲	۳	۲	۲	۳	۳	۲
شماره سوال	۱۲۱	۱۲۲	۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵	۱۲۶	۱۲۷	۱۲۸	۱۲۹	۱۳۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۱	۳	۳	۳	۲	۲

پاسخ‌های شیمی (۱۴۲-۱۳۱)

شماره سوال	۱۳۱	۱۳۲	۱۳۳	۱۳۴	۱۳۵	۱۳۶	۱۳۷	۱۳۸	۱۳۹	۱۴۰
پاسخ	۲	۳	۲	۱	۳	۱	۳	۴	۳	۱
شماره سوال	۱۴۱	۱۴۲								
پاسخ	۳	۳								

سوگند به نفس و آنکه نیکویش آفرید، سپس بدی‌ها و پرهیزگاری‌هایش را به او الهام کرد. هر کس درپاکی آن کوشید، رستگار شد و هر که آلوده اش کرد، ناامید شد.

شمس / ۷-۱۰

خدایا! راستش را بگو، آیا تو آدم‌های بد را بد خلق کرده‌ای و آدم‌های خوب را خوب. بعضی‌ها می‌گویند سرنوشت هر کسی را روی پیشانی‌اش نوشته‌اند. اگر این‌طور باشد، هیچ‌کس، هیچ‌کاری انجام نمی‌دهد، مگر اینکه به سرنوشت‌ش عمل می‌کند. اگر کسی گناهی کند، تقصیر او نیست، تقصیرِ توسست که او را گناهکار خلق کرده‌ای و اگر کسی خوب است و نیکوکار، کار مهمی نکرده، چون تو او را نیکوکار آفریده‌ای. ولی من مطمئن‌م این‌طور نیست؛ چون اگر این‌طور باشد همه حساب و کتاب‌ها به هم می‌ریزد. دنیا جای مسخره‌ای می‌شود و ما هیچ‌کاره می‌شویم. اگر این‌طور باشد، امتحان و پیامبر و راهنمایی، پاداش و مجازات و بهشت و جهنم، همه و همه بی‌معنی می‌شود.

ولی ما آدمی‌م و قرار است که انتخاب کنیم و فرق‌مان با همه موجودات سر همین است. انتخاب‌های ماست که مهم است. انتخاب‌های ماست که آدم‌ها را از هم جدا می‌کند. تو خوبی و بدی را کنار دست‌مان گذاشته‌ای تا ببینی ما کدام را برمی‌داریم. عقل هم به ما داده‌ای و قلبی که راه را نشان‌مان بدهد. پیامبرها را هم فرستاده‌ای تا کمک‌مان کنند و ما مسیری را که به تو می‌رسد، بهتر تشخیص بدهیم. حالا اگر باز هم اشتباه کنیم، راه غلطی برویم و گم بشویم، دیگر تقصیر خودمان است.

من که فکر می‌کنم هر کس سرنوشت‌ش را خودش می‌نویسد.

خدایا! تو چه می‌گویی؟ تو هم با من موافقی؟

یعنی توی این زندگی آدم‌ها هیچ کاره‌اند و فقط خداست که تصمیم می‌گیرد؟ به نظر بد بودن یا خوب بودن آدم‌ها دست خودشان است یا خداست که آدم‌ها را خوب و بد می‌کند؟ تو چطور فکر می‌کنی؟ آیا می‌خواهی تصمیم‌گیری، انتخاب کنی و زندگی‌ات را بسازی، یا همه‌چیز را رها کنی و بگویی:

«ربطی به من ندارد. این سرنوشت من است!»

