تاریخ :	وقت : دقیقه	سریال ۱۸۷۳۸۷
نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۲۵	
موضوع 1.حساب دیفرانسیل و انتگرال و ریاضی پایه		دبیرستان علامه حلی تهران

۱.گزینه ۱

$$\frac{۶n+۱}{۲n-۱}=\frac{۳(۲n-۱)+۴}{۲n-۱}=۳+\frac{۴}{۲n-۱}\rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{۶n+۱}{۲n-۱}=۳\\ \dfrac{۶n+۱}{۲n-۱}>۳\end{cases}$$

چون این دنباله همگرا به ۳ و نزولی است، پس از ۳^+ به ۳ نزدیک می‌شود.

بنابراین باید $\lim\limits_{x\to۳^+}f(x)=۳$ باشد:

$$\lim_{x\to۳^+}f(x)=\lim_{x\to۳^+}(۲ax-[x])=۶a-[۳^+]=۶a-۳=۳\Rightarrow a=۱$$

۲.گزینه ۳

$$f(a_n)=f(\frac{۱}{n})=\sin ۲nx=۰$$

چون $\{f(a_n)\}$ همگرا به صفر است، پس باید $\{f(b_n)\}$ همگرا به عددی غیر صفر باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: $f(b_n)=\sin(\dfrac{۲\pi}{\frac{۲}{۲n+۱}})=\sin((۲n+۱)\pi)=۰$

گزینه‌ی ۲: $f(b_n)=\sin(\dfrac{۲\pi}{\frac{-۱}{n}})=\sin(-۲n\pi)=۰$

گزینه‌ی ۳: $f(b_n)=\sin(\dfrac{۲\pi}{\frac{۴}{۴n+۱}})=\sin(\frac{\pi}{۲}(۴n+۱))=\sin(۲n\pi+\frac{\pi}{۲})=۱$

گزینه‌ی ۴: $f(b_n)=\sin(\dfrac{۲\pi}{\frac{۲}{۲n-۱}})=\sin((۲n-۱)\pi)=۰$

۳.گزینه ۲ نکته: $f(x)=\begin{cases}g(x) & x\in\mathbb{Q}\\ h(x) & x\in\mathbb{Q}'\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=a$ دارای حد است. اگر و تنها اگر $g(a)=h(a)$.

چون $f(x)$ در نقطه‌ی $x=a$ حد دارد، با توجه به نکته‌ی فوق $x=a$ باید ریشه‌ی معادله $۳x+۱=۲x-۲$ باشد، پس داریم:
$a=-۳$

۴.گزینه ۲

زوج $n: a_n=f(۲+\frac{۱}{n})+a\Rightarrow\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{x\to۲^+}f(x)+a=۳+a$

فرد $n: a_n=f(۲-\frac{۱}{n})-a\Rightarrow\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{x\to۲^-}f(x)-a=۱-a$

چون همگراست پس باید جواب حد یکتا باشد. $۳+a=۱-a\Rightarrow a=-۱$

۵.گزینه ۲

ابتدا عدد همگرایی جمله‌ی $\dfrac{۲n+۷}{n+۲}$ را دقیق می‌یابیم و سپس در تابع $f(x)$ قرار می‌دهیم.

$a_n=\dfrac{۲n+۷}{n+۲}=۲+\dfrac{۳}{n+۲}\Rightarrow$ $\{a_n\}$ همگرا به ۲ و بزرگ‌تر از ۲ است.

$$\Rightarrow\lim_{n\to\infty}f(a_n)=\lim_{x\to۲^+}f(x)=\lim_{x\to۲^+}(۲x+a)[-۳x]$$

$$=\lim_{x\to۲^+}(۲x+a)\cdot[-۶^-]=(۴+a)(-۷)\Rightarrow-۷(۴+a)=۴۲\Rightarrow a=-۱۰$$

۶.گزینه ۱

با توجه به ضابطه‌ی $f(x)$، ضابطه‌ی $f(n^۲)$ برابر است با $f(n^۲)=\frac{n^۴+۲n^۲}{\sqrt{۱+n^۲}-۱}$.

راه حل اول:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n^۲)}{n^۳}=\lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n^۳}\cdot\frac{n^۴+۲n^۲}{\sqrt{۱+n^۲}-۱}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^۴(۱+\frac{۲}{n^۲})}{(n^۳\times n)\sqrt{(۱+\frac{۱}{n^۲}-\frac{۱}{n})}}=\frac{۱}{۱}=۱$$

دقت کنید چون $\lim_{n\to\infty} f(n^۲)=\infty$ است، لذا عبارت $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n^۲)}{n^۳}$ برابر $\frac{\infty}{\infty}$ است و لذا باید رفع ابهام شود.

راه حل دوم:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n^۲)}{n^۳}\overset{\text{پرتوان}}{=\!=}\lim_{n\to\infty}\frac{۱}{n^۳}\frac{n^۴}{|n|}=\frac{n^۴}{n^۴}=۱$$

راه حل سوم:

$$\underset{x\to\infty}{f(x)}=\lim\frac{x^۲+۲x}{\sqrt{x+۱}-۱}=\frac{x^۲}{\sqrt{x}}=x\sqrt{x}\Rightarrow\underset{n\to\infty}{f(n^۲)}\simeq n^۲\sqrt{n^۲}=n^۳\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\frac{f(n^۲)}{n^۳}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^۳}{n^۳}=۱$$

۷.گزینه ۳

۱) $f(۱+\frac{n}{۲})=\sin\frac{\pi}{(۱+\frac{n}{۲})-۱}=\sin\frac{۲\pi}{n}\Rightarrow$ همگرا به صفر

۲) $f(۱+\frac{۱}{n})=\sin\frac{\pi}{(۱+\frac{۱}{n})-۱}=\sin n\pi=۰\Rightarrow$ همگرا به صفر

۳) $f(۱+\frac{۲}{n})=\sin\frac{\pi}{(۱+\frac{۲}{n})-۱}=\sin\frac{n\pi}{۲}\Rightarrow$ **واگرا**

زیرا: $\sin(\frac{n\pi}{۲})=\begin{cases}۰ & n=۲k\\(-۱)^k & n=۲k+۱\end{cases}$

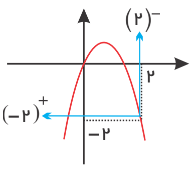
۴) $f(۱+n)=\sin\frac{\pi}{(۱+n)-۱}=\sin\frac{\pi}{n}\Rightarrow$ همگرا به صفر

۸.گزینه ۳

چون f تابعی فرد است:

$$\lim_{x\to ۲^-}f(x)=-\lim_{x\to(-۲)^-}f(x)=۱\quad,\quad\lim_{x\to ۲^+}f(x)=\lim_{x\to(-۲)^-}f(x)=-۳$$

با توجه به نمودار $x-x^۲$ می‌توان گفت:



$$x-x^۲=x(۱-x)\Rightarrow x\to ۲^-\Rightarrow x-x^۲\to(-۲)^+$$

پس: $\lim_{x\to ۲^-}f(x-x^۲)=\lim_{x\to(-۲)^+}f(x)=۱$

۹.گزینه ۲

با توجه به جدول تعیین علامت، حد فوق برای $x\to ۲^-$ معنی دارد، پس:

x		-۲		۲	
$۴-x^۲$	$-$	۰	$+$	۰	$-$

$$\lim_{x\to ۲^-}\left(\sqrt{۴-x^۲}+\left[۷-\frac{۶}{x}\right]\right)=۰+\lim_{x\to ۲^-}\left[۷-\frac{۶}{x}\right]$$

از طرفی: $x<۲\Rightarrow\frac{۱}{x}>\frac{۱}{۲}\Rightarrow-\frac{۶}{x}<-۳\Rightarrow ۷-\frac{۶}{x}<۴$ و بنابراین:

$$\lim_{x\to ۲^-}\left[۷-\frac{۶}{x}\right]=[۴^-]=۳$$

۱۰. گزینه ۴ در گزینه‌ی ۱: همواره a_n گویاست، لذا $f(a_n)$ همگرا به $\lim_{n\to+\infty}\frac{۳}{n}=۰$ است.

در گزینه‌ی ۲: همواره a_n گنگ است، لذا: $\lim_{n\to+\infty}f(a_n)=\lim_{n\to+\infty}(\sqrt{۲}+\frac{۱}{n}+۱)=\sqrt{۲}+۱$

در گزینه‌ی ۳: دنباله‌ی a_n همگرا به $\frac{۱}{۲}$ است. اگر a_n گویا باشد، آن‌گاه: $\lim_{n\to+\infty}f(a_n)=\lim_{n\to\frac{۱}{۲}}(۳x)=\frac{۳}{۲}$

اگر an گنگ باشد آن‌گاه:

$$\lim_{n\to+\infty} f(an)=\lim_{n\to\frac{۱}{۲}}(x+۱)=\frac{۳}{۲}$$

پس هر سه مورد قابل قبول و همگرا هستند.

۱۱.گزینه ۲ دنباله‌ی $۲\cos\frac{۱}{n}$ همگرا به ۲ و کوچک‌تر از ۲ است $(\cos\frac{۱}{n}\leq ۱)$

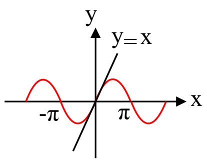
$$\lim_{n\to+\infty} f(۲\cos\frac{۱}{n})=f(۲^-)\xlongequal{\text{ضابطه بالایی}}\lim_{x\to ۲^-}f(x)=۳$$

حاصل $\sin\frac{۱}{n}$ از $\frac{۱}{n}$ کمتر است، بنابراین دنباله‌ی $۲n\sin\frac{۱}{n}$ نیز همگرا به ۲ و کمتر از ۲ است (توجه: $\lim_{x\to ۰}\frac{\sin x}{x}=۱$)

$$\lim_{n\to+\infty} f(۲n\sin\frac{۱}{n})=f(۲^-)\xlongequal{\text{ضابطه بالایی}}\lim_{x\to ۲^-}f(x)=۳$$

نکته: با توجه به نمودار $y=\sin x$ و $y=x$ داریم:

$$\begin{cases} x>\sin x & x>۰\\ x<\sin x & x<۰\end{cases}$$



پس چون $\frac{۱}{n}$ برای nهای طبیعی همواره مثبت است، پس:

$$\sin\frac{۱}{n}\leq\frac{۱}{n}\Rightarrow n\sin\frac{۱}{n}\leq n\times\frac{۱}{n}=۱\Rightarrow ۲n\sin\frac{۱}{n}\leq ۲$$

۱۲.گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to ۲^+}\dfrac{a+(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴}=\dfrac{a+۱}{۰^+}=+\infty\Rightarrow a+۱>۰\Rightarrow a>-۱\\[2ex] \lim\limits_{x\to ۲^-}\dfrac{a+(-۱)^{[x]}}{x^۲-۴}=\dfrac{a-۱}{۰^-}=+\infty\Rightarrow a-۱<۰\Rightarrow a<۱\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک می‌گیریم}}-۱<a<۱$$

۱۳.گزینه ۱

$\lim_{n\to+\infty}f(۱-\frac{۱}{n})=f(۱^-)=+\infty$ بنا به فرض سوال

$$\lim_{n\to+\infty}f(۱+\frac{۱}{n})=f(۱^+)=+\infty$$

از فرض‌های مسئله و ضابطه‌ی تابع f نتیجه می‌گیریم:

$$\lim_{x\to ۱^-}f(x)=\lim_{x\to ۱^+}f(x)=+\infty$$

چون جواب حد چپ و حد راست هر دو $+\infty$ است در واقع $x=۱$ ریشه‌ی مضاعف مخرج است:

$$۲x^۲+ax+b=۲(x-۱)^۲=۲x^۲-۴x+۲$$

پس $a=-۴$ و $b=۲$، لذا $a-b=-۶$ است.

توجه: هرگاه معادله درجه دوم $ax^۲+bx+c$ در $x=k$ دارای ریشه ی مضاعف باشد آنگاه: $ax^۲+bx+c=a\cdot(x-k)^۲$

۱۴.گزینه ۱

تذکر: برای تعیین علامت $x^{۳}-x$ و $x^{۳}+x$ به روش زیر دقت کنید:

$x^{۳}-x=۰$

$$x(x^{۲}-۱)=۰\rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=\pm ۱\end{cases}\rightarrow$$

		-۱		۰		$+۱$	
x	$-$		$-$	۰	$+$		$+$
$x^{۲}-۱$	$+$	۰	$-$		$-$	۰	$+$
$x^{۳}-x$	$-$		$+$		$-$		$+$

همچنان که می‌بینید در همسایگی مقادیر بیشتر از صفر عبارت منفی است. به دلیل مشابه برای $x^{۳}+x$ نیز همین روش برقرار است.

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۰^{+}} f(x^{۳}-|x|)=\lim\limits_{x\to ۰^{+}} f(x^{۳}-x)=f(۰^{-})=۲\\ \lim\limits_{x\to ۰^{-}} f(x^{۳}-|x|)=\lim\limits_{x\to ۰^{-}} (x^{۳}+x)=f(۰^{-})=۲\end{cases}\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۰^{+}} y-\lim\limits_{x\to ۰^{-}} y=۰$$

۱۵.گزینه ۱

چون فرجه با بزرگترین درجه زیر رادیکال برابر است می‌توانیم از هم ارزی رادیکالی استفاده کنیم.

$$\sqrt{an^{۲}+bn+c}\underset{n\to\infty}{\sim}\left|n+\frac{b}{۲a}\right|$$

ابتدا از عبارت داخلی آغاز می‌کنیم به عبارتی ابتدا $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ سپس $\lim\limits_{n\to\infty} f(a_n)$ را در صورت وجود، بدست می‌آوریم.

$$\lim_{n\to\infty} a_n=\lim_{n\to\infty}\sqrt{n^{۲}+۴n+۱}-n=\lim_{n\to\infty}(n+۲)-n=۲$$

چون f در $x=۲$ حد ندارد، باید بدانیم $a_n<۲$ یا $a_n>۲$

برای این موضوع کافیست صعودی یا نزولی بودن a_n را مشخص کنیم.

$$a'_n=\frac{۲n+۴}{۲\sqrt{n^{۲}+۴n+۱}}-۱=\frac{n+۲}{\sqrt{(n+۲)^{۲}-۳}}-۱$$

چون مخرج کوچکتر از صورت است عبارت $\frac{n+۲}{\sqrt{(n+۲)^{۲}-۳}}$ بزرگتر از یک می‌باشد. پس مشتق مثبت است و دنباله a_n صعودی است. در نتیجه a_n با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود. یعنی $a_n<۲$. بنابراین:

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\lim_{x\to ۲^{-}} f(x)=f(۲^{-})=۱$$

۱۶.گزینه ۱

$$\lim_{x\to ۱}\left(fof(x)-\cos^{-۱}\frac{۱}{x}\right)=\lim_{x\to ۱^{+}} fof(x)-\lim_{x\to ۱^{+}}\cos^{-۱}\frac{۱}{x}=۱-۰=۱$$

$$\lim_{x\to ۱^{+}} fof(x)=f(\lim_{x\to ۱^{+}} f(x))=f(۰^{+})\Rightarrow f(۰^{+})=۱$$

از روی نمودار مشخص است که وقتی x با مقادیر بیشتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، مقادیر y از پایین (مقادیر کمتر) به عدد ۱ نزدیک می شوند.

از روی نمودار مشخص است که وقتی x با مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقادیر y از سمت بیشتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x\to ۱^{+}}\cos^{-۱}\frac{۱}{x}=\lim_{x\to ۱^{+}}\cos^{-۱}\frac{۱}{۱^{+}}=\lim_{x\to ۱^{+}}\cos^{-۱}(۱^{-})=۰$$

یادآوری ۱: می‌دانیم که شرط بامعنی بودن تابع $y=\cos^{-۱}u$ آنست که $-۱\leq u\leq ۱$ بنابراین در محاسبه‌ی $\lim\limits_{x\to ۱}\cos^{-۱}\frac{۱}{x}$، باید از مقادیر بیشتر از یک به یک نزدیک شویم $(x\to ۱^{+})$ تا عبارت $\frac{۱}{x}$ کمتر از ۱ باشد. بنابراین منظور از حد در نقطه‌ی $x=۱$ همان حد راست است.

یادآوری ۲: نکته: اگر تابعی مانند f فقط در یک همسایگی راست نقطه‌ای مانند a تعریف شده باشد، آنگاه نزدیک شدن به a در دامنه f، فقط از راست امکان‌پذیر است. بنابراین منظور از حد f در a، همان حد راست f در a است و نماد $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ به معنی $\lim\limits_{x\to a^{+}} f(x)$ خواهد بود.

۱۷.گزینه ۱

برای بررسی همگرایی دنباله‌ی $f(a_n)$ باید همگرایی دنباله‌ی a_n را بطور دقیق محاسبه کنیم.

$$a_n = \frac{۲n+۳}{n+۱} \to a'_n = \frac{۲-۳}{(n+۱)^۲} = \frac{-۱}{(n+۱)^۲} < ۰ \to$$ دنباله‌ی a_n نزولی است

$$a_n = \frac{۲n+۳}{n+۱} = \frac{۲n+۲+۱}{n+۱} = ۲ + \frac{۱}{n+۱}$$

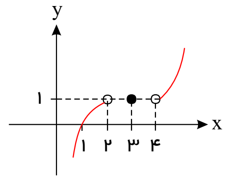
$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty}\left(۲+\frac{۱}{n+۱}\right) = ۲+۰^+ = ۲^+$$

چون a_n نزولی است پس دنباله‌ی $(-a_n)$ همگرا به $(-۲)^-$ خواهد بود.

$$\lim_{n\to+\infty} f(a_n)+f(-a_n) = f(۲^+)+f((-۲)^-) \xlongequal{\text{طبق نمودار}} ۴+(-۳) = ۱$$

۱۸.گزینه ۱ می‌دانیم: $f(a)=b \Rightarrow f^{-۱}(b)=a$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+۲}{n+۲} = ۱ \to \frac{n+۲}{n+۳} < ۱ \Rightarrow \frac{n+۲}{n+۳} \xrightarrow{n\to\infty} ۱^-$$



بنابراین:

$$\lim_{n\to\infty} f^{-۱}\left(\frac{n+۲}{n+۳}\right) = \lim_{x\to ۱^-} f^{-۱}(x) = ۲ \qquad (f(x)\xrightarrow{x\to ۲^-} ۱^-$$ زیرا)

۱۹.گزینه ۱

$$\lim_{x\to(-۳)^+}(a[۲x]+b[-x]) = a\left[(-۶)^+\right]+b\left[۳^-\right] = -۶a+۲b \xlongequal{\text{طبق فرض}} ۲$$

$$\lim_{x\to(-۳)^-}(a[۲x]+b[-x]) = a\left[(-۶)^-\right]+b\left[۳^+\right] = -۷a+۳b \xlongequal{\text{طبق فرض}} ۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۳a+b=۱ \\ -۷a+۳b=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{۱}{۲} \\ b=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

۲۰.گزینه ۲

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\cos 2n\pi=1$$

حال هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{2n}-1)=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{2n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\cos 4n\pi=1 \qquad \checkmark$$

گزینه‌ی ۲:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{2}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{2\pi}{\frac{2}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\cos n\pi=\begin{cases}1 & n \text{ زوج}\\ -1 & n \text{ فرد}\end{cases} \qquad \times$$

گزینه‌ی ۳:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{2n+1}-1)=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{2\pi}{\frac{1}{2n+1}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\cos((4n+2)\pi)=1 \qquad \checkmark$$

گزینه‌ی ۴:

$$\lim_{n\to\infty} f(-\frac{1}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\cos\frac{2\pi}{-\frac{1}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\cos(-2n\pi)=1 \qquad \checkmark$$

۲۱.گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\lim_{u\to 0}\left[\frac{1}{u}\right]\sim\lim_{u\to 0}\frac{1}{u}\ ,\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1}$

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی ۱ : $\lim_{x\to 0} x^2\left[\frac{1}{\sin x}\right]=\lim_{x\to 0}x^2\times\frac{1}{\sin x}=\lim_{x\to 0}x^2\times\frac{x}{\sin x}=0\times 1=0$

گزینه‌ی ۲ : $\lim_{x\to 0}(\sin x)\left[\frac{1}{x}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

گزینه‌ی ۳ : $\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x]}{x}$: وجود ندارد

علت عدم وجود این حد، آن است که حاصل صورت ۰ یا -1 است (زیرا زمانی که $x\to 0$ آنگاه $-1<\sin x<1$ است) اما مخرج صفر است، پس حاصل حد یا صفر یا بی‌نهایت خواهد شد.

گزینه‌ی ۴: $\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sin x}[x^2]=0$

بنابراین گزینه‌ی **۳** پاسخ است.

۲۲.گزینه ۱ می‌دانیم: (تابع علامت):

$$sgn(u)=\begin{cases}1 & u>0\\ 0 & u=0\\ -1 & u<0\end{cases}$$

با توجه به تعریف تابع علامت داریم:

$$sgn(1-x^2)=\begin{cases}1 & 1-x^2>0\\ 0 & 1-x^2=0\\ -1 & 1-x^2<0\end{cases}$$

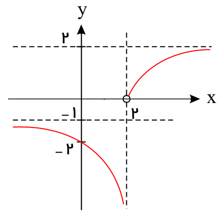
در همسایگی‌های ۱ وقتی $x\to 1^-$، آنگاه $1-x^2\to 0^+$ و باید از ضابطه‌ی اول تابع $sgn(1-x^2)$ استفاده کنیم که چون مخرج صفر مطلق می‌شود؛ پس این همسایگی در دامنه وجود ندارد و حاصل این حد را باید فقط در همسایگی راست آن بررسی کنیم.

وقتی $x\to 1^+$، آنگاه $1-x^2\to 0^-$ بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{[-2x]}{1-sgn(1-x^2)}=\frac{-3}{1-1(-1)}=-\frac{3}{2}$$

۲۳.گزینه ۱

از داخلی‌ترین عبارت شروع می کنیم:



$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = ۲^{-} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}(fof)(x) = \lim_{x\to ۲^-} f(x) = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}(fofof)(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = -۱$$

۲۴.گزینه ۲

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۳-۲n}{n+۲} = \lim_{n\to+\infty} -۲\left(\frac{n-\frac{۳}{۲}}{n+۲}\right) = -۲^{+}$$

$$n-\frac{۳}{۲} < n+۲ \to \frac{n-\frac{۳}{۲}}{n+۲} < ۱ \to -۲\left(\frac{n-\frac{۳}{۲}}{n+۲}\right) > -۲$$

$$\lim_{n\to+\infty} f\left(\frac{۳-۲n}{n+۲}\right) = f(-۲^{+}) \overset{f\ \text{فرد}}{=\!=\!=} -f(۲^{-}) = -۱$$

۲۵.گزینه ۲

$$\lim_{x\to ۲^-}\left(f\left(\frac{x}{۲}\right)+f\left(-\frac{۲}{x}\right)\right) = f(۱^{-})+f((-۱)^{-}) = (۴-x^{۳})\Big|_{x=۱} + (۲x+۴)\Big|_{x=-۱} = ۳+۲ = ۵$$