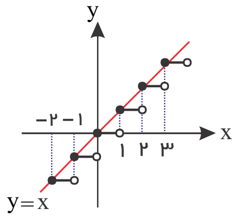
۱.گزینه ۳ باتوجه به این که دنباله‌ی $\{\frac{n}{n+1}\}$ با مقادیر کم‌تر از ۱ به ۱ همگراست، داریم:

$$\lim_{x\to 1^-} fof(x) = \lim_{x\to 1^-} f(f(x)) = \lim_{x\to -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{n\to +\infty} fof(\frac{n}{n+1}) = fof(1^-) = 1$$

۲.گزینه ۴

اینگونه توابع در صورتی حد دارند که دو ضابطه برابر شوند(یعنی $x=[x]$). نقاط تابع روی یکی از نمودارهای $y=x$ و $y=[x]$ هستند. همان طور که ملاحظه می کنید تابع در نقاط صحیح دارای حد راست است ولی حد چپ ندارد. در باقی نقاط نیز نه حد چپ دارد و نه حد راست. پس تابع در هیچ نقطه ای حد ندارد.



۳.گزینه ۳

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 1$$

$$1+2a_n-a_n^2 = -(a_n^2-2a_n)+1 = 2-(a_n-1)^2 \le 2$$

$$\lim_{n\to\infty} f(1+2a_n-a_n^2) = \lim_{n\to\infty} f(2-(a_n-1)^2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = 5$$

۴.گزینه ۱

$$a_n = \frac{n+2-1}{n+2} = 1-\frac{1}{n+2} \to \lim_{n\to+\infty} a_n = 1^- \to \lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{x+[-x]}{x-2} = \frac{1-1}{1-2} = 0$$

۵.گزینه ۴ تابع f در نقاطی حد دارد که $\sqrt{1-x} = x+5$ باشد بنابراین:

$$1-x = x^2+10x+25 \Rightarrow x^2+11x+24 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-8 \end{cases}$$

چون به ازای $x=-8$ عبارت $x+5$ منفی می‌شود، پس غیر قابل قبول است پس $a=-3$ است.

$$\lim_{x\to(-3)^+} g(x) = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

تذکر: در توابع به فرم $f(x) = \begin{cases} h(x) & x\in Z \\ g(x) & x\notin Z \end{cases}$، برای هر $a\in R$ داریم: $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x)$. زیرا وقتی $x\to a$، آنگاه $x\neq a$ و در نتیجه متغیر x همواره غیر صحیح است.

۶.گزینه ۲ باتوجه به صورت مسأله باید $\lim_{x\to 0^-} \frac{4(\sqrt{x+a}-\sqrt{a})}{x} = \lim_{x\to 0^-} [\frac{x}{\sin x}]$ می‌دانیم:

$$x<0 \to \tan x < x < \sin x \xrightarrow{x<0} \frac{x}{\sin x} > 1 \Rightarrow \lim_{x\to 0^-} [\frac{x}{\sin x}] = [1^+] = 1$$

$$\lim_{x\to 0^-} 4(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x}) \times \frac{\sqrt{x+a}+\sqrt{a}}{\sqrt{x+a}+\sqrt{a}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{4x}{x(\sqrt{x+a}+\sqrt{a})} = \frac{4}{2\sqrt{a}} = \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$\to \frac{2}{\sqrt{a}} = 1 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

۷.گزینه ۳

گزینه‌ی (۱) : $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{-۱}{n}) = f(\frac{-۱}{+\infty}) = f(۰^-) = -۱$ همگرا

گزینه‌ی (۲) : $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{۱}{n}) = f(\frac{۱}{+\infty}) = f(۰^+) = ۱$ همگرا

گزینه‌ی (۳) : $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{۱\pm۱}{n}) = f(\frac{۰ \text{ یا } ۲}{+\infty}) = f(۰) \text{ یا } f(۰^+) = ۰ \text{ یا } ۱$ واگرا

گزینه‌ی (۴) : $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{۲\pm۱}{n}) = f(\frac{۱ \text{ یا } ۳}{+\infty}) = f(۰^+) = ۱$ همگرا

۸.گزینه ۴ برای اثبات عدم وجود حد تابع $f(x)$ در $x=a$ باید دنباله‌های معرفی شده به عدد $x=a$ همگرا باشند و هیچکدام برابر a نباشند. بعد $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) \neq \lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n)$ باشد.

در این تست هر دو دنباله به صفر همگرا هستند :

$$\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim_{n\to+\infty} f(\frac{۱}{n}) = \lim_{n\to+\infty} \cos\frac{۲\pi}{\frac{۱}{n}} = \lim_{n\to+\infty} \cos ۲n\pi = ۱$$

پس دنباله‌ای که $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n) = ۱$ باشد،مناسب نیست.

گزینه‌ی(۱) $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{۲}{۲n-۱}) = \lim\limits_{n\to+\infty} \cos\frac{۲\pi}{\frac{۲}{۲n-۱}}$

$= \lim\limits_{n\to+\infty} \cos(۲n-۱)\cdot\pi = -۱$ مناسب است

گزینه‌ی(۲) $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} (\frac{۲}{۲n+۱}) = \lim\limits_{n\to+\infty} \cos\frac{\frac{۲\pi}{۲}}{۲n+۱}$

$= \lim\limits_{n\to+\infty} \cos(۲n\pi+\pi) = -۱$ مناسب است

گزینه‌ی(۳) $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(\frac{۴}{۴n+۱}) = \lim\limits_{n\to+\infty} \cos\frac{۲\pi}{\frac{۴}{۴n+۱}}$

$= \lim\limits_{n\to+\infty} \cos(۲n\pi+\frac{\pi}{۲}) = ۰$ مناسب است

گزینه‌ی(۴) $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(-\frac{۱}{n}) = \lim\limits_{n\to+\infty} \cos\frac{۲\pi}{-\frac{۱}{n}} = \cos(-۲n\pi) = ۱$

در گزینه‌ی ۴ چون $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n)$ پس این دنباله به همراه $\{a_n\}$ برای اثبات عدم وجود حد f در $x=۰$ مناسب نیست.

۹.گزینه ۱ توابع f و g به شرط $a\neq ۰$ در $x=۱$ حد ندارند ولی $f+g$ می تواند حد داشته باشد.

$$\begin{cases} x\to ۱^+ : a-۱ \\ x\to ۱^- : -۱ \end{cases}$$

حال به بررسی تابع $f+g$ در نقطه‌ی $x=۱$ می پردازیم:

$$(f+g)(x) = \frac{|x^۲-۱|}{x-۱} + a[x] - x$$

$$\lim_{x\to۱^-}(f+g)(x) = \lim_{x\to۱^-}\frac{|x^۲-۱|}{x-۱} + \lim_{x\to۱^-} a[x]-x = \lim_{x\to۱^-}\frac{-(x-۱)(x+۱)}{x-۱} + a[۱^-]-۱ = -۲-۱ = -۳$$

$$\lim_{x\to۱^+}(f+g)(x) = \lim_{x\to۱^+}\frac{|x^۲-۱|}{x-۱} + \lim_{x\to۱^+} a[x]-x = \lim_{x\to۱^+}\frac{(x-۱)(x+۱)}{x-۱} + a[۱^+]-۱ = ۲+a-۱ = a+۱$$

شرط وجود حد برای حد چپ و حد راست است.

$a+۱ = -۳ \to a = -۴$

۱۰.گزینه ۴ تابع f در $x=a$ دارای حدی برابر L است. هرگاه به ازای هر دنباله از عضوهای دامنه f مانند $\{a_n\}$ که به a همگراست و $(a_n \neq a)$ است. $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n) = L$ باشد.

عبارت $\{f(-\frac{۱}{n})\}$ همگراست بیان می‌کند که دنباله $f(a_n)$ با جملات دنباله $a_n=-\frac{۱}{n}$ همگراست و این تعریف حد را پوشش نمی‌دهد، زیرا در تعریف حد تابع باید برای هر دنباله مانند a_n , $\{f(a_n)\}$همگرا باشد نه به ازای یک دنباله ماند $\left\{-\frac{۱}{n}\right\}$ پس نمی‌توان در مورد وجود حد تابع f در $x=۰$ اظهارنظر کرد.

۱۱.گزینه ۱

برای حل تست‌های ترکیبی مانند $f(a_n)$ ابتدا حد عبارت داخلی یعنی $\lim_{n\to+\infty} a_n$ را دقیق می‌یابیم یعنی بالا مثبت یا بالا منفی بودن آن را مشخص می‌کنیم.

$$a_n=\frac{۲n+۱}{n+۳}\rightarrow \lim_{n\to+\infty} a_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{۲n+۱}{n+۳}=\lim_{n\to+\infty} ۲\left(\frac{n+\frac{۱}{۲}}{n+۳}\right)=۲^-$$

درجه‌ی مخرج بیشتر از صورت است بنابراین ۲^- جواب است. $\lim_{n\to+\infty} f\left(f(a_n)\right)=\lim_{x\to ۲^-} f\left(f(x)\right)=\lim_{x\to+\infty} f(x)=۰$

۱۲.گزینه ۳

می‌دانیم: $sgn(x):\begin{cases} +۱ & x>۰ \\ ۰ & x=۰ \\ -۱ & x<۰ \end{cases}$

$$f(x)=sgn(x+۲)=\begin{cases} -۱ & x<-۲ \\ ۰ & x=-۲ \\ ۱ & x>-۲ \end{cases}$$

$$\lim_{n\to+\infty} b_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{۳-۲n}{n+۱}=\lim_{n\to+\infty} -۲\left(\frac{n-۳}{n+۱}\right)=-۲\times ۱^-=-۲^+$$

باید دنباله a_n طوری انتخاب شود که اولاً $\lim_{n\to+\infty} a_n=-۲^-$, $a_n\neq -۲$ باشد.

حال گزینه‌ها را تک تک مورد بررسی قرار می‌دهیم.

$$\text{گزینه ۱}\rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{۵-۲n}{n-۲}=\lim_{n\to+\infty} -۲\left(\frac{n+\frac{۵}{۲}}{n-۲}\right)=-۲\times ۱^-=-۲^+$$

$$\text{گزینه ۲}\rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{-۴n+۳}{-۱+۲n}=\lim_{n\to+\infty} -۲\left(\frac{۲n-\frac{۳}{۲}}{۲n-۱}\right)=-۲\times ۱^-=-۲^+$$

$$\text{گزینه ۳}\rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{-۳-۲n}{n+۱}=\lim_{n\to+\infty} -۲\left(\frac{n+۳}{n+۱}\right)=-۲\times ۱^+=-۲^-$$

$$\text{گزینه ۴}\rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{۲n-۳}{۲+n}=۲$$

باتوجه به توضیحات داده شده، گزینه **۳** صحیح است.

۱۳.گزینه ۱ می‌دانیم: $\underset{x\to ۰}{|\sin x|}<\lim_{x\to ۰}|x|<\underset{x\to ۰^+}{|\tan x|}$

ابتدا عبارت $x^۲-x$ را تعیین علامت می‌کنیم.

x		۰		۱	
$x(x-۱)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$x\to ۰^+\Rightarrow x^۲-x\to ۰^-$

بنابراین:

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x^۲-x)=\lim_{x\to ۰^-} f(x)=\lim_{x\to ۰^-}\left[\frac{\tan x}{x}\right]=\left[۱^+\right]=۱$$

۱۴.گزینه ۲

$Df = Dg = R$

زوج $f \to f(-x) = f(x) \to \lim_{x\to 1^+} f(x) = ۳ \to \lim_{x\to -1^-} f(x) = ۳$

فرد $g \to g(-x) = -g(x) \to \lim_{x\to ۲^-} g(x) = -۱ \to \lim_{x\to -۲^+} g(x) = ۱$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to ۳^+} f(۵-۲x) = \lim_{x\to -۱^-} f(x) = ۳ \\ \lim_{x\to ۳^+} g(۲x-۸) = \lim_{x\to -۲^+} g(x) = ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to ۳^+} \frac{۲f(۵-۲x)}{g(۲x-۸)} = \frac{۲\times ۳}{۱} = ۶$$

۱۵.گزینه ۲

روش اول:

$$\lim_{n\to +\infty}\{f(\frac{a_n+b_n}{۲})\} = \lim_{n\to +\infty}\{f(\frac{۲\pi - \frac{۳}{n} + \pi + \frac{۲}{n}}{۲})\}$$

$$= \lim_{n\to +\infty}\{f(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{۱}{۲n})\} = f((\frac{۳\pi}{۲})^-) = \lim_{n\to (\frac{۳\pi}{۲})^-} [\cos x]$$

$$= [\cos(\frac{۳\pi}{۲})^-] = [\circ^-] = -۱$$

روش دوم:

$$\lim_{n\to +\infty} \frac{a_n+b_n}{۲} = \lim_{n\to +\infty} \frac{a_n}{۲} + \frac{b_n}{۲} = \lim_{n\to +\infty} (\pi - \frac{۳}{۲n}) + (\frac{\pi}{۲} + \frac{۱}{n}) = \lim_{n\to +\infty} \frac{۳\pi}{۲} - \frac{۱}{۲n} = \frac{۳\pi}{۲}^-$$

$$\lim_{n\to +\infty} f(\frac{a_n+b_n}{۲}) = \lim_{n\to +\infty} f(x) = [\circ^-] = -۱$$

۱۶.گزینه ۴ با بررسی همگرایی دنباله‌های a_n و $f(a_n)$ به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\lim_{n\to +\infty} = \lim_{n\to +\infty} \frac{۳n+۵}{n+۱} = ۳^+$$

$$\lim_{n\to +\infty} f(a_n) = f(۳^+) = ۲$$

ممکن است که با دیدن $\lim_{x\to ۳^+} f(x) = ۲$ دچار خطا شوید و تصور کنید که تابع $f(x)$ در $x = ۳$ دارای حد راست است اما توجه داشته باشید هرگاه در تابع $f(x)$ به ازای تعدادی دنباله‌ی $\{a_n\}$ همگرا به a، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به عدد L همگرا باشد، نمی‌توان نتیجه گرفت که $\lim_{x\to a} f(x) = L$ برای این نتیجه‌گیری، باید به ازای تمامی دنباله‌های $\{a_n\}$ همگرا به a، دنباله $\{f(a_n)\}$ همگرا به L باشد.

۱۷.گزینه ۳ اگر دو دنباله $\{a_n\}$ و $a_n \neq a$ و $\{b_n\}$ و $b_n \neq b$ از اعضای دامنه‌ی f همگرا به عدد a باشند و دنباله‌های $\{f(a_n)\}$ و $\{f(b_n)\}$ به یک عدد مساوی همگرا نباشند، تابع f در نقطه‌ی $x = a$ حد ندارد.

$$\{b_n\} = \{\frac{۳-۲n}{n+۲}\} = \{\frac{۷-۴-۲n}{n+۲}\} = \{\frac{۷-۲(n+۲)}{n+۲}\} = \{\frac{۷}{n+۲} + (-۲)\}$$

بنابراین جملات دنباله‌ی b_n با مقادیر بیشتر از -۲ به -۲ میل می‌کند.

$$\Rightarrow \lim_{n\to +\infty} f(b_n) = \lim_{x\to (-۲)^+} f(x) = sgn(\circ^+) = ۱$$

دنباله‌ی a_n باید طوری باشد که جملات آن با مقادیر کمتر از -۲ به -۲ میل کند. در گزینه‌ی «۳» داریم:

$$\{a_n\} = \{\frac{-۲\sqrt{n}-۳}{\sqrt{n}+۱}\} = \{\frac{-۲\sqrt{n}-۲-۱}{\sqrt{n}+۱}\} = \{-۲ + \frac{-۱}{\sqrt{n}+۱}\} \Rightarrow a_n < -۲$$

$$\lim_{n\to +\infty} f(a_n) = \lim_{x\to (-۲)^-} f(x) = sgn(\circ^-) = -۱$$

۱۸.گزینه ۲ چون تابع $f(x)$ یک تابع فرد است. پس:

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = f(۲^+) = ۱ \Rightarrow \lim_{x\to(-۲)^-} f(x) = f(-۲^-) = -۱$$

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{f^۲_{(x)} - f(-x) + ۱}{x^۲ - ۲x + ۵} = \frac{f^۲_{(۲^+)} - f(-۲^-) + ۱}{(۲)^۲ - ۲(۲) + ۵} = \frac{۱ - (-۱) + ۱}{۴ - ۴ + ۵} = \frac{۳}{۵}$$

۱۹.گزینه ۳ ابتدا حد تابع داخلی را بطور دقیق محاسبه می‌کنیم

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} \cos(\frac{n\pi + ۲\pi + ۱ - ۲\pi}{n+۲}) = \lim_{n\to+\infty} \cos(\pi + \frac{۱-۲\pi}{n+۲}) = \cos\pi^- = (-۱)^+$$

$$\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim_{x\to(-۱)^+} f(x) = \lim_{x\to(-۱)^+} \tan\frac{n\pi}{۲} \to \tan(\frac{-\pi}{۲})^+ = -\infty$$

۲۰.گزینه ۴ دنباله‌ای مناسب است که به عدد ۱ همگرا باشد اما $f(a_n)$ به مقادیر مختلف همگرا شود پس باید تک تک گزینه‌ها بررسی شود.

(۱) گزینه‌ی : $\lim_{n\to+\infty} \sin\frac{۱}{۱ - \sqrt{(۱ - \frac{۱}{۴n\pi})^۲}} = \sin\frac{۱}{۱ - (۱ - \frac{۱}{۴n\pi})} = \sin ۴n\pi = ۰$

(۲) گزینه‌ی : $\lim_{n\to\infty} \sin\frac{۱}{۱ - \sqrt{(۱ - \frac{۱}{۲n\pi})^۲}} = \sin ۲n\pi = ۰$

(۳) گزینه‌ی : $\lim_{n\to\infty} \sin\frac{۱}{۱ - \sqrt{(۱ - \frac{۱}{n\pi})^۲}} = \sin\frac{۱}{۱ - (۱ - \frac{۱}{n\pi})} = \sin n\pi = ۰$

(۴) گزینه‌ی : $\sin\frac{۱}{۱ - \sqrt{(۱ - \frac{۲}{n\pi})^۲}} = \sin\frac{۱}{۱ - (۱ - \frac{۲}{n\pi})} = \sin\frac{n\pi}{۲} = ۱$ یا ۰ یا -۱

۲۱.گزینه ۳ دقت کنید که در مسائل حدی هرگاه نامعادله دیده شود اغلب قضیه فشردگی است و باید ابتدا دو عبارت حدی را در سمت چپ و راست محاسبه کنیم.

می‌دانیم: $\lim_{x\to ۰^+} \frac{\sin^۲ x}{x^۲} = \lim \frac{\sin x}{x} = ۱$

و چون $\lim_{x\to ۰^+} \sin x > \lim_{x\to ۰^+} x$ می‌باشد پس جواب حد از عدد یک کمتر است لذا:

$$۱^- < f(x) + ۲ < ۱^- \Rightarrow (-۱)^- < f(x) < (-۱)^- \xrightarrow{\text{بنا به قضیه‌ی فشردگی داریم}} \lim_{x\to ۰^+} f(x) = (-۱)^-$$

$$\lim_{x\to ۰^+} [f(x)] = [(-۱)^-] = -۲$$

۲۲.گزینه ۴ اگر f تابعی فرد باشد. $f(-x) = -f(x)$ لذا:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = -\lim_{x\to(-a)^-} f(x) \ , \ \lim_{x\to a^-} f(x) = -\lim_{x\to(-a)^+} f(x)$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \lim_{x\to(-۲)^+} f(x) = -\lim_{x\to ۲^-} f(x) = -(-۱) = ۱ \\ \lim_{x\to(-۲)^-} f(x) = -\lim_{x\to ۲^+} f(x) = -۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱ - ۲(-۳) = ۷$$

۲۳.گزینه ۱ می‌دانیم $\cos n\pi = (-۱)^n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{۲}) = \tan(\frac{n\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴})$. بنابراین:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} ۲+\frac{(-۱)^n}{n+۱} \qquad \lim_{n\to+\infty} a_{n+۱} = \lim_{n\to+\infty} ۲+\frac{(-۱)^{n+۱}}{n+۲}$$

$$\lim_{n\to\infty}(f(a_n)+f(a_{n+۱})) = \begin{cases} \xrightarrow{n \text{ زوج}} f(۲^+)+f(۲^-)=۳+۱=۴ \\ \xrightarrow{n \text{ فرد}} f(۲^-)+f(۲^+)=۱+۳=۴ \end{cases}$$

یعنی دنباله‌ی $\{f(a_n)+f(a_{n+۱})\}$ همگرا به **۴** می‌باشد.

۲۴.گزینه ۳

$$\lim_{x\to-\infty} fof(\frac{x-۱+۲}{x-۱}) = \lim_{x\to-\infty} fof(۱+\frac{۲}{x-۱}) = fof(۱+۰^-) = fof(۱^-) = f(f(۱^-)) = f(۱^+) = -۱$$

۲۵.گزینه ۳ (یادآوری **۱**) می‌خواهیم ثابت کنیم تابع $f(x)$ وقتی $x\to a$ حد ندارد.

به کمک دنباله‌ها، سعی می‌کنیم دو دنباله مثل $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ پیدا کنیم که هر دو به a همگرا باشند ولی حد $f(a_n)$ و $f(b_n)$ وقتی $n\to\infty$ دو عدد مختلف شود.

هر چهار گزینه، شرط اولیه را دارند، نیمی همگرا به صفر هستند. حال با بررسی شرط دوم در گزینه‌ی سه، خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{۱}{n} \to \textbf{شرط اول:} \lim_{n\to+\infty} a_n = ۰$$

شرط دوم:
$$\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \lim_{n\to+\infty} f(\overset{\text{مقادیر گویا}}{\overline{\frac{۱}{n}}}) = \lim_{n\to+\infty}(\frac{۱}{n}+[\frac{۱}{n}]) = ۰ = L_۱$$

$$b_n = \frac{\pi}{n} \ \textbf{شرط اول:} \lim_{n\to+\infty} b_n = ۰$$

شرط دوم:
$$\lim_{n\to+\infty} f(b_n) = \lim_{n\to+\infty} f(\overset{\text{مقادیر گنگ}}{\overline{\frac{\pi}{n}}}) = \lim_{n\to+\infty} \frac{\pi}{n} - \left[\frac{\pi}{n}\right] = ۰-[۰^+] = ۰ = L_۲$$

چون مقادیر $L_۱$ و $L_۲$ دو عدد مختلف نشده و هر دو باهم برابر هستند، لذا برای اثبات عدم وجود حد مناسب نیست.

یادآوری **۲**: برای اثبات عدم وجود حد در تابع دیریکله (یا توابع شبیه دیریکله) باید دنباله‌ها را طوری انتخاب کنیم که یکی مقادیر گویا و دیگری مقادیر گنگ داشته باشد.