تاریخ :	وقت : دقیقه
نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۲۵
موضوع 1.حساب دیفرانسیل و انتگرال و ریاضی پایه	دبیرستان علامه حلی تهران

سریال ۱۸۷۳۹۴

۱.گزینه ۳

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۳n+۱}{n+۲}=۳^- \Rightarrow f(a_n)=f(۳^-)=۳\times ۲=۶$$

تذکر: علت اینکه جواب حد ۳^- شد، آنست که $\frac{۳n+۱}{n+۲}=\frac{۳(n+۲)-۵}{n+۲}=۳+\frac{-۵}{n+۲}$.

۲.گزینه ۳   ابتدا نقطه ی همگرایی دنباله $\{a_n\}$ را بدست می آوریم. لذا داریم:

$$\begin{cases}\lim_{n\to+\infty}a_n=\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n^۲+۴n+۳}-n=\lim_{n\to+\infty}\sqrt{(n+۲)^۲-۱}-n\\ \sqrt{(n+۲)^۲-۱}<\sqrt{(n+۲)^۲}=n+۲^- \Rightarrow \sqrt{(n+۲)^۲-۱}-n<(n+۲^-)-n=۲^-\end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}a_n=۲^- f(x)=sgn(x-۲)\xrightarrow{x<۲} f(۲^-)=sgn(۰^-)=-۱$$

در نتیجه $f(a_n)$ به $f(۲^-)=-۱$ همگرا می باشد.

یاد آوری: $sgn(u)=\begin{cases}۱ & u>۰\\ ۰ & u=۰\\ -۱ & u<۰\end{cases}$

۳.گزینه ۴   از آنجا که $\lim_{x\to۳^+}f(x)=۲$ ، در نتیجه دنباله باید از سمت راست به عدد ۳ همگرا باشد. لذا داریم:

گزینه ۱: $n^۲\geq ۰\Rightarrow \frac{۱}{n^۲}>۰\Rightarrow -\frac{۱}{n^۲}<۰\Rightarrow ۳-\frac{۱}{n^۲}<۳$

گزینه ۲: $\frac{۳n+۱}{n+۲}=\frac{۳(n+۲)-۵}{n+۲}=۳-\frac{۵}{n+۲}<۳$

گزینه ۳: $\frac{۳n+۲}{n+۱}=\frac{۳(n+۱)-۱}{n+۱}=۳-\frac{۱}{n+۱}<۳$

گزینه ۴: $\sqrt{n^۲+۶n+۱۰}-n=\sqrt{(n+۳)^۲+۱}-n>n+۳^+-n=۳^+$

بنابراین تنها در گزینه ۴ دنباله از سمت راست به عدد ۳ همگرا می‌باشد.

۴.گزینه ۳   با توجه به $\lim_{x\to۰^-}f(x)=-۱$ نتیجه می شود دنباله ی $\{a_n\}$ باید از سمت چپ همگرا به صفر باشد ($\lim_{n\to+\infty}a_n=۰^-$) ، لذا با بررسی گزینه ها داریم:

گزینه ۱ $a_n=\frac{(-۱)^n}{n^۳}\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}a_n=\begin{cases}۰^+ & \text{زوج } n\\ ۰^- & \text{فرد } n\end{cases}$ و   گزینه ۲ : $a_n=\frac{n+۱}{۲n-۱}\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}a_n=\frac{۱}{۲}$

گزینه ۳ : $a_n=\frac{-۲}{۳n^۲+\log\sqrt{n}}\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}a_n=\frac{-۲}{+\infty}=۰^-$ و   گزینه ۴ : $a_n=۳+\frac{-۱}{n}\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}a_n=۳$

۵.گزینه ۳   می دانیم تابع $y=\frac{|x-۳|}{x-۳}$ در ۳^+ و ۳^- حدهای برابر ندارد و چون $\lim_{n\to+\infty}a_n=۳^-$ پس $\lim_{n\to+\infty}b_n=۳^+$ باید باشد. بنابراین داریم:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۶n+\alpha}{۲n-۱}=۳^+\Rightarrow \frac{۶n+\alpha}{۲n-۱}>۳\Rightarrow ۶n+\alpha>۶n-۳\Rightarrow \alpha>-۳$$

۶.گزینه ۳   باید هر دو دنباله به عدد ۱ همگرا بوده و در ضمن $\lim_{n\to+\infty}f(a_n)$ و $\lim_{n\to+\infty}f(b_n)$ با یکدیگر برابر نباشند. گزینه‌های (۲) و (۳) و (۴) همگرا به ۱ می باشند. لذا داریم:

گزینه ۲) $f(a_n)=\sin(\frac{\pi}{۱+\frac{۱}{n}-۱})=\sin(n\pi)=۰\ ,\ f(b_n)=\sin(\frac{\pi}{۱-\frac{۱}{n}-۱})=\sin(-n\pi)=۰$

گزینه ۳) $f(a_n)=\sin(n\pi)=۰\ ,\ f(b_n)=\sin(\frac{\pi}{۱+\frac{۱}{۲n+\frac{۱}{۲}}-۱})=\sin(۲n\pi+\frac{\pi}{۲})=\sin(\frac{\pi}{۲})=۱$

گزینه ۴) $f(a_n)=\sin(n\pi)=۰\ ,\ f(b_n)=\sin(\frac{\pi}{۱+\frac{۱}{n+۱}-۱})=\sin(n\pi+\pi)=۰$

با توجه به این که در گزینه ۳، $\lim\limits_{n\to+\infty} f(a_n)$ با $\lim\limits_{n\to+\infty} f(b_n)$ متفاوت است.

۷.گزینه ۱ از آن جا که دنباله $\{b_n\}$ باید به عدد $\frac{۱}{۱۰}$ همگرا باشد لذا کافی است گزینه‌های (۱) و (۲) را بررسی نماییم. از طرفی با توجه به تابع $f(x)=[\frac{۱}{x}]$ مشخص است که حد چپ و راست آن در $x=\frac{۱}{۱۰}$ با یکدیگر برابر نبوده و لذا در $x=\frac{۱}{۱۰}$ حد ندارد (۱). در نتیجه کافی است دنباله‌ای را انتخاب نماییم که با مقادیر کم‌تر از $\frac{۱}{۱۰}$ به عدد $\frac{۱}{۱۰}$ همگرا باشد. حال چون در گزینه ۱، $b_n=\frac{۱}{۱۰}-\frac{\sqrt{۲}}{n}<\frac{۱}{۱۰}$ بنابریان گزینه (۱) صحیح است.

(۱) : با توجه به این که:

$$a_n=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{n}>\frac{۱}{۱۰}$$

۸.گزینه ۲ از آنجا که $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{۲n-۱}{۲n+۱}\right)=۱$ لذا کافی است حد تابع $f(x)$ را در نقطه $x=۱$ بدست آوریم.

حال چون $\frac{۲n-۱}{۲n+۱}=\frac{(۲n+۱)-۲}{۲n+۱}=۱-\frac{۲}{۲n+۱}<۱$ ، لذا باید حد چپ $f(x)$ را در $x=۱$ محاسبه کنیم.

با توجه به نمودار $\lim\limits_{x\to۱^-} f(x)=۱$ لذا دنباله ی $\left\{f\left(\frac{۲n-۱}{۲n+۱}\right)\right\}$ همگرا به ۱ است.

۹.گزینه ۳ کافی است دو دنباله‌ی $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ یافت شوند که هر دو همگرا به $\sqrt{۲}$ باشند و همچنین یکی از آنها دنباله‌ای با اعضای گویا و دیگری دنباله‌ای با اعضای گنگ باشند. توجه داشته باشید که در گزینه‌های (۱) و (۲)، دنباله‌ها به $\sqrt{۲}$ همگرا می‌باشند ولی مقادیر دنباله‌ها به ازای هر مقدار n، متعلق به اعداد گنگ می‌باشند. در گزینه‌ی (۴) نیز فقط دنباله‌ی $\{\sqrt{۲}\cos\frac{۱}{n}\}$ به $\sqrt{۲}$ همگرا است.

حال در گزینه‌ی (۳) داریم:

$$a_n=\left\{\frac{۲n+۱}{[n\sqrt{۲}]}\right\}:\lim_{n\to+\infty}a_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{۲n+۱}{[n\sqrt{۲}]}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲n+۱}{n\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}\ ,\ a_n\in Q\Rightarrow\lim_{n\to+\infty}f(a_n)=۱$$

$$b_n=\left\{\sqrt{۲}+\frac{۱}{n}\right\}:\lim_{n\to+\infty}b_n=\lim_{n\to+\infty}\sqrt{۲}+\frac{۱}{n}=\sqrt{۲}\ ,\ b_n\notin Q\Rightarrow\lim_{n\to+\infty}f(b_n)=۰$$

۱۰.گزینه ۳ به کمک ضابطه‌ی $f(x)$ ، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ را تشکیل می‌دهیم، لذا داریم:

$$f(a_n)=(-۱)^{[a_n]}(a_n-[a_n])\Rightarrow f(a_n)=(-۱)^{[\cos\frac{۱}{n}-\sin\frac{۱}{n}]}(\cos\frac{۱}{n}-\sin\frac{۱}{n}-[\cos\frac{۱}{n}-\sin\frac{۱}{n}])$$

با توجه به اینکه وقتی $n\to+\infty$ ، $\cos(\frac{۱}{n})=\cos ۰^+=۱^-$ و $\sin(\frac{۱}{n})=\sin ۰^+=۰^+$ لذا می‌توان نوشت:

$$\lim_{n\to+\infty}\cos\frac{۱}{n}-\sin\frac{۱}{n}=۱^{-}-۰^{+}<۱\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}[\cos\frac{۱}{n}-\sin\frac{۱}{n}]=۰$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\lim_{n\to+\infty}f(a_n)=(-۱)^{۰}(۱-۰)=۱$$

۱۱.گزینه ۴ چون $-۱\leq\cos x\leq۱$ قرار دارد پس $۰\leq\sqrt{\cos x}\leq۱$ می‌باشد و می‌دانیم اعدادی که بین صفر و یک قرار دارند جذرشان از خودشان بزرگتر می‌شود یعنی:

$$\sqrt{\cos x}>\cos x\Rightarrow\cos x-\sqrt{\cos x}<۰\Rightarrow\sqrt{\underbrace{\cos x-\sqrt{\cos x}}_{\text{منفی است}}}\ \text{حد وجود ندارد}$$

۱۲.گزینه ۳ از آن‌جاکه $۰\leq x<۱:[x]=۰$ ، لذا می‌توان نوشت:

$$\lim_{x\to۱^-}\frac{\sqrt{x^۲-۲x+۱}+[x]}{۴x^۲-۳x-۱}=\lim_{x\to۱^-}\frac{|x-۱|+۰}{(x-۱)(۴x+۱)}$$

$$\xrightarrow{x<۱\Rightarrow(x-۱)<۰}\lim_{x\to۱^-}\frac{-(x-۱)}{(x-۱)(۴x+۱)}=\lim_{x\to۱^-}\frac{-۱}{۴x+۱}=-\frac{۱}{۵}=-۰/۲$$

۱۳.گزینه ۴ راه اول (تشریحی): می دانیم به ازاء هر $k\in\mathbb{R}$ داریم: $k-۱<[k]\leq k$ ، بنابراین $\frac{۱}{x+۲}-۱<[\frac{۱}{x+۲}]\leq\frac{۱}{x+۲}$.
حال نامساوی بالا را در $(x+۲)$ ضرب می کنیم. با توجه به این که $x<-۲$ در نتیجه $x+۲<۰$ ، لذا جهت نامساوی عکس می شود. لذا داریم:

$$\frac{۱}{x+۲}-۱<[\frac{۱}{x+۲}]\leq\frac{۱}{x+۲}\xrightarrow{\times(x+۲)}۱-(x+۲)>(x+۲)[\frac{۱}{x+۲}]\geq۱$$

$$\Rightarrow ۱\leq(x+۲)[\frac{۱}{x+۲}]<-x-۱$$

از آن جا که $\lim_{x\to(-۲)^-}(-x-۱)=۱$ بنابراین طبق قضیه فشردگی، حد تابع $(x+۲)[\frac{۱}{x+۲}]$ نیز وقتی $x\to(-۲)^-$ برابر ۱ است یعنی:

$$\lim_{x\to(-۲)^-}(x+۲)[\frac{۱}{x+۲}]=۱$$

راه دوم (تستی): هرگاه داخل جزء صحیح بی نهایت شود باید جزء صحیح حذف شود.

$$\lim_{x\to(-۲)^-}(x+۲)\cdot\left[\frac{۱}{x+۲}\right]=\lim_{x\to(-۲)^-}(x+۲)\times\frac{۱}{x+۲}=۱$$

۱۴.گزینه ۱ می‌دانیم: $۰=$ کراندار $\times$ صفر

می‌دانیم برای هر $k\in\mathbb{R}$ ، $۰\leq k-[k]<۱$ ، بنابراین $۰\leq\frac{۱}{\cos x}-[\frac{۱}{\cos x}]<۱$ ، لذا کراندار است از طرفی $\lim_{x\to۰}\tan\pi^۲x=۰$ ، پس می‌توان نوشت:

$$\lim_{x\to۰}(\frac{۱}{\cos x}-[\frac{۱}{\cos x}])\tan\pi^۲x=۰$$

۱۵.گزینه ۲ با توجه به این که دامنه ی تابع f، مجموعه ی $\mathbb{R}$ است و همچنین f کراندار می باشد $(|f(x)|\leq۲۵)$ و در هیچ نقطه ای حد ندارد لذا طبق قضیه $(۰=$ کراندار $\times۰)$ ، تابع $(x^۳+۲x^۲-x-۲)f(x)$ فقط در ریشه های عامل $(x^۳+۲x^۲-x-۲)$ دارای حد می باشد، لذا داریم:

$$x^۳+۲x^۲-x-۲=۰\Rightarrow(x-۱)(x^۲+۳x+۲)=۰\Rightarrow(x-۱)(x+۱)(x+۲)=۰$$

در نتیجه تابع $(x^۳+۲x^۲-x-۲)f(x)$ فقط در نقاط ۱ و -۱ و -۲ دارای حد است.

تذکر: در معادلات با مرتبه‌ی بالاتر از درجه‌ی دوم، برای حل معادله اعداد ۱ و -۱ و ۰ را در آن امتحان می‌کنیم.

۱۶.گزینه ۲ با توجه به این که $[x+2]$ در هیچ نقطه ای با طول صحیح، حد ندارد ولی در تمام نقاط صحیح تعریف شده است لذا $[x+2]$ در همسایگی نقاط صحیح، کراندار است، لذا طبق قضیه ($0 =$ کراندار $\times 0$) ، تابع $y=(x^2-4)[x+2]$ در ریشه های عامل (x^2-4) یعنی در نقاط $x=\pm 2$ دارای حد صفر است و از آن جا که هر دو ریشه، اعداد صحیح هستند پس تابع تنها در دو نقطه با طول صحیح دارای حد است.

۱۷.گزینه ۲ برای آن که $f(x)$ در $x=2$ حد داشته باشد، باید داشته باشیم: $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)$ لذا می توان نوشت:

$$(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{-2x+4}=\lim_{x\to 2^-}\frac{\sqrt{(x-2)^2}}{-2(x-2)}=\lim_{x\to 2^-}\frac{|x-2|}{-2(x-2)}\xrightarrow{x<2\Rightarrow(x-2)<0}\lim_{x\to 2^-}\frac{-(x-2)}{-2(x-2)}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(6ax^2+1)=24a+1\Rightarrow 24a+1=\frac{1}{2}\Rightarrow 24a=-\frac{1}{2}\Rightarrow a=-\frac{1}{48}$$

توجه: در مسائل حدی به مقدار تابع توجه نمی‌کنیم.

۱۸.گزینه ۲ باید حد چپ و راست تابع در نقاط مرزی $x=-4$ و $x=3$ با هم برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-4)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-4)^-}(x^2+3x)=(-4)^2+3(-4)=4\\ \lim\limits_{x\to(-4)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-4)^+}(ax+b)=-4a+b\end{cases}\Rightarrow -4a+b=4$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}(3x+2)=3(3)+2=11\\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(ax+b)=3a+b\end{cases}\Rightarrow 3a+b=11\Longrightarrow a=1\ ,\ b=8\Rightarrow a^2b=8$$

۱۹.گزینه ۴ حد چپ و راست تابع $fof(x)$ را در نقطه $x=0$ بررسی می کنیم. با توجه به این که حد راست $f(x)$ در $x=0$ برابر ۲ است، ($\lim_{x\to 0^+} f(x)=2^+$) کافی است حد راست $f(x)$ را در نقطه $x=2$ محاسبه کنیم لذا داریم:

$$\lim_{x\to 0^+} fof(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=5$$

برای محاسبه حد چپ $fof(x)$ در نقطه $x=0$ ، با توجه به این که حد چپ $f(x)$ در $x=0$ برابر ۱ است، ($\lim_{x\to 0^-} f(x)=1^-$) ، کافی است حد چپ $f(x)$ را در نقطه $x=1$ محاسبه نماییم. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x\to 0^-} fof(x)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=3$$

از آن جا که حد چپ و راست تابع در نقطه $x=0$ برابر نشد، لذا تابع $fof(x)$ در صفر حد ندارد.

توجه: اگر $\lim_{x\to a} g(x)=b$ و تابع $f(x)$ در $x=b$ پیوسته باشد آنگاه $\lim_{x\to a} fog(x)=f(\lim_{x\to a} g(x))=f(b)$

۲۰.گزینه ۴ فرض کنیم k نقطه‌ای با طول صحیح باشد، لذا داریم:

$$x\to k^+ : x>k\Rightarrow\begin{cases}[x]=k\\ -x<-k\Rightarrow[-x]=-k-1\end{cases}\Rightarrow\lim_{x\to k^+}(4[x]+3[-x])=4k+3(-k-1)=k-3$$

$$x\to k^- : x<k\Rightarrow\begin{cases}[x]=k-1\\ -x>-k\Rightarrow[-x]=-k\end{cases}\Rightarrow\lim_{x\to k^-}(4[x]+3[-x])=4(k-1)+3(-k)=k-4$$

حد چپ دو برابر حد راست تابع است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$k-4=2(k-3)\Rightarrow k=2$$

۲۱.گزینه ۲ کافی است حد چپ و راست تابع $f(x)$ در $x=3$ موجود و برابر باشد، لذا داریم:

$$x\to 3^+ : x>3\Rightarrow\begin{cases}[x]=3\\ 2x>6\Rightarrow[2x]=6\end{cases}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 3^+} x-[2x]-m^2\sin(\frac{\pi[x]}{2})=3-6-m^2\sin(\frac{3\pi}{2})=-3+m^2$$

$$x\to 3^- : x<3\Rightarrow\begin{cases}[x]=2\\ 2x<6\Rightarrow[2x]=5\end{cases}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 3^-} x-[2x]-m^2\sin(\frac{\pi[x]}{2})=3-5-m^2\sin(\frac{2\pi}{2})=-2$$

از روابط به دست آمده نتیجه می‌شود:

$$-3+m^2=-2\Rightarrow m^2=1\Rightarrow m=\pm 1$$

۲۲.گزینه ۳ باید دو دنباله‌ی $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ را یکی با مقادیر گویا و دیگری با مقادیر گنگ چنان انتخاب کنیم که هر دو به عدد صفر همگرا باشد ولی دنباله‌های $\{f(a_n)\}$ و $\{f(b_n)\}$ به دو مقدار متمایز همگرا شوند. در هر چهار گزینه، دنباله‌ها به صفر همگرا هستند ولی در گزینه ی **۱** ، هر دو دنباله با مقادیر گویا به صفر همگرا بوده و در گزینه‌ی **۲** و **۴** ، هر دو دنباله با مقادیر گنگ به صفر همگرا هستند. حال در گزینه‌ی **۳** ، دنباله‌ی $\{\frac{\pi}{n}\}$ با مقادیر گنگ همگرا به صفر است، در نتیجه $\lim_{n\to+\infty} f(\frac{\pi}{n}) = -۱$ و همچنین دنباله‌ی $\{-\frac{۱}{n}\}$ با مقادیر گویا به صفر همگرا بوده و لذا $\lim_{n\to+\infty} f(-\frac{۱}{n}) = ۱$.

۲۳.گزینه ۱ دنباله‌ی $\{b_n\}$ باید به گونه‌ای انتخاب شود که علاوه بر آن که همگرا به **۳** است، مقدار $\lim_{n\to+\infty} f(a_n)$ با $\lim_{n\to+\infty} f(b_n)$ متفاوت باشد. با توجه به این که هر چهار گزینه به عدد **۳** همگرا هستند، می‌توان نوشت:

$$f(x) = cos(\frac{۱}{x-۳})$$

$$\text{گزینه ۱)}\ f(b_n) = \cos(\frac{۱}{۳+\frac{۱}{۲n\pi-\frac{\pi}{۳}}-۳}) = \cos(۲n\pi-\frac{\pi}{۳}) = \cos(-\frac{\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{گزینه ۲)}\ f(b_n) = \cos(\frac{۱}{۳+\frac{۱}{۲n\pi+\frac{\pi}{۶}}-۳}) = \cos(۲n\pi+\frac{\pi}{۶}) = \cos(\frac{\pi}{۶}) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\text{گزینه ۳)}\ f(b_n) = \cos(\frac{۱}{۳+\frac{۱}{۲n\pi+\frac{۲\pi}{۳}}-۳}) = \cos(۲n\pi+\frac{۲\pi}{۳}) = \cos(\frac{۲\pi}{۳}) = -\frac{۱}{۲}$$

$$\text{گزینه ۴)}\ f(b_n) = \cos(\frac{۱}{۳+\frac{۱}{۲n\pi}-۳}) = \cos(۲n\pi) = ۱$$

حال از آن جا که $f(a_n) = \cos(\frac{\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲}$ ، پس با دنباله‌ی ارائه شده در گزینه **۱** برابر است.

۲۴.گزینه ۲ کافی است دنباله‌ای را انتخاب نماییم که به عدد (-۲) همگرا باشد و همچنین $\lim_{n\to+\infty} f(a_n)$ موجود نباشد. با توجه به این که در گزینه‌های (۱) و (۲) ، a_n به (-۲) همگراست، لذا داریم:

$$f(x) = \sin(\frac{\pi}{x+۲})$$

$$\text{گزینه ۱)}\ f(a_n) = \sin(\frac{\pi}{-۲+\frac{۱}{n}+۲}) = \sin(n\pi) = ۰$$

$$\text{گزینه ۲)}\ a_n = \frac{۲-۲n}{n} = -۲+\frac{۲}{n} \Rightarrow f(a_n) = \sin(\frac{\pi}{-۲+\frac{۲}{n}+۲})$$

$$= \sin(\frac{n\pi}{۲}) \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f(a_n) \ \text{موجود نمی باشد}$$

۲۵.گزینه ۳ روش اول: به کمک ضابطه ی تابع ، دنباله را تشکیل داده و حد را محاسبه می کنیم. لذا داریم:

$$f(x)=[x+۳]=[x]+۳ \Rightarrow f(a_n)=[a_n]+۳=\left[\frac{۳n^۲}{-۲n^۳+۵}\right]+۳$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f(a_n)=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{۳n^۲}{-۲n^۳+۵}\right]+۳=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{۳n^۲}{-۲n^۳}\right]+۳$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{۳}{-۲n}\right]+۳=[\,۰^-\,]+۳=-۱+۳=۲$$

روش دوم: با توجه به اینکه $\lim_{n\to+\infty} a_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{۳n^۲}{-۲n^۳+۵}=۰$ و $\lim_{n\to+\infty} a_n<۰$ ، لذا دنباله ی $\{a_n\}$ از سمت چپ به عدد ۰ همگرا می باشد. حال از آنجا که $\lim_{x\to ۰^-}[x+۳]=۲$ $\lim_{x\to ۰^-} f(x)=$ در نتیجه: $\lim_{n\to+\infty} f(a_n)=۲$