۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۲۴ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: دنبالهٔ a_n صعودی (نزولی) است، هرگاه به‌ازای هر n داشته باشیم:

$$(a_{n+1}-a_n \le 0)\ a_{n+1}-a_n \ge 0$$

$$a_{n+1}-a_n = 4^{n+1}-\alpha(n+1)-(4^n-\alpha n) = 4^{n+1}-4^n-\alpha = 4^n(4-1)-\alpha \Rightarrow a_{n+1}-a_n = 3\times 4^n-\alpha \ge 0 \Rightarrow \alpha \le 3\times 4^n$$

باید به‌ازای هر $n\in\mathbb{N}$ رابطهٔ بالا برقرار باشد، پس باید به‌ازای $n=1$ هم برقرار باشد، بنابراین: $\alpha \le 12$، در نتیجه حداکثر مقدار α برابر ۱۲ است.

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۲۴ و ۳۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: اگر دنبالهٔ a_n با جملات مثبت صعودی باشد، آنگاه $-a_n$ و $\frac{1}{a_n}$ نزولی هستند.

ابتدا ضابطهٔ دنباله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$a_n = (\sqrt{n}-\sqrt{n+2})\times\frac{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}} = \frac{n-(n+2)}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}} = \frac{-2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$$

$\sqrt{n}+\sqrt{n+2}$ صعودی است، پس $\frac{2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$ نزولی و در نتیجه $a_n = \frac{-2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$ صعودی است. (*)

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{-2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}} = 0 \qquad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم a_n صعودی و همگراست، پس گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۴۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: دنبالهٔ $(1+\frac{1}{n})^n$ صعودی و همگرا به e است.

ابتدا ضابطهٔ b_n را به‌دست می‌آوریم.

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1+\frac{1}{n})^n$$

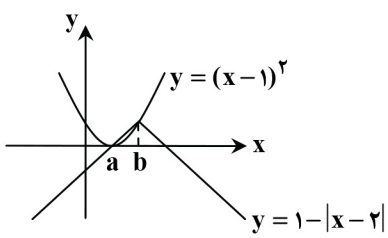
با توجه به نکتهٔ بالا، گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۶ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: برای حل نامعادلهٔ $f(x) > g(x)$ به روش هندسی، نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. پاسخ مجموعه‌ای است که در آن نمودار f بالاتر از نمودار g باشد.

ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل، باید نقاط تقاطع این دو نمودار را به‌دست بیاوریم.



$$(x-1)^2 = 1-|x-2| \xrightarrow[|x-2|=-x+2]{\text{شاخه سمت چپ}} (x-1)^2 = 1+x-2 = x-1$$

$$\Rightarrow x^2-3x+2=0 \Rightarrow (x-2)(x-1)=0 \Rightarrow x=1 \text{ یا } 2$$

$$\Rightarrow a=1\ ,\ b=2 \Rightarrow b-a=1$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۳۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$3a_{n+1}+2a_n=0 \Rightarrow a_{n+1} = -\frac{2}{3}a_n$$

بنابراین a_n یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_1=1$ و قدرنسبت $q=-\frac{2}{3}$ است، پس: $a_n = (-\frac{2}{3})^{n-1}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}(-\frac{2}{3})^{n-1} = 0$$

باید n_0 را طوری تعیین کنیم که به‌ازای هر $n \ge n_0$، رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\left|(-\frac{2}{3})^{n-1}-0\right| < \frac{1}{10} \Rightarrow (\frac{2}{3})^{n-1} < \frac{1}{10} \Rightarrow (\frac{3}{2})^{n-1} > 10 \Rightarrow n-1 \ge 6 \Rightarrow n \ge 7 \Rightarrow n_0 \text{ حداقل } = 7$$

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته : $\sqrt{u^{۲}}=|u|$

ابتدا عبارت داده شده را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{a(\sqrt{۳}+۲)}{(\sqrt{۳}-۲)(\sqrt{۳}+۲)}+b\sqrt{(\sqrt{۳}-۱)^{۲}}=۳ \Rightarrow -a(\sqrt{۳}+۲)+b(\sqrt{۳}-۱)=۳ \Rightarrow (-۲a-b)+\sqrt{۳}(b-a)=۳ \xrightarrow{\text{گویا } a,b}$$

$$\begin{cases} b-a=۰ \\ -۲a-b=۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-۱ \\ b=-۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=-۲$$

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۵۰ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته (قاعدهٔ پرتوان) : $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{an^{k}+bn^{k-۱}+\cdots+c}{a'n^{k'}+b'n^{k'-۱}+\cdots+c'}=\begin{cases}\infty & k>k' \\ \frac{a}{a'} & k=k' \\ ۰ & k<k'\end{cases}$

راه حل اول:

نکته (هم‌ارزی رادیکالی) : $\sqrt{an^{۲}+bn+c}\underset{n\to\infty}{\sim}\sqrt{a}\left|n+\frac{b}{۲a}\right|$

$$\lim_{n\to\infty}((۱+\frac{۱}{n})\sqrt{n^{۲}+n}-n)=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^{۲}+n}+\frac{۱}{n}\sqrt{n^{۲}+n}-n)=\lim_{n\to\infty}((\sqrt{n^{۲}+n}-n)+\frac{\sqrt{n^{۲}+n}}{n})$$

$$=\lim_{n\to\infty}((n+\frac{۱}{۲}-n)+\frac{n}{n})=\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۳}{۲}$$

راه حل دوم:

$$\lim_{n\to\infty}((\frac{n+۱}{n})\sqrt{n^{۲}+n}-n)\times\frac{(\frac{n+۱}{n})\sqrt{n^{۲}+n}+n}{(\frac{n+۱}{n})\sqrt{n^{۲}+n}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(\frac{n+۱}{n})^{۲}(n^{۲}+n)-n^{۲}}{\frac{n+۱}{n}\sqrt{n^{۲}+n}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{۱}{n}(n+۱)^{۳}-n^{۲}}{\frac{n+۱}{n}\sqrt{n^{۲}+n}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+۱)^{۳}-n^{۳}}{(n+۱)\sqrt{n^{۲}+n}+n^{۲}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^{۳}+۳n^{۲}+۳n+۱-n^{۳}}{n\sqrt{n^{۲}}+n^{۲}}=\lim_{n\to\infty}\frac{۳n^{۲}}{۲n^{۲}}=\frac{۳}{۲}$$

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۶ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-۳)^{+}}(a[۲x]+b[-x])=a\left[(-۶)^{+}\right]+b\left[۳^{-}\right]=-۶a+۲b \overset{\text{طبق فرض}}{=\!=} ۲ \\ \lim\limits_{x\to(-۳)^{-}}(a[۲x]+b[-x])=a\left[(-۶)^{-}\right]+b\left[۳^{+}\right]=-۷a+۳b \overset{\text{طبق فرض}}{=\!=} ۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-۳a+b=۱ \\ -۷a+۳b=۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-\frac{۱}{۲} \\ b=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۶ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته : $۱-\text{Cos}u=۲\text{Sin}^{۲}\frac{u}{۲}$

نکته : $\text{Sin}u\underset{u\to۰}{\sim}u$

نکته: اگر f تابعی کراندار و $\lim\limits_{x\to a}g(x)=۰$ باشد، آنگاه: $\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)=۰$

$$\lim_{x\to۰}(\frac{۱-\text{Cos}x^{۲}}{x^{n}}\times\text{Sin}\frac{۱}{x})=\lim_{x\to۰}\frac{۲\text{Sin}^{۲}\frac{x^{۲}}{۲}}{x^{n}}\times\text{Sin}\frac{۱}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{۲(\frac{x^{۲}}{۲})^{۲}}{x^{n}}\times\text{Sin}\frac{۱}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{۱}{۲}x^{۴}}{x^{n}}\times\text{Sin}\frac{۱}{x}$$

$$=\lim_{x\to۰}\frac{۱}{۲}x^{۴-n}\times\underbrace{\text{Sin}\frac{۱}{x}}_{\text{کراندار}}\overset{\text{طبق فرض}}{=\!=}۰$$

باید داشته باشیم $\lim\limits_{x\to۰}x^{۴-n}=۰$. بنابراین باید $۴-n>۰$، پس $n<۴$. در نتیجه حداکثر مقدار طبیعی n برابر ۳ است.

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۲۰ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-۲}{۱+x}\overset{x=\frac{۱}{t}}{=\!=}\lim_{t\to۰}\frac{f(\frac{۱}{t})-۲}{۱+\frac{۱}{t}}=\lim_{t\to۰}\frac{-t(۲-f(\frac{۱}{t}))}{t+۱}=\frac{-\lim\limits_{t\to۰}t(۲-f(\frac{۱}{t}))}{\lim\limits_{t\to۰}(t+۱)}\overset{\text{طبق فرض}}{=\!=}\frac{-۳}{۱}=-۳$$

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۸ و ۵۹ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}\frac{2\pi}{\frac{1}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}2n\pi=1$$

حال هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{2n}-1)=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}\frac{2\pi}{\frac{1}{2n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}4n\pi=1 \qquad \checkmark$$

گزینهٔ ۲:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{2}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}\frac{2\pi}{\frac{2}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}n\pi=\begin{cases}1 & n \text{ زوج}\\ -1 & n \text{ فرد}\end{cases} \qquad \times$$

گزینهٔ ۳:

$$\lim_{n\to\infty} f(\frac{1}{2n+1}-1)=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}\frac{2\pi}{\frac{1}{2n+1}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}((4n+2)\pi)=1 \qquad \checkmark$$

گزینهٔ ۴:

$$\lim_{n\to\infty} f(-\frac{1}{n}-1)=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}\frac{2\pi}{-\frac{1}{n}-1+1}=\lim_{n\to\infty}\text{Cos}(-2n\pi)=1 \qquad \checkmark$$

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۶ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته : $\tan\alpha=\text{Cot}(\frac{\pi}{2}-\alpha) \quad , \quad \text{Cot}\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$

نکته : $\tan u \underset{u\to 0}{\sim} u$

$$x\to 0^- \Rightarrow 2-x\to 2^+ \Rightarrow \frac{\pi}{2-x}\longrightarrow(\frac{\pi}{2})^- \Rightarrow \tan\frac{\pi}{2-x}>0 \Rightarrow \left|\tan\frac{\pi}{2-x}\right|=\tan\frac{\pi}{2-x}$$

ابتدا با استفاده از مطلب بالا، قدرمطلق را حذف می‌کنیم.

$$\lim_{x\to 0^-} x\tan\frac{\pi}{2-x}=\lim_{x\to 0^-} x\text{Cot}(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2-x})=\lim_{x\to 0^-} x\text{Cot}\frac{-\pi x}{4-2x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{\tan\frac{-\pi x}{4-2x}}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{\frac{-\pi x}{4-2x}}=\lim_{x\to 0^-} x\times\frac{4-2x}{-\pi x}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{4-2x}{-\pi}=\frac{-4}{\pi}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط* صفحهٔ ۱۰۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{a+[-x]}{x^2-1}=\frac{a-2}{0^+}=-\infty \Rightarrow a-2<0 \Rightarrow a<2\\ \lim\limits_{x\to 1^-}\frac{a+[-x]}{x^2-1}=\frac{a-1}{0^-}=-\infty \Rightarrow a-1>0 \Rightarrow a>1\end{cases} \Rightarrow 1<a<2$$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۹ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته : $[x]+[-x]=\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Z}\\ -1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$

با استفاده از نکتهٔ بالا، داریم:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Z}\\ -1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

با جایگذاری در ضابطهٔ $g(x)$ داریم:

$$g(x)=\begin{cases}2 & x\in\mathbb{Z}\\ f(x)+k & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}=\begin{cases}2 & x\in\mathbb{Z}\\ -1+k & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

برای اینکه $g(x)$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید داشته باشیم:

$$-1+k=2 \Rightarrow k=3$$

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: تابع $y=f(x)[g(x)]$ در نقطه‌ای مانند $x=a$ که $g(a)$ عددی صحیح و غیرمینیمم نسبی است، با شرط $f(a)\neq ۰$ ناپیوسته است.

نکته: تابع $y=f(x)[g(x)]$ در نقطه‌ای مانند $x=a$ که $f(a)=۰$، پیوسته است.

$$x<۱:\quad f(x)=x[۲x]$$

این تابع در نقاطی که $۲x$ عدد صحیح و x غیرصفر است، ناپیوسته می‌باشد.

$$۲x\in\mathbb{Z}\xrightarrow{-۱<x<۱} x=-\frac{۱}{۲}\ ,\ ۰\ ,\ \frac{۱}{۲}\xrightarrow{x\neq ۰} x=\frac{-۱}{۲}\ ,\frac{۱}{۲}$$

$$x=۱:\quad \lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^-} x[۲x]=۱\quad ,\quad \lim_{x\to ۱^+} f(x)=\lim_{x\to ۱^+}[x^۲]=۱\xrightarrow{f(۱)=۱}$$ پیوسته است

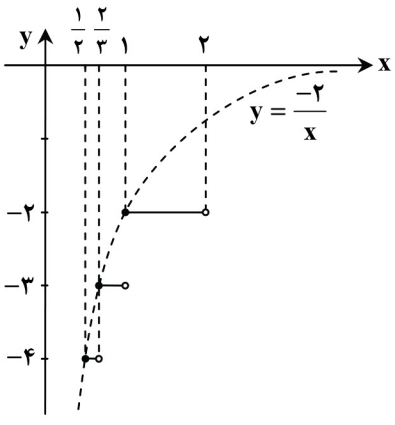
$$x>۱:\quad f(x)=[x^۲]$$

این تابع در نقاطی که $x^۲$ عدد صحیح است، ناپیوسته می‌باشد.

$$x^۲\in\mathbb{Z}\xrightarrow{۱<x<۲} x=\sqrt{۲}\ ,\sqrt{۳}$$

بنابراین تابع داده شده در ۴ نقطه به طول‌های $-\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۲}$، $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۳}$ ناپیوسته است.

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰ حساب دیفرانسیل و انتگرال



باید xهایی را بیابیم که $-\frac{۲}{x}$ عددی صحیح و غیر مینیمم نسبی است.

$$\frac{۱}{۲}\le x<۲\Rightarrow \frac{۱}{۴}\le\frac{x}{۲}<۱\Rightarrow ۱<\frac{۲}{x}\le ۴\Rightarrow -۴\le -\frac{۲}{x}<-۱$$

$-\frac{۲}{x}=-۴$ مینیمم نسبی است ×

$$\frac{-۲}{x}=-۳\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}$$

$$\frac{-۲}{x}=-۲\Rightarrow x=۱$$

بنابراین $f(x)$ در ۲ نقطه از $[\frac{۱}{۲},۲)$ ناپیوسته است.

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۰۱ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته (قضیهٔ بولزانو): اگر تابع f در $[a,b]$ پیوسته و $f(a)f(b)<۰$ باشد، آنگاه حداقل یک عدد مانند c در بازهٔ (a,b) وجود دارد که $f(c)=۰$

برای آنکه فقط یکی از دو ریشهٔ معادلهٔ $x^۲-(m-۱)x+۲m-۷=۰$ در بازهٔ $(-۱,۱)$ قرار بگیرد، کافی است داشته باشیم:

$$f(۱)f(-۱)<۰\Rightarrow (۱-(m-۱)+۲m-۷)(۱+(m-۱)+۲m-۷)<۰\Rightarrow (m-۵)(۳m-۷)<۰\Rightarrow \frac{۷}{۳}<m<۵$$

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۱۴ حساب دیفرانسیل و انتگرال

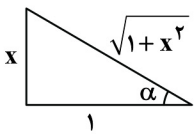
نکته: خط $y=L$ را مجانب افقی نمودار تابع f می‌نامیم، هرگاه $\lim_{x\to+\infty} f(x)=L$ یا $\lim_{x\to-\infty} f(x)=L$

$$\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\operatorname{Sin}(\tan^{-۱}x)=\operatorname{Sin}(\tan^{-۱}(+\infty))=\operatorname{Sin}(\frac{\pi}{۲})=۱\Rightarrow & \text{مجانب افقی}: y=۱\\ \lim_{x\to-\infty}\operatorname{Sin}(\tan^{-۱}x)=\operatorname{Sin}(\tan^{-۱}(-\infty))=\operatorname{Sin}(-\frac{\pi}{۲})=-۱\Rightarrow & \text{مجانب افقی}: y=-۱\end{cases}$$

فاصلهٔ این دو خط برابر است با: $۱-(-۱)=۲$

راه حل دیگر: اگر فرض کنیم $\tan^{-۱}x=\alpha$، آنگاه داریم: $\operatorname{Sin}(\tan^{-۱}x)=\operatorname{Sin}\alpha$ و $\tan\alpha=x$

با توجه به شکل داریم:



$$\operatorname{Sin}\alpha=\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}\Rightarrow f(x)=\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}$$

این تابع فقط مجانب افقی دارد که به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{|x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=۱\Rightarrow & \text{مجانب افقی}: y=۱\\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{|x|}=\lim_{x\to-\infty}-\frac{x}{x}=-۱\Rightarrow & \text{مجانب افقی}: y=-۱\end{cases}$$

بنابراین فاصلهٔ خطوط مجانب این تابع برابر است با: $۱-(-۱)=۲$

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۱۹ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: مجانب مایل نمودار تابع $f(x)$ (در صورت وجود)، خطی مانند $y = ax + b$ است که در آن:

$$a = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} \quad , \quad b = \lim_{x\to\infty} (f(x) - ax)$$

ابتدا ضابطهٔ تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$g(x) = x\sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

$x = -1$ مجانب قائم تابع است. برای یافتن مجانب مایل داریم:

$$\begin{cases} a = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{g(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{x}{x+1}} = 1 \\ b = \lim\limits_{x\to\infty} (g(x) - x) = \lim\limits_{x\to\infty} x\left(\sqrt{\dfrac{x}{x+1}} - 1\right) = \lim\limits_{x\to\infty} x\left(\dfrac{\frac{x}{x+1} - 1}{\sqrt{\frac{x}{x+1}} + 1}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-\frac{x}{x+1}}{\sqrt{\frac{x}{x+1}} + 1} = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow y = x - \frac{1}{2}$$

در نتیجه محل تقاطع خطوط مجانب این تابع عبارت است از: $A\left|\begin{matrix} -1 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix}\right.$

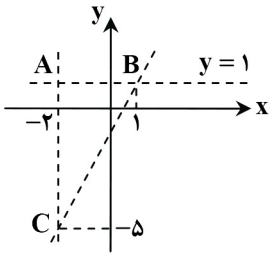
۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۱۱۹ حساب دیفرانسیل و انتگرال

در ابتدا می‌دانیم $x = -2$ مجانب قائم تابع است. حال ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌کنیم.

$$f(x) = x - \sqrt{\frac{x^3 + 8 - 8}{x+2}} = x - \sqrt{x^2 - 2x + 4 - \frac{8}{x+2}} = x - \sqrt{(x-1)^2 + 3 - \frac{8}{x+2}}$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x - |x-1| : \begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (x - (x-1)) = 1 \Rightarrow y = 1 & \text{مجانب افقی} \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x + (x-1)) \Rightarrow y = 2x - 1 & \text{مجانب مایل} \end{cases}$$

حال خطوط مجانب را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، مساحت مثلث موردنظر برابر است با:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2}(3)(6) = 9$$

۱ [illegible] ۱۱۸ : * ساده * صفحهٔ ۹ هندسه تحلیلی و جبر خطی