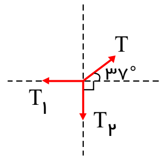
۴۶. گزینه ۳ با استفاده از قضیه ی سینوس ها:



$$\frac{T}{\sin ۹۰^\circ}=\frac{T_۱}{\underbrace{\sin(۹۰^\circ+۳۷^\circ)}_{\cos ۳۷^\circ}}=\frac{T_۲}{\underbrace{\sin(۹۰^\circ+۵۳^\circ)}_{\cos ۵۳^\circ}}$$

$$\xrightarrow{T_۲=mg=۰٫۶\times ۱۰=۶N}\frac{T_۱}{۰٫۸}=\frac{۶}{۰٫۶}\Rightarrow T_۱=۸N$$

برای جسم ۲ کیلوگرمی، از آن جایی که حداقل ضریب اصطکاک را خواسته است، فرض می کنیم جسم در آستانه ی لغزش است:

$$T_۱-f_{s\,\max}=۰\ \Rightarrow\ f_{s\,\max}=\mu_s\cdot N=\mu_s\times ۲۰=۸\Rightarrow \mu_s=۰٫۴$$

۴۷. گزینه ۲

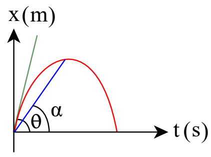
راه حل اول: در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}(V+V_۰)t$$

می دانیم در لحظه ی $t=۲s$ سرعت صفر است. بنابراین خواهیم داشت:

$$۳۰-۱۰=\frac{۱}{۲}(۰+V_۰)\times ۲\Rightarrow V_۰=۲۰\frac{m}{s}$$

راه حل دوم: در سهمی همواره شیب خط مماس، دو برابر شیب خط قاطع به اوج از همان نقطه است. همچنین می دانیم شیب خط مماس، سرعت لحظه ای و شیب خط قاطع، سرعت متوسط است. $(\overline{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ پس داریم:



$$V_۰=۲\overline{V}\Rightarrow V_۰=۲\times\frac{۳۰-۱۰}{۲}=۲۰\frac{m}{s}$$

۴۸. گزینه ۴ در مدت $t=۰$ تا $t=۵$ حرکت یکنواخت است یعنی سرعت ثابت است، پس:

$$V(۴)=\overline{V}(۰\to ۵)=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۳۰-۳۰}{۵}=-۱۲\frac{m}{s}$$

در مدت $t=۵$ تا $t=۱۷$ حرکت یکنواخت است یعنی سرعت ثابت است. پس:

$$V(۱۰)=\overline{V}(۵\to ۱۷)=\frac{۳۰-(-۳۰)}{۱۷-۵}=\frac{۶۰}{۱۲}=۵\frac{m}{s}$$

$$\overline{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V(۱۰)-V(۴)}{۱۰-۴}=\frac{۵-(-۱۲)}{۶}=\frac{۱۷}{۶}\frac{m}{s^۲}$$

۴۹. گزینه ۴ راه حل اول:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t+x_۰\Rightarrow\begin{cases}۱۰=\frac{۱}{۲}a\times ۲^۲+۲V_۰+x_۰\Rightarrow ۱۰=۲a+۲V_۰+x_۰\\ ۵۰=\frac{۱}{۲}a\times ۶^۲+۶V_۰+x_۰\Rightarrow ۵۰=۱۸a+۶V_۰+x_۰\\ ۹۰=\frac{۱}{۲}a\times ۸^۲+۸V_۰+x_۰\Rightarrow ۹۰=۳۲a+۸V_۰+x_۰\end{cases}$$

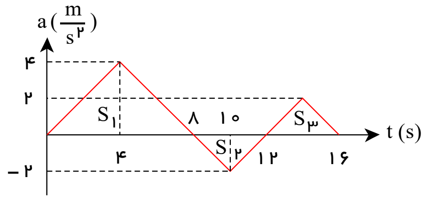
$$\Rightarrow\begin{cases}۵۰-۱۰=۱۶a+۴V_۰\to ۴۰=۱۶a+۴V_۰\\ ۹۰-۵۰=۱۴a+۲V_۰\xrightarrow{\times(-۲)}-۸۰=-۲۸a-۴V_۰\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}}-۴۰=-۱۲a\Rightarrow a=\frac{۴۰}{۱۲}=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

راه حل دوم:

$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}\bar{V}(۲\to ۶)=\frac{۵۰-۱۰}{۶-۲}=\frac{۴۰}{۴}=۱۰\frac{m}{s}\Rightarrow V(۴)=۱۰\frac{m}{s}\\ \bar{V}(۶\to ۸)=\frac{۹۰-۵۰}{۸-۶}=\frac{۴۰}{۲}=۲۰\frac{m}{s}\Rightarrow V(۷)=۲۰\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{۲۰-۱۰}{۷-۴}=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

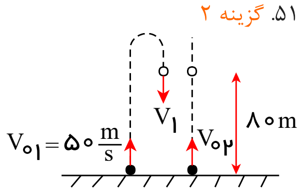
۵۰. گزینه ۴ تا وقتی جهت حرکت عوض نشود با گذشت زمان فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی شروع زیاد می‌شود. جهت حرکت متناظر علامت سرعت است و مساحت زیر نمودار شتاب – زمان برابر ΔV است. بنابراین داریم:

$V(۰)=۰$
$V(۸)-V(۰)=S_۱$
$V(۱۲)-V(۸)=-S_۲$
$V(۱۶)-V(۱۲)=S_۳$



از $t=۱۶$ به بعد سرعت ثابت است و با توجه به این که $S_۱>S_۲$ و $S_۲=S_۳$. می‌توان گفت علامت سرعت هیچ‌گاه عوض نمی‌شود، پس با گذشت زمان، فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی شروع حرکت پیوسته زیاد می‌شود یعنی در $t=۱۶$ فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی شروع بیشتر از سایر گزینه‌هاست.

۵۱. گزینه ۲



$V_۱^۲-V_۰^۲=-۲gh\Rightarrow V_۱^۲-۲۵۰۰=۲\times(-۱۰)\times ۸۰$
$V_۱^۲=۹۰۰\Rightarrow |V_۱|=۳۰\frac{m}{s}$
$\Delta V=g\Delta t\Rightarrow(-۵۰)-(-۳۰)=-۱۰\Delta t\Rightarrow \Delta t=۲(s)$

راه حل دوم: برای گلوله اول هنگام بازگشت

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲+V_۱t\Rightarrow ۸۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t^۲+۳۰t\Rightarrow t=۲s$$

۵۲. گزینه ۳ سرعت جریان آب: $V_۲$ سرعت حرکت قایق در آب ساکن: $V_۱$

وقتی از A به B می رود : $AB=(V_۱+V_۲)\cdot\Delta t=۲۰\,(V_۱+V_۲)$

وقتی از B به A می رود : $BA=(V_۱-V_۲)\cdot\Delta t=۱۰۰\,(V_۱-V_۲)$

$$\Rightarrow\begin{cases}V_۱+V_۲=\frac{AB}{۲۰}\\ V_۱-V_۲=\frac{AB}{۱۰۰}\end{cases}\Rightarrow ۲V_۱=\frac{AB}{۲۰}+\frac{AB}{۱۰۰}\Rightarrow V_۱=\frac{۳AB}{۱۰۰}$$

اگر آب ساکن باشد، قایق فاصله‌ی A تا B را با سرعت $V_۱$ طی می‌کند.

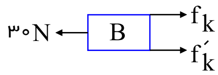
$$\Delta t=\frac{AB}{V_۱}=\frac{AB}{\frac{۳AB}{۱۰۰}}=\frac{۱۰۰}{۳}\ \text{دقیقه}$$

۵۳. گزینه ۱ با توجه به تقارن سهمی می‌توان گفت محور تقارن آن خط $t=۵\,s$ است.

$\Delta x=\frac{V_۱+V_۲}{۲}\cdot\Delta t\Rightarrow -۳۰-۲۰=\frac{V_O+۰}{۲}\times ۵\Rightarrow V_O=-۲۰\frac{m}{s}$
$V(۵)=۰\ ,\ V=at+V_O\Rightarrow ۵a+(-۲۰)=۰\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$

۵۴. گزینه ۲ چون جسم A متعادل است پس کشش A با اصطکاک بین A و B برابر است.

$f_k=T=۲N$



برای جسم B داریم:

$۳۰-f_k-f'_k=\mathrm{m\,a}\Rightarrow ۳۰-۲-f'_k=۴\times ۵\Rightarrow f'_k=۸N$

۵۵. گزینه ۴ نکته: در حرکت شتاب‌دار ثابت جابجایی در t ثانیه n ام از رابطهٔ $\Delta x=(n-۰٫۵)at^۲+V_۰t$ به‌دست می‌آید.

$n=۱$ و $t=۳$ جابجایی درسه ثانیه اول : $\Delta x_۱=(۱-۰٫۵)\times ۲\times ۳^۲+۳V_۰=۹+۳V_۰$

$n=3$ و $t=3$ جابجایی درسه ثانیه سوم : $\Delta x_2=(3-0/5)\times 2\times 3^2+3V_0=45+3V_0$

$$\Rightarrow \Delta x_2-\Delta x_1=45-9=36m$$

روش دوم: با استفاده از تصاعد: درحرکت شتاب‌دار ثابت جابجایی‌ها در t ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهند با قدر نسبت $d=at^2$

$$\Delta x_1 \overbrace{\quad}^{at^2} \Delta x_2 \overbrace{\quad}^{at^2} \Delta x_3 \Rightarrow \Delta x_3-\Delta x_1=2at^2=2\times 2\times 3^2=36m$$

۵۶. گزینه ۴ ثانیه چهارم حرکت بازه زمانی $t_1=3(s)$ تا $t_2=4(s)$ است.

برای محاسبه سرعت متوسط مکان جسم را درلحظات $t_1=3(s)$ و $t_2=4(s)$ بدست می آوریم و داریم:

$$\vec{r}=\begin{cases}x=36t+10\\ y=6t^2+60t+20\end{cases} \Rightarrow \vec{r}_1(t_1=3)=\begin{cases}x_1=118\\ y_1=146\end{cases}, \vec{r}_2(t_2=4)=\begin{cases}x_2=154\\ y_2=164\end{cases}$$

$$\overline{\vec{V}}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}=\begin{cases}\overline{V_x}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{154-118}{4-3}=36\\ \overline{V}_y=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{164-146}{4-3}=18\end{cases} \Rightarrow \overline{V}=\sqrt{36^2+18^2}=18\sqrt{5}\frac{m}{s}$$

برای محاسبه شتاب متوسط سرعت جسم را درلحظات $t_1=3(s)$ و $t_2=4(s)$ بدست می‌آوریم وداریم:

$$\overline{\vec{V}}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{V}=\begin{cases}\overline{V_x}=36\\ \overline{V}_y=-12t+60\end{cases} \Rightarrow \overline{V}_1(t_1=3)=\begin{cases}\overline{V_x}=36\\ \overline{V}_y=24\end{cases}, \overline{V}_2=\begin{cases}\overline{V_x}=36\\ \overline{V}_y=12\end{cases}$$

$$\overline{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\begin{cases}\overline{a_x}=\frac{\Delta V_x}{\Delta t}=\frac{36-36}{4-3}=0\\ \overline{a}_y=\frac{\Delta V_y}{\Delta t}=\frac{12-24}{4-3}=-12\end{cases} \Rightarrow \overline{a}=\sqrt{0^2+(-12)^2}=12\frac{m}{s}$$

۵۷. گزینه ۳ سنگ ۳ ثانیه پس از پرتاب به نقطه‌ی پرتاب بازگشته است، بنابراین زمان اوج سنگ ۱/۵ ثانیه است، پس:

$$t_{\text{اوج}}=\frac{V_0}{g} \Rightarrow 1/5=\frac{V_0}{10} \Rightarrow V_0=15\frac{m}{s}$$

زمان کل حرکت $t_{\text{کل}}=3+5=8(s)$ است، سرعت رسیدن سنگ در هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$V=-gt+V_0 \Rightarrow V=-10\times 8+15 \Rightarrow V=-65\frac{m}{s}$$

نکته: در حرکت قائم رو به پایین (اوج تا زمین) در هر ثانیه مقدار سرعت $10\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

بنابراین دوثانیه قبل از رسیدن به زمین سرعت گلوله $-45\frac{m}{s}$ می‌باشد، پس برای محاسبه مسافت طی شده در دو ثانیه آخر حرکت داریم:

$$\Delta y=\frac{V_1+V_2}{2}\times\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{(-45)+(-65)}{2}\times 2 \Rightarrow \Delta y=-110m$$

البته دقت داشته باشد که مسافت طی شده ۱۱۰ متر است، زیرا در محاسبه مسافت طی شده جهت مطرح نیست.

۵۸. گزینه ۴ جهت (+) رو به پایین در نظر گرفته شده است. $(a=+g)$

سرعت اولیه‌ی A صفر و سرعت اولیه‌ی B برابر $-25\frac{m}{s}$ است (با سرعت $25\frac{m}{s}$ به طور عمودی به طرف بالا پرتاب شده است). محل پرتاب را $y=0$ در نظر می‌گیریم.

$$y=\frac{1}{2}at^2+V_0t+y_0 \Rightarrow \begin{cases}y_A=5t^2\\ y_B=5t^2-25t\end{cases} \Rightarrow \text{فاصله‌ی دو گلوله}: |y_B-y_A|=25t$$

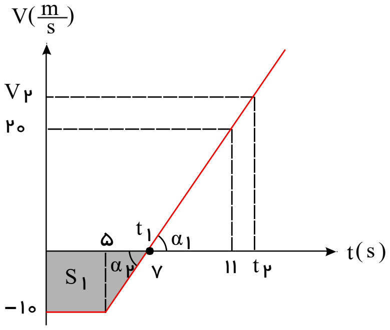
زمان تغییر جهت B (زمان اوج) برابر ۲/۵ ثانیه است. $t=\frac{|V_0|}{g}=\frac{25}{10}=2/5s$

$$|y_B-y_A|=25\times 2/5=62/5m$$

۵۹. گزینه ۴ از $t=5s$ به بعد یک حرکت با شتاب ثابت داریم:

در $t_1=7s$ سرعت صفر می‌شود $|tan\alpha_1|=|tan\alpha_2| \Rightarrow \frac{10}{t_1-5}=\frac{20}{11-t_1} \to t_1=7s$

عبور مجدد از نقطه‌ی شروع یعنی اینکه از $t=0$ تا آن زمان $\Delta x=0$ یعنی Δx منفی و مثبت هم‌اندازه شوند.



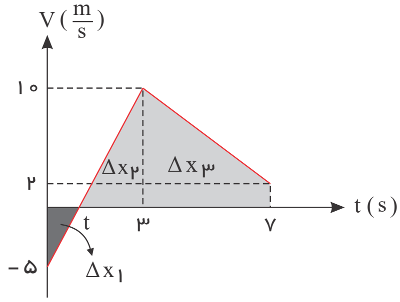
$$|\Delta x_۱| = S_۱ = \frac{۷+۵}{۲} \times ۱۰ = ۶۰m$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۲۰-(-۱۰)}{۱۱-۵} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a\cdot(\Delta t)^۲ = \frac{۵}{۲}(\Delta t)^۲ = ۶۰ \rightarrow$$ (این جابجائی از $t_۱ = ۷$ به بعد می‌باشد)

$$\Rightarrow (\Delta t)^۲ = \frac{۱۲۰}{۵} = ۲۴ \Rightarrow \Delta t = \sqrt{۲۴} = ۲\sqrt{۶}s$$

۶۰. گزینه ۲ ابتدا نمودار سرعت - زمان حرکت را رسم می‌کنیم (مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر با ΔV است)
چون سطح زیر نمودار $V-t$ برابر با Δx است، بیشترین فاصله در پایان حرکت اتفاق می‌افتد. ابتدا t را به دست می‌آوریم.



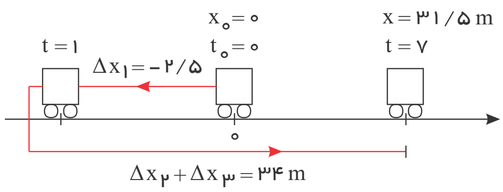
$$\frac{۵}{۱۰} = \frac{t}{۳-t} \Rightarrow t = ۱s$$

$$\Delta x_۱ = \frac{-۵\times ۱}{۲} = -۲/۵m$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۲\times ۱۰}{۲} = ۱۰m$$

$$\Delta x_۳ = \frac{(۱۰+۲)۴}{۲} = ۲۴m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = -۲/۵ + ۱۰ + ۲۴ = ۳۱/۵m$$



۶۱. گزینه ۱ مؤلفه‌ی افقی حرکت یکنواخت است.

$$\Delta x = V_x\cdot\Delta t \ , \ V_x = V_{\circ x} = \overline{V}_x \Rightarrow ۶۰ = ۲۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۳s$$

مؤلفه قائم حرکت دارای شتاب ثابت $(-g)$ است.

$$V_y = -gt + V_{\circ y} = -۱۰\times ۳ = -۳۰\frac{m}{s} \Rightarrow \overline{V}_y = \frac{۰+(-۳۰)}{۲} = -۱۵\frac{m}{s}$$

$$\overline{V} = \sqrt{\overline{V}_x^۲ + \overline{V}_y^۲} = \sqrt{۲۰^۲+۱۵^۲} = ۲۵\frac{m}{s}$$

۶۲. گزینه ۳

$$\begin{cases} F\cos\alpha - T = m_۲ a \\ T - m_۱ g = m_۱ a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰\times ۰/۶ - T = ۵a \\ T - ۵۰ = ۵a \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}} ۲T - ۱۱۰ = ۰ \Rightarrow T = ۵۵N$$

۶۳. گزینه ۳

$$\begin{cases} T - m_۲ g = m_۲ a \\ F + m_۱ g - T = m_۱ a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۲۰ - ۱۰۰ = ۱۰a \\ F + ۵۰ - ۱۲۰ = ۵a \end{cases} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲} \ , \ F = ۸۰N$$

۶۴. گزینه ۳

قانون دوم نیوتون برای مجموعه‌ی $m_۱$ و $m_۲$: $T-f_k=(m_۱+m_۲)\,a \Rightarrow T-(m_۱+m_۲)\,g\mu_k=(m_۱+m_۲)\,a$
$\Rightarrow T-۵\times ۱۰\times ۰/۱=۵a \Rightarrow T-۵=۵a$

قانون دوم نیوتون برای $m_۲$: $f_s-f_k=m_۲a \Rightarrow f_s-\mu_k(m_۱+m_۲)g=m_۲a$

$\Rightarrow f_s-۵=۳a$ بیشترین مقدار a در حالتی است که f_s برابر $f_{s_{max}}$ باشد.

$$f_{s_{max}}=\mu_s m_۱ g=۲\times ۱۰\times ۰/۶=۱۲N \Rightarrow ۱۲-۵=۲a \Rightarrow a=\frac{۷}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

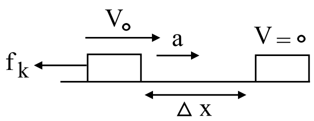
$$T-۵=۵a \Rightarrow T=۵+۵a=۵+\frac{۳۵}{۳}=\frac{۵۰}{۳}N$$

قانون دوم نیوتون برای $m_۳$: $m_۳g-T=m_۳a \Rightarrow T=m_۳\,(g-a) \Rightarrow \frac{۵۰}{۳}=\left(۱۰-\frac{۷}{۳}\right)m_۳ \Rightarrow \frac{۵۰}{۳}=\frac{۲۳}{۳}m_۳$

$$\Rightarrow m_۳=\frac{۵۰}{۲۳}kg$$

۶۵. گزینه ۳

وقتی جسمی مطابق شکل روی یک سطح افقی و مماس بر آن پرتاب می‌شود، جسم پس از طی مسافتی تحت تأثیر نیروی اصطکاک متوقف می‌شود.



$$\sum F=ma \Rightarrow -f_k=ma \Rightarrow -\mu_k mg=ma \Rightarrow a=-\mu_k g$$

$$V^۲-V_۰^۲=۲a\Delta x \Rightarrow ۰-V_۰^۲=۲(-\mu_k g)\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{V_۰^۲}{\mu_k g}\quad (۱)$$

حال برای دو وزنه‌ی A و B داریم:

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{\Delta x A}{\Delta x B}=\left(\frac{V_۰ A}{V_۰ B}\right)^۲\times\frac{\mu_k B}{\mu_k A}=\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۱۲}$$