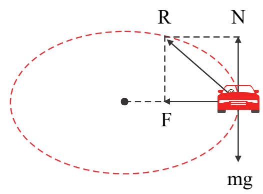
۲۱. گزینه ۱ در یک پیچ افقی بدون شیب عرضی، نیروی اصطکاک جانبی بین لاستیک‌های اتومبیل با سطح جاده است که نیروی مرکزگرای لازم را برای حرکت دورانی اتومبیل تأمین می‌کند. بنابراین اندازه‌ی نیرویی که سطح جاده بر اتومبیل وارد می‌کند؛ برابر برآیند نیروی عمودی سطح (N) و نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) است.

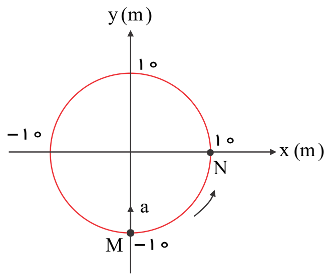
از این‌رو داریم:



$$\begin{cases} f_s = \dfrac{mV^۲}{R} \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{{f_s}^۲ + N^۲} = \sqrt{(\dfrac{mV^۲}{R})^۲ + (mg)^۲}$$

$$\left.\begin{aligned} \text{در حالت اول} : R_۱ &= \sqrt{(\dfrac{m \times ۲۰^۲}{۴۰})^۲ + (۱۰m)^۲} = ۱۰\sqrt{۲}m \\ \text{در حالت دوم} : R_۲ &= \sqrt{(\dfrac{m \times ۴۰^۲}{۴۰})^۲ + (۱۰m)^۲} = ۱۰\sqrt{۱۷}m \end{aligned}\right\} \Rightarrow \dfrac{R_۲}{R_۱} = \dfrac{۱۰\sqrt{۱۷}m}{۱۰\sqrt{۲}m} = \dfrac{\sqrt{۳۴}}{۲}$$

۲۲. گزینه ۴



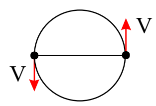
در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار شتاب همواره به طرف مرکز دایره و بزرگی آن ثابت است. پس فقط هنگام عبور از نقطه‌ی $M \left| \begin{matrix} ۰ \\ -۱۰m \end{matrix} \right.$ بردار شتاب آن در SI می‌تواند $\vec{a} = ۴\vec{j}$ باشد. ضمناً $a = R\omega^۲$ است، پس:

$$۴ = ۱۰\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۴}{۱۰} \Rightarrow \omega = \frac{۲}{\sqrt{۱۰}} \frac{rad}{s}$$

$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = \frac{۲}{\sqrt{۱۰}} \times \frac{۵}{۲} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲} rad \simeq \frac{\pi}{۲} rad$$

یعنی متحرک پس از پیمودن $\frac{۱}{۴}$ دور به نقطه‌ی $N \left| \begin{matrix} ۱۰m \\ ۰ \end{matrix} \right.$ می‌رسد و شتاب آن در SI به‌صورت $\vec{a} = -۴\vec{i}$ می‌شود.

۲۳. گزینه ۲



$$\left|\vec{a}\right| = R\omega^۲ \quad \textbf{شتاب لحظه‌ای}$$

$$\left|\overline{\vec{a}}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|}{\Delta t} = \frac{۲V}{\frac{T}{۲}} = \frac{۴R\omega}{T} = \frac{۴R\omega}{\frac{۲\pi}{\omega}} = \frac{۴R\omega^۲}{۲\pi} \quad \textbf{شتاب متوسط}$$

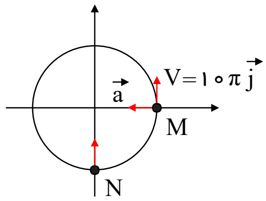
$$\xrightarrow{R\omega^۲ = ۹} \left|\overline{\vec{a}}\right| = \frac{۴ \times ۹}{۲\pi} = \frac{۱۸}{\pi} \simeq ۶ \frac{m}{s^۲}$$

۲۴. گزینه ۱ در پیچ افقی نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های اتومبیل با سطح جاده نیروی مرکزگرای لازم را برای حرکت دورانی اتومبیل تأمین می‌کند. بنابراین هنگامی که اتومبیل در آستانه‌ی لغزش باشد، نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم و اتومبیل سرعت بیشینه‌ی خود را دارد. از این رو داریم:

$$f_{sMax} = \frac{mV^۲}{R} \Rightarrow \mu_s \times mg = \frac{mV^۲}{R} \Rightarrow V^۲ = \mu_s Rg \Rightarrow V = \sqrt{\mu_s Rg}$$

$$\Rightarrow \frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{R'}{R}} = \frac{V'}{۲۰} = \sqrt{\frac{۹۰}{۶۰}} \Rightarrow V'^۲ = ۶۰۰ \Rightarrow V' = ۱۰\sqrt{۶} \frac{m}{s}$$

۲۵. گزینه ۳



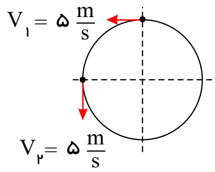
$$\begin{cases} a = R\omega^2 \\ V = R\omega \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{a}{V} = \frac{50\pi^2}{10\pi} = 5\pi\frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0/4s$$

متحرک در ابتدا در نقطه‌ی M است و برای اولین‌بار، در نقطه‌ی N شتاب برابر $50\pi^2\vec{j}$ می‌شود.

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = 0/3s$$

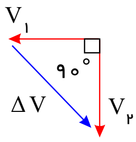
۲۶. گزینه ۲



$$V = R\omega = 10 \times \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}\frac{m}{s} \simeq 5\frac{m}{s}$$

$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = \frac{\pi}{6} \times 3 = \frac{\pi}{2} rad$$

در مدت ۳ ثانیه $\frac{\pi}{2}$ رادیان یعنی ربع دایره می‌گردد.



$$\Delta V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = 5\sqrt{2}$$

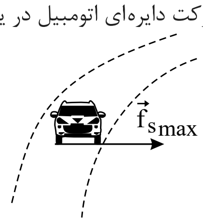
$$\overline{\vec{a}} = \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|}{\Delta t} \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = \frac{5\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s^2}$$

۲۷. گزینه ۲ توجه کنید این حرکت، حرکت دایره‌ای یکنواخت نیست.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}t^2 + \frac{\pi}{2}t + \theta$$

یک دور گردش $\Rightarrow \theta - \theta_0 = 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{4}t^2 + \frac{\pi}{2}t = 2\pi \Rightarrow t^2 + 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 2\ ,\ -4 \Rightarrow t = 2s$

۲۸. گزینه ۲ حداکثر سرعت مجاز یک اتومبیل در یک پیچ بدون اصطکاک با شیب عرضی از رابطه‌ی $\tan\theta = \frac{V^2}{Rg}$ به دست می‌آید. اکنون اگر شیب عرضی این پیچ از بین برود، تنها نیروی اصطکاک جانبی بین لاستیک‌های اتومبیل و سطح جاده است که نیروی جانب مرکز لازم را برای حرکت دایره‌ای اتومبیل در یک پیچ افقی تأمین می‌کند. از اینرو داریم:

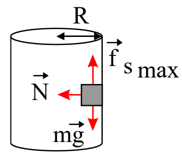


حالت اول : $\tan\theta = \frac{V^2}{Rg} \quad (1)$

حالت دوم : $f_{s\ max} = F_r \Rightarrow \mu_s mg = m\frac{V^2}{R} \Rightarrow \mu_s = \frac{V^2}{Rg} \quad (2)$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \tan\theta = \mu_s \Rightarrow \tan 37^\circ = \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4} = 0/75$$

۲۹. گزینه ۲ در استوانه دوار نیروی عمود بر سطح نیروی مرکزگرای لازم را برای دوران جسم تأمین می‌کند. مطابق شکل برای آن که جسم به دیواره‌ی استوانه تکیه داشته باشد و به پایین نلغزد، داریم:



$$\left.\begin{cases} N = mR\omega_{min}^2 \\ mg - f_{s\ max} = 0 \Rightarrow mg = \mu_s N \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu_s} \end{cases}\right\} \Rightarrow \frac{mg}{\mu_s} = mR\omega_{min}^2$$

$$\Rightarrow \omega_{min}^2 = \frac{g}{\mu_s R} \Rightarrow \omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$$

دقت داشته باشید که طبق رابطه‌ی فوق حداقل سرعت زاویه‌ای به جرم جسم بستگی ندارد.

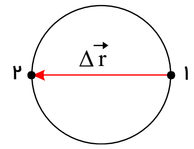
$$\frac{\omega'_{\min}}{\omega_{\min}}=\sqrt{\frac{R}{R'}}=\sqrt{\frac{R}{۲R}}\Rightarrow\frac{\omega'_{\min}}{\omega_{\min}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳۰. گزینه ۳ با توجه به توضیحات زیر گزینه (**۳**) درست است.

نکته: هرگاه جسمی از یک سیستم حرکتی جدا شود، در جهت سرعت سیستم در لحظه‌ی رهایی به حرکت خود ادامه می‌دهد.

نکته: حرکت جسم در حرکت دایره‌ای همواره بر مسیر حرکت (دایره) مماس است.

۳۱. گزینه ۴



$$\left|\vec{V}\right|=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{۲R}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=\frac{T}{۲}}\left|\vec{V}\right|=\frac{۴R}{T}\qquad(۱)$$

$$V_{\text{لحظه‌ای}}=R\omega\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}V_{\text{لحظه‌ای}}=\frac{۲R\pi}{T}\qquad(۲)$$

بنابراین نسبت سرعت متوسط متحرک وقتی نیمی از محیط دایره را می‌پیماید به سرعت لحظه‌ای، برابر است با:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{\left|\vec{V}\right|}{V_{\text{لحظه‌ای}}}=\frac{\frac{۴R}{T}}{\frac{۲R\pi}{T}}=\frac{۲}{\pi}$$

۳۲. گزینه ۱ می‌دانیم سرعت خطی با شعاع دوران رابطه مستقیم دارد، بنابراین در اولین قدم به کمک تشابه مثلثهای $\overset{\Delta}{OCB}$ و $\overset{\Delta}{ODA}$ نسبت بین شعاع دوران نقطه $A(DA)$ و شعاع دوران نقطه‌ی $B(CB)$ را بدست می‌آوریم:

$$\frac{DA}{CB}=\frac{OD}{OC}\Rightarrow\frac{DA}{CB}=\frac{۲۰}{۵}=۴\Rightarrow rA=۴rB$$

بنابر روابط حرکت دایره‌ای داریم:

$$V=rw\Rightarrow\frac{VA}{VB}=\frac{rA}{rB}\times\frac{wA}{wB}=۴\times۱=۴$$

نکته: سرعت زاویه‌ای (w) تمام نقاط روی یک جسم دوار با یکدیگر برابر است.

۳۳. گزینه ۴

قطر دایره: $D=۲m\Rightarrow r=۱m$

$$\xrightarrow{a=r\omega^{۲}}۲/۵=۱\times\omega^{۲}$$

$$\Rightarrow\omega^{۲}=۲/۵=\frac{۱۰}{۴}\xrightarrow{\pi^{۲}=۱۰}\omega^{۲}=\frac{\pi^{۲}}{۴}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}$$

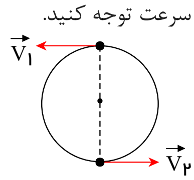
چون متحرک **۲** دور کامل زده است، پس زاویه‌ی ۴π رادیان را طی کرده است.

$$\xrightarrow{\Delta\varphi=\omega\Delta t}۴\pi=\frac{\pi}{۲}\Delta t\Rightarrow\Delta t=۸s$$

۳۴. گزینه ۱ ابتدا سرعت خطی گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۳۰}=۲(s)\Rightarrow w=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi^{rad}/_{s}\Rightarrow V=rw=۰/۵\times\pi=\frac{\pi}{۲}=\frac{۳}{۲}{}^{m}/_{s}$$

نکته بسیار مهم: سرعت یک کمیت برداری است، پس دقت داشته باشید که در محاسبه اندازه تغییرات سرعت $\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|$ به تغییر جهت بردار سرعت توجه کنید.



روش محاسبه $\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|$:

$$\left|\overrightarrow{\Delta P}\right|=m\cdot\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|=m\cdot\left|\vec{V}_{۲}-\vec{V}_{۱}\right|$$

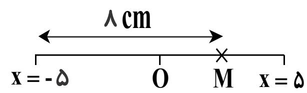
$$=m\cdot۲\left|\vec{V}\right|=۰/۰۲\times۲\times\frac{۳}{۲}=۶\times۱۰^{-۲}kgm/s$$

$$\left|\overrightarrow{\Delta V}\right|=۲\left|\vec{V}\right|=۲\times\frac{۳}{۲}=۳m/s$$

۳۵. گزینه ۱

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow \omega=۶t\xrightarrow{t=۰/۲s}\omega=۱/۲\frac{rad}{s}$$
$$V=r\omega\Rightarrow V=۵\times ۱/۲=۶\frac{m}{s}$$

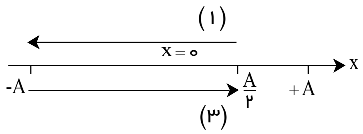
۳۶. گزینه ۱ در نقطه‌ی M: $|x|=۳\,cm$



$$\frac{x}{A}=\sin\varphi\ ,\ \frac{V}{V\max}=\cos\varphi$$
$$|\frac{x}{A}|=\frac{۳}{۵}\Rightarrow|\frac{V}{V\max}|=\frac{۴}{۵}$$

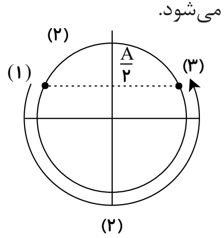
۳۷. گزینه ۳

$$V=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}V\max\Rightarrow\cos\varphi=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\sin\varphi=\pm\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=\pm\frac{A}{۲}$$



هر گاه حرکت تندشونده است، نوسانگر به مرکز نزدیک می‌شود و هر گاه حرکت کندشونده است، نوسانگر از مرکز دور می‌شود.

$$d=\frac{A}{۲}+A+A+\frac{A}{۲}=۳A$$



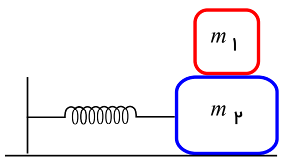
۳۸. گزینه ۳

$$V=\pm\omega\sqrt{A^۲-x^۲}$$
$$\left.\begin{array}{l}۴۰=\omega\sqrt{A^۲-۳۶}\\ ۳۰=\omega\sqrt{A^۲-۶۴}\end{array}\right\}\Rightarrow ۴۰^۲-۳۰^۲=\omega^۲(۶۴-۳۶)\Rightarrow ۷۰۰=۲۸\omega^۲$$
$$\Rightarrow\omega^۲=\frac{۷۰۰}{۲۸}=\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵\Rightarrow\omega=۵\frac{m}{s}$$
$$\xrightarrow{۴۰=\omega\sqrt{A^۲-۳۶}}۴۰=۵\sqrt{A^۲-۳۶}\Rightarrow\sqrt{A^۲-۳۶}=۸\Rightarrow A=۱۰\,cm$$
$$\Rightarrow a\max=A\omega^۲=۱۰\times۲۵=۲۵۰\frac{cm}{s^۲}=۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

۳۹. گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\frac{d^۲x}{dt^۲}=a\Rightarrow a=-\omega^۲x=-۴۰x\Rightarrow\omega=۲\sqrt{۱۰}\simeq۲\pi\frac{rad}{s}\\ V max=A\omega\Rightarrow ۲۰\pi\frac{cm}{s}=A\times۲\pi\Rightarrow A=۰/۱m\end{array}\right\}\Rightarrow x=۰/۱\sin ۲\pi t$$

۴۰. گزینه ۲



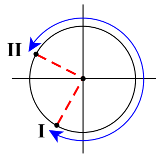
$$a=-\omega^۲x=-\frac{k}{m}\cdot x\Rightarrow|a|=\frac{k}{m}|x|$$
$$f_s=m_۱|a|=\frac{m_۱k}{m_۱+m_۲}\cdot|x|\Rightarrow f_s=\frac{۱\times۶۰۰}{۳}\times\frac{۲/۵}{۱۰۰}=۵\,N$$

۴۱. گزینه ۳

$$(I)V=-\frac{۱}{۲}V_{\max}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{V}{V_{\max}}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi=\pi\pm\frac{\pi}{۳}\xrightarrow[\text{فاز در ربع فرد}]{\text{حرکت کند شونده}}\varphi=\pi+\frac{\pi}{۳}$$

$$(II)a=-\frac{۱}{۲}a_{\max}\Rightarrow\sin\varphi=\frac{-a}{a_{\max}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{۶},\ \frac{۵\pi}{۶}\xrightarrow[\text{فاز در ربع زوج}]{\text{حرکت کند شونده}}\varphi=\pi+\frac{۵\pi}{۶}$$

از وضعیت (I) تا وضعیت (II):



$$\Delta\varphi=(۲\pi+\frac{۵\pi}{۶})-(\pi+\frac{\pi}{۲})=\frac{۳\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{\Delta\varphi}{۲\pi}\Rightarrow\Delta t=\frac{۳T}{۴}$$

۴۲. گزینه ۴ دوره و بسامد نوسان به دامنه‌ی نوسان بستگی ندارد.

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}\cdot\frac{k_۱}{k_۲}}=\sqrt{۴\times ۱}=۲$$

تعداد نوسان: $N=f\cdot\Delta t=\frac{\Delta t}{T}\Rightarrow\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}\frac{T_۱}{T_۲}=۳\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow N_۲=\frac{۳}{۲}\times ۳۰=۴۵$

۴۳. گزینه ۳

$$A=\frac{L_{max}-L_{min}}{۲}=\frac{۷۰-۵۴}{۲}=۸cm\quad \text{و}\quad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۵۴۰}{۰/۶}}=\sqrt{۹۰۰}=۳۰\frac{rad}{s}$$

$L_\circ=\frac{L_{max}+L_{min}}{۲}=\frac{۷۰+۵۴}{۲}=۶۲cm$ طول فنر در وضع تعادل

$$L=۵۸cm\Rightarrow x=L-L_\circ=-۴cm\Rightarrow|V|=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}=۳۰\times\sqrt{۸^۲-۴^۲}=۱۲۰\sqrt{۳}\frac{cm}{s}=\frac{۶\sqrt{۳}}{۵}\frac{m}{s}$$

۴۴. گزینه ۱

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۸۰}{۰/۸}}=۱۰\frac{rad}{s}$$

$$L_{\max}=۴۸cm\,,\ L_{\min}=۳۲cm\Rightarrow\begin{cases}A=\frac{۴۸-۳۲}{۲}=۸cm\ \text{دامنه نوسان}\\ L_\circ=\frac{۴۸+۳۲}{۲}=۴۰cm\ \text{طول فنر در مرکز نوسان}\end{cases}$$

$$L=۴۶\Rightarrow x=۴۶-۴۰=۶cm$$

$$|V|=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}=۱۰\sqrt{۸^۲-۶^۲}=۱۰\sqrt{۶۴-۳۶}=۱۰\sqrt{۲۸}=۲۰\sqrt{۷}\frac{cm}{s}$$

۴۵. گزینه ۱ آونگ A در هر دقیقه ۲۰ نوسان انجام می‌دهد $(۴۰\div ۲=۲۰)$ و آونگ B در هر دقیقه ۲۵ نوسان انجام می‌دهد $(۲۰+۵=۲۵)$.

$$N=\frac{\Delta t}{T}\Rightarrow\frac{NB}{NA}=\frac{\Delta tB}{\Delta tA}\cdot\frac{TA}{TB}\Rightarrow\frac{۲۵}{۲۰}=\frac{TA}{TB}\Rightarrow\frac{TA}{TB}=\frac{۵}{۴}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{TA}{TB}=\sqrt{\frac{LA}{LB}}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\sqrt{\frac{LA}{LB}}\Rightarrow\frac{LA}{LB}=\left(\frac{۵}{۴}\right)^۲=\frac{۲۵}{۱۶}$$

۴۶. گزینه ۳

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{۱۰}{۰/۴}}=۵\frac{rad}{s}$$

$$a=-\omega^۲x\Rightarrow|a|=\omega^۲|x|=۲۵\times۳\times۱۰^{-۳}=۷۵\times۱۰^{-۳}\frac{m}{s^۲}$$

۴۷. گزینه ۲ دوره و بسامد آونگ ساده به دامنه‌ی نوسان و جرم گلوله بستگی ندارد.

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}=\sqrt{\frac{۴L_۱}{L_۱}}=۲$$

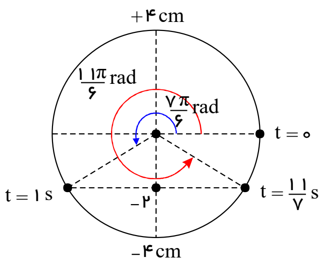
$$N=\frac{\Delta t}{T}\Rightarrow\frac{N_۱}{N_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{۴۰}{N_۲}=۲\Rightarrow N_۲=۲۰$$

۴۸. گزینه ۲ چون دامنه نصف طول پاره‌خط است، بنابراین دامنه‌ی حرکت نوسانی برابر $A=\frac{۸}{۲}=۴cm$ می‌باشد. از طرف دیگر معادله‌ی حرکت نوسانی برابر $x=A\sin\omega t$ می‌باشد، لذا داریم:

$$x=A\sin\omega t\xrightarrow[A=۴cm\,,\,x=-۲cm]{\omega=\frac{۷\pi}{۶}\frac{rad}{s}}-۲=۴\sin\frac{۷\pi}{۶}t$$

$$\sin\frac{۷\pi}{۶}t=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۷\pi}{۶}t=\frac{۷\pi}{۶}\Rightarrow t=۱s & \text{برای بار اول}\\ \frac{۷\pi}{۶}t=\frac{۱۱\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱۱}{۷}s & \text{برای بار دوم}\end{cases}$$

دقت کنید، باتوجه به دایره‌ی مرجع نوسانگر برای بار اول در فاز $\frac{۷\pi}{۶}rad$ و برای بار دوم در فاز $۱۱\frac{\pi}{۶}rad$ از مکان $x=-۲cm$ عبور می کند.



۴۹. گزینه ۱ ابتدا مکانی را که در آن انرژی جنبشی نوسانگر ۳ برابر انرژی پتانسیل کشسانی آن است، مشخص می‌کنیم:

$$E=K+U_e\xrightarrow{K=۳U_e}E=۴U_e$$

$$\frac{۱}{۲}kA^۲=۴\times\frac{۱}{۲}kx^۲\Rightarrow x^۲=\frac{A^۲}{۴}$$

حال از رابطه سرعت‌مکان داریم:

$$|V|=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow|V|=\omega\sqrt{A^۲-\frac{A^۲}{۴}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\omega$$

$$\Rightarrow|V|=\frac{\sqrt{۳}}{۲}V_{\max}$$

۵۰. گزینه ۴ دامنه‌ی حرکت آونگ نصف شده است، یعنی: $A'=\frac{A}{۲}=\frac{۰/۱}{۲}=۰/۰۵m$

و در مورد تغییرات دوره‌ی نوسانات آونگ داریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{l'}{l}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{\omega'}{\omega}=3$$

بنابراین:

$$\omega'=3(10\pi)=30\pi\Rightarrow x'=0/05\sin(30\pi t)$$

۵۱. گزینه ۲ نکته: شرط رخ دادن پدیده‌ی تشدید برای دو آونگ برابر بودن دوره‌ی نوسانات آن ۲ آونگ است. $(T_A=T_B)$ و همچنین می دانیم: $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

بنابراین برای یکسان شدن دوره‌ی نوسان‌های آونگ‌های A و B باید طول آونگ B کم یا طول آونگ A زیاد شود و یا شتاب قائم حاکم بر آونگ B افزایش یابد یا شتاب قائم حاکم بر A کاهش یابد. اکنون به تحلیل گزینه‌ها می‌پردازیم.

گزینه‌ی (۱): شتاب قائم حاکم بر آونگ A افزایش می‌یابد $\Leftarrow$ کاهش دوره‌ی نوسانات آونگ A

گزینه‌ی (۲): شتاب قائم حاکم بر آونگ B افزایش می‌یابد $\Leftarrow$ کاهش دوره‌ی نوسانات آونگ B

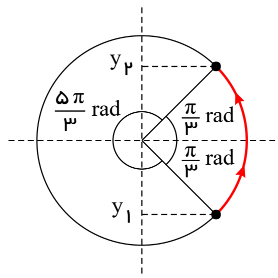
گزینه‌ی (۳): طول آونگ B افزایش یابد $\Leftarrow$ افزایش دوره‌ی نوسانات آونگ B

گزینه‌ی (۴): طول آونگ A کاهش یابد $\Leftarrow$ کاهش دوره‌ی نوسانات آونگ A

در این سوال طول اولیه‌ی آونگ B بیشتر است، بنابراین دوره‌ی نوسان آن بیشتر از آونگ A است بنابراین تغییری موجب برابر شدن دوره‌ی نوسان دو آونگ می‌شود که دوره‌ی A را افزایش دهد یا دوره‌ی آونگ B را کاهش دهد. که این اتفاق فقط در گزینه‌ی (۲) رخ می‌دهد.

۵۲. گزینه ۲ باتوجه به این که هرچه به مرکز نوسان نزدیکتر می‌شویم، سرعت نوسانگر بیشتر می‌شود، بنابراین بیش‌ترین جابه‌جایی یک نوسانگر در یک بازه‌ی زمانی معین هنگامی خواهد بود که نیمی از مسیر طی شده را قبل از رسیدن به مرکز نوسان و نیمی دیگر را بعد از رسیدن به مرکز نوسان بپیماید. داریم:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=(2\pi f)(\Delta t)=2\pi(\frac{1}{2})\times\frac{2}{3}=\frac{2\pi}{3}rad$$



$$\begin{cases}y_1=A\sin(\frac{-\pi}{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}A\\ y_2=A\sin(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}A\end{cases}$$

$$\Delta y=y_2-y_1=\sqrt{3}A$$

۵۳. گزینه ۱ نیروی وارد بر نوسانگر در انتهای مسیر نوسان بیشینه می‌باشد، بنابراین داریم:

$$F_{\max}=ma_{\max}=mA\omega^2\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}F_{\max}=kA$$

$$\Rightarrow\frac{(F_{\max})_2}{(F_{\max})_1}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{k_2}{k_1}=1$$

۵۴. گزینه ۱

$$\frac{T_A}{T_B}=\frac{\frac{t}{n_A}}{\frac{t}{n_B}}=\frac{\frac{t}{10}}{\frac{t}{6}}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{\ell_A}{\ell_B}=\frac{9}{25}\qquad(1)$$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$|\ell_B-\ell_A|=32cm\xrightarrow[\ell_B>\ell_A]{(1)}\ell_B-\ell_A=32cm\qquad(2)$$

با حل همزمان معادلات (۱) و (۲)، داریم:

$$\ell_A=18cm\ ,\ \ \ell_B=50cm$$

۵۵. گزینه ۱ نکته: شرط رخ دادن پدیده‌ی تشدید بین دو نوسانگر برابر شدن دوره‌ی نوسان آن دو نوسانگر است.

۲ برابر : $T_A = T_B \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{l}{g} = \frac{m}{k} \Rightarrow l \propto \frac{1}{k} \Rightarrow \frac{1}{2} \propto \frac{1}{k} \Rightarrow k$