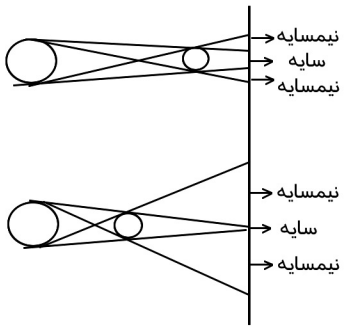
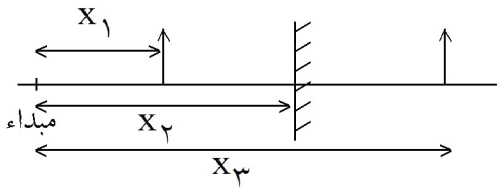
۲۶-



با توجه به شکل مقابل دیده می‌شود که وقتی پرده و منبع نور ثابت بمانند و جسم به پرده نزدیک شود سایه افزایش و سطح نیمسایه کاهش می‌یابد. پس گزینه ۲ جواب صحیح است.

۲۷- اگر مکان جسم، آینه و تصویر از مبداء به ترتیب x_1 ، x_2 و x_3 باشد، با توجه به اینکه فاصله جسم تا آینه برابر با فاصلهٔ تصویر تا آینه است:



$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2 \Rightarrow x_3 = 2x_2 - x_1$$

با مشتق‌گیری از رابطهٔ فوق خواهیم داشت:

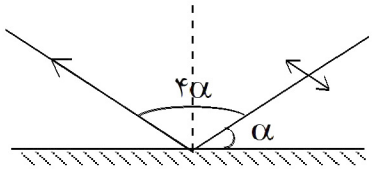
$$V_3 = 2V_2 - V_1$$

بنابراین:

$$\text{سرعت تصویر} = 2\times\text{سرعت آینه} - \text{سرعت جسم} = 2\times\frac{V}{2} - V = 0$$

پس گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

۲۸- مطابق شکل اگر زاویه بین پرتو تابش و آینه α باشد، زاویه بین پرتو تابش و بازتابش 4α است. چون زاویه تابش با زاویه بازتابش مساوی است لذا زاویه تابش برابر $2\alpha = \frac{4\alpha}{2}$ می‌شود یعنی:



$$i = 2\alpha \Rightarrow 2\alpha + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 3\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \text{زاویه تابش} = 2\alpha = 60^\circ$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

۲۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. جسم دوتر از مرکز آینه است، پس تصویر حقیقی، وارونه و کوچک‌تر از جسم است.

۳۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در حالت (الف)، حتماً تصویر حقیقی بوده و جسم هم روی مرکز آینه بوده است. زیرا اندازه تصویر برابر با اندازه‌ی جسم بوده است اگر آینه به حالت (ب) در آید، انحنای آن کاهش یافته و در نتیجه شعاع انحنا و همچنین فاصله کانونی آن زیاد شده است. و در چنین حالتی جسم بین مرکز جدید و کانون جدید قرار دارد که تصویر حقیقی بزرگ‌تری تشکیل داده است. البته لازم به ذکر است که اگر شعاع انحنای آینه خیلی افزایش یابد، جسم داخل فاصله‌ی کانونی قرار می‌گیرد یعنی تصویر مجازی می‌شود که البته در این حالت نیز تصویر بزرگتر از جسم بوده و از آینه دور خواهد شد که چنین حالتی در بین گزینه‌ها نیست.

۳۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{q}{p} = 2 \Rightarrow q = 2p$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2+1}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{3}{2}f = 1/5f$$

$$q = 2p = 2\times 1/5f = 3f$$

۳۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در حالت اول، جسم در فاصله‌ی $2f$ قرار دارد، پس تصویر حقیقی نیز در فاصله‌ی $2f$ در طرف مقابل قرار دارد $(p_1 = 4m \Rightarrow q_1 = 4m)$.

در حالت دوم، فاصله‌ی جسم به ۳ متر می‌رسد $(p_2 = 3m)$، در نتیجه:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow q_2 = 6m \Rightarrow \Delta q = 6 - 4 = 2m$$

پس در ازای یک متر جابه‌جایی جسم، تصویر ۲ متر جابه‌جا می‌شود. سرعت متوسط جابه‌جایی تصویر ۲ برابر سرعت حرکت جسم است.

۳۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. وقتی تصویر در ۵ سانتی‌متری عدسی چشمی ایجاد می‌شود، بدین معنی است که فاصله‌ی کانونی عدسی چشمی بزرگ‌تر از ۵ سانتی‌متر است، در نتیجه فاصله‌ی کانونی عدسی شیئی بزرگ‌تر از ۰/۵ سانتی‌متر است که در این‌صورت توان آن کوچک‌تر از ۲۰۰ دیوپتر خواهد شد.

۳۴- $$|\vec{B}+\vec{A}| = ۱۰ \Rightarrow |(\alpha\vec{i} - ۲\vec{j}) + (-۲\vec{i} + ۸\vec{j})| = ۱۰ \Rightarrow |(\alpha - ۲)\vec{i} + ۶\vec{j}| = ۱۰ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ۱۰ = \sqrt{(\alpha - ۲)^۲ + ۶^۲} \Rightarrow \alpha - ۲ = \pm ۸ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۱۰ \\ \alpha = -۶ \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۵- جرم دو مایع برابر است لذا می‌توان نوشت:

$$m = m' \Rightarrow \rho v = \rho' v \Rightarrow \rho A h = \rho' A h' \Rightarrow ۱ \times h = ۱۳/۶\, h' \Rightarrow h = ۱۳/۶ h'$$

(h و h' ارتفاعهای دو مایع و A سطح مقطع مخزن است.)

از طرفی داریم $h + h' = ۷۳$ بنابراین نتیجه می‌شود که $h' = ۵cm$ و $h = ۶۸cm$ برای محاسبه فشار حاصل از وزن مایع بر حسب سانتیمتر جیوه کافیست که ارتفاع مقداری از جیوه را پیدا کنیم که فشار حاصل از وزن آن برابر فشارحاصل از وزن این مایع است. پس برای ۶۸ سانتی‌متر آب می‌توان نوشت:

$$p = p' \Rightarrow \rho g h = \rho'' g h'' \Rightarrow ۱ \times ۶۸ = ۱۳/۶ h'' \Rightarrow h'' = ۵\ cm$$

بنابراین فشار حاصل از دو مایع برابر است با: $h' + h'' = ۵ + ۵ = ۱۰\ cm\ Hg$

پس گزینه ۲ جواب صحیح است.

۳۶- در این مسئله طبق منگنه آبی داریم: $\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$

با فرض a به عنوان سطح آزاد مایع و A به عنوان سطح کف ظرف، اگر حالت اولیه را بدین صورت بنویسیم:

$$\frac{f_۱}{a} = \frac{F_۱}{A} \Rightarrow f_۱ = \frac{a}{A} F_۱$$

و در حالت جدید با افزایش نیروی وارد بر مقطع کوچک از $f_۱$ به $f_۲$ ، نیروی وارد بر کف ظرف از $F_۱$ به $F_۲$ تبدیل می‌شود داریم:

$$\frac{f_۲}{a} = \frac{F_۲}{A} \Rightarrow f_۲ = \frac{a}{A} F_۲ \Rightarrow f_۲ - f_۱ = \frac{a}{A}(F_۲ - F_۱) \Rightarrow f_۲ - f_۱ = \frac{۱}{۲۰}(۱۶)\frac{۴}{۵} = ۰/۸N$$

که اختلاف نیرو در مقطع کوچک، همان وزن مایعی است که باید افزوده شود.

راه‌حل دوم: $\Delta F = W \times \frac{A}{a} \Rightarrow ۱۶ = W \times ۲۰ \rightarrow W = ۰/۸\ N$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۷- اگر $P_۰$ فشار هوا بر حسب پاسکال و $P_۱$ فشار ارتفاع ۵m از مایع باشد و $P_۲$ فشار وارد بر کف ظرف داریم:

$$P_۲ = P_۰ + P_۱$$

و فشار بر حسب سانتی‌متر جیوه، ارتفاع از ستون جیوه است بنابراین: $\rho g h_۲ = \rho_۰ g h_۰ + \rho g h_۱$

$$۱۳/۶ \times g \times h_۲ = ۱۳/۶ \times g \times ۷۵ + ۳/۴ \times g \times ۵۰۰ \Rightarrow h_۲ = ۲۰۰\, cmHg$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.

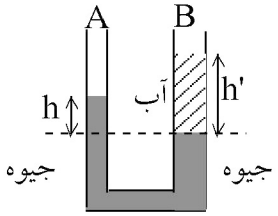
۳۸- مقدار نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود برابر با $F = P.A$ است که در آن A مساحت کف ظرف و P فشار ستون مایع بالای آن است، بنابراین: $F = P.A = \rho g h \times A$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{\cancel{\rho g h} A_A}{\cancel{\rho g h} A_B} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{۸}{۱۲} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{۲}{۳}$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

* باید توجه داشت که علاوه بر مایع، فشار هوا نیز از طریق مایع به کف ظرف منتقل می‌شود.

۳۹- ابتدا ارتفاع آب درون شاخهٔ B را محاسبه می‌نماییم:



$$V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۰/۴}{۱} = ۲۰/۴\,cm^{۳} \Rightarrow h' = \frac{V_{\text{آب}}}{A_B} = \frac{۲۰/۴}{۱/۵} = ۱۳/۶\,cm$$

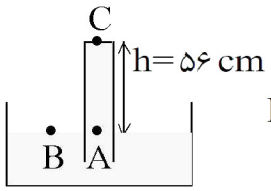
مجموعه درحال تعادل است، پس با توجه به شکل مقابل فشار در امتداد خطچین در دو لولهٔ A و B باید برابر باشد، یعنی:

$$\rho_{\text{جیوه}} \times hg = \rho_{\text{آب}} \times h'g \Rightarrow ۱۳/۶ \times h = ۱ \times ۱۳/۶ \Rightarrow h = ۱\,cm$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.

۴۰- بر کف لوله نیروی وزن آب وارد می‌شود و در تغییر دمای آب (با صرفنظر از تبخیر جزئی آن) چون جرم آب ثابت می‌ماند، وزن آن نیز ثابت می‌ماند. لذا نیروی وارد بر کف ظرف ثابت می‌ماند. بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است.

۴۱- چون دو نقطهٔ A و B هم‌سطح و در یک مایع قرار دارند، لذا فشار آنها با هم برابر است.



از طرف دیگر برای هر یک از نقاط داریم:

$$\left.\begin{array}{r} P_A = \rho gh + P_C \Rightarrow P_A = ۵۶ + P_C \\ P_B = P_۰ \end{array}\right\} \xrightarrow{P_A = P_B} ۵۶ + P_C = ۷۶ \Rightarrow P_C = ۲۰\,cmHg$$

نیروی وارد بر ته لوله عبارتست از: $F = PA \Rightarrow F = (۲۰ \times ۱۳/۶ \times ۱۰) \times ۲ = ۵۴۴۰\,grm/s^{۲} = ۵/۴۴\,kgm/s^{۲}$

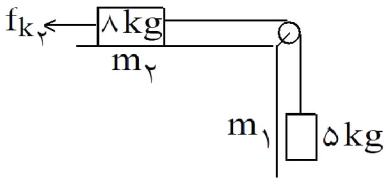
در واقع نیروی محاسبه شده، نیرویی است که از طرف ته لوله بر جیوه وارد می‌شود که طبق قانون سوم نیوتن برابر با نیرویی است که جیوه بر ته لوله وارد می‌کند. پس گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است.

۴۲- اختلاف نیروهای وارد از طرف مایع بر دو قاعده همان نیروی ارشمیدس است لذا داریم:

$$F_A = \rho_{\text{سیال}} \times V_{\text{استوانه}} \times g \Rightarrow ۶۰ = ۱۲۰۰ \times V \times ۱۰$$

$$\Rightarrow V = ۰/۰۰۵\,m^{۳} \Rightarrow V = Ah \Rightarrow h = \frac{۰/۰۰۵}{۰/۰۱} = ۰/۵\,m = ۵۰\,cm$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح سوال است.



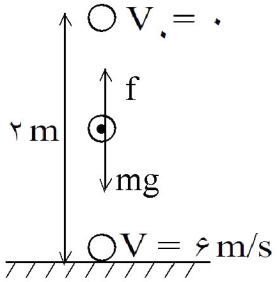
۴۳- راه حل اول: طبق قضیه ی کار و انرژی، کل کار نیروهای خارجی برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است. با توجه به سوال، تغییرات انرژی جنبشی مجموعه برابر با ۸۰ ژول است و در این مدت، نیروی وزن $m_۱$ کار $W_۱$ و نیروی $f_{k۲}$، کار $W_۲$ را انجام داده‌اند (نیروی وزن $m_۲$ و نیروی عمود بر سطح، عمود بر مسیر حرکت هستند).

$$\left.\begin{array}{r} W_۱ = m_۱ g \times h = ۵۰ \times ۲ = ۱۰۰\,J \\ W_۱ + W_۲ = ۸۰\,J \end{array}\right\} \Rightarrow W_۲ = ۸۰ - ۱۰۰ = -۲۰\,J$$

بنابراین کار نیروی اصطکاک برابر با ۲۰- ژول است و گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل دوم: با استفاده از نیروهای وارد بر جسم، می‌توان شتاب حرکت مجموعه را محاسبه نمود و در مدت حرکت داده شده، کار نیروی اصطکاک را بدست آورد.

۴۴- بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. نیروی وزن در جهت حرکت اعمال می‌شود، پس کار آن مثبت و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت است، پس کار آن منفی می‌باشد. طبق قضیه ی کار و انرژی، تغییرات انرژی جنبشی برابر با کل کار نیروهای خارجی است.



نیروی مقاومت هوا : $W_f = f \times L \times \cos ۱۸۰ = -۲f\ J$

کار وزن : $W_g = mgh = ۲۰ \times ۰/۲ = ۴J$

$$\Delta K = W_g + W_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲ - \frac{۱}{۲}mV_0^۲ = W_g + W_f \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۰/۲(۶)^۲ - ۰ = ۴ - ۲f \Rightarrow ۳/۶ = ۴ - ۲f \Rightarrow ۲f = ۰/۴ \Rightarrow f = ۰/۲N$$

بنابراین گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۴۵- طبق قضیه ی کار و انرژی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی است. بر جسم سه نیروی عمود بر سطح، وزن و نیروی اصطکاک اثر می‌کند. پس:

$$\sum W = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{اصطکاک}} + W_N = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + \frac{۱}{۲}mV_A^۲$$

چون همواره نیروی عمود بر سطح بر مسیر حرکت عمود است، کاری روی جسم انجام نمی‌دهد. پس:

$$mgh + W_f + ۰ = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + ۰ \Rightarrow ۱ \times ۱۰ \times ۰/۴ + W_f = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲^۲ \Rightarrow ۴ + W_f = ۲ \Rightarrow W_f = -۲J$$

بنابراین گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۴۶- طبق قانون عمومی گازها داریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۱ \times V_۱}{۱۰ + ۲۷۳} = \frac{۲V_۲}{۲۰ + ۲۷۳} \Rightarrow \frac{V_۱}{۲۸۳} = \frac{۲V_۲}{۲۹۳} \Rightarrow V_۲ = \frac{۲۹۳}{۲ \times ۲۸۳}V_۱$$

با توجه به رابطه فوق می‌توان گفت که:

$$\frac{V_۱}{۲} < V_۲ < V_۱ \Rightarrow \frac{۲}{V_۱} > \frac{۱}{V_۲} > \frac{۱}{V_۱}$$

با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ و ثابت ماندن جرم گاز:

$$\frac{۲m}{V_۱} > \frac{m}{V_۲} > \frac{m}{V_۱} \Rightarrow ۲\rho_۱ > \rho_۲ > \rho_۱$$

بنابراین چگالی گاز زیاد شده است ولی دو برابر نشده است. پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۴۷- اگر عمل تراکم سریع رخ نمی‌داد و سیستم توانایی مبادلهٔ حرارتی با محیط را داشت، در طی تراکم دما ثابت می‌ماند، درنتیجه:

$$P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \Rightarrow P_۱V_۱ = \frac{V_۱}{۳} \times P_۱ \Rightarrow P_۲ = ۳P_۱$$

اما در حالتی که عمل تراکم سریع انجام می‌گیرد، مهلتی برای تبادل گرمایی سیستم و محیط وجود نخواهد داشت. لذا تغییر فشار در این حالت نسبت به حالت قبل بیشتر خواهد بود، یعنی: $P_۲ > ۳P_۱$

بیان دوم: چون در فرآیند هم‌دما، دستگاه در حین تراکم گرما از دست می‌دهد، لذا افزایش فشار آن کمتر است یعنی افزایش فشار در فرآیند بی‌دررو بیشتر از فرآیند هم‌دما است.

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ درست است.

۴۸- مقدار گرمایی که یخ می‌گیرد تا ذوب شود برابر گرمایی است که فلز از دست می‌دهد. فلز بقدری گرما از دست میدهد که با یخ به تعادل گرمایی برسد. چون مقدار یخ بسیار زیاد است لذا تمام یخ ذوب نمی‌شود و فلز تا دمای صفر درجه کاهش دما خواهد داشت پس:

آب صفر درجه $\xrightarrow{Q_۲}$ یخ صفر درجه و فلز صفر درجه $\xrightarrow{Q_۱}$ فلز ۸۶ درجه

$$Q_۱ = Q_۲ \Rightarrow m_۱ c_۱ \Delta\theta = m_۲ L_f \Rightarrow ۲/۵ \times ۶۸ \times c_۱ = ۱۹۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۳/۴ \times ۱۰^{۵} \Rightarrow c_۱ = ۳۸۰\ J/kg.k$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۴۹- دمای تعادل مخلوط آب و یخ برابر با صفر درجه سانتی‌گراد است و گرمایی که یخ $-۱۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ صفر درجه سانتی‌گراد تبدیل شود، برابر با گرمایی است که آب صفر درجه سانتی‌گراد می‌گیرد تا به یخ صفر درجه سانتی‌گراد تبدیل شود. پس:

$$m_۱ c_۱ \Delta\theta = m_۲ L_f \Rightarrow ۴۰۰ \times \frac{۱}{۲} \times ۱۰ = m_۲ \times ۸۰ \Rightarrow m_۲ = ۲۵gr$$

بنابراین گزینه ۳ جواب صحیح است.

۵۰- گرمایی که آب ۵ درجه سانتی‌گراد می‌گیرد تا به آب $۲۰^\circ c$ تبدیل شود برابر گرمایی است که آب $۹۵^\circ c$ از دست می‌دهد تا به آب $۲۰^\circ c$ تبدیل شود پس داریم:

$$m_۱ c_۱ \Delta\theta_۱ = m_۲ c_۲ \Delta\theta_۲ \Rightarrow m_۱ \times ۱ \times (۲۰ - ۵) = m_۲ \times ۱ \times (۹۵ - ۲۰) \Rightarrow m_۱ = ۵m_۲$$

از طرفی داریم $m_۱ + m_۲ = ۱۵۰$ لذا داریم:

$$\begin{cases} m_۱ + m_۲ = ۱۵۰ \\ m_۱ = ۵m_۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_۱ = ۱۲۵\ gr \\ m_۲ = ۲۵\ gr \end{cases}$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۵۱- مقدار گرمایی که فلز ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد از دست می‌دهد تا دمای آن به ۲۰ درجه سانتی‌گراد برسد، صرف بالابردن دمای آب ۵ درجه سانتی‌گراد تا دمای $۲۰^\circ C$ می‌شود. (تبادل گرما با محیط، ناچیز فرض می‌شود) پس:

$$\left.\begin{array}{l} ۱۰۰^\circ C\ \text{فلز} \xrightarrow{Q_۱} ۲۰^\circ C\ \text{فلز} \\ ۵^\circ C\ \text{آب} \xrightarrow{Q_۲} ۲۰^\circ C\ \text{آب} \end{array}\right\} \Rightarrow Q_۱ = Q_۲ \Rightarrow m_۱ c_۱ \Delta\theta_۱ = m_۲ c_۲ \Delta\theta_۲$$

$$\left.\begin{array}{l} m_۱ = m\ ,\ \Delta\theta_۱ = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰^\circ C \\ m_۲ = ۲m\ ,\ \Delta\theta_۲ = ۲۰ - ۵ = ۱۵^\circ C \end{array}\right\} \Rightarrow ۸۰ m c_۱ = ۳۰ m c_۲ \Rightarrow c_۱ = \frac{۳}{۸} c_۲ \Rightarrow c_۱ = ۰/۳۷۵ c_۲$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۵۲- می‌دانیم، طبق قانون گازهای کامل:

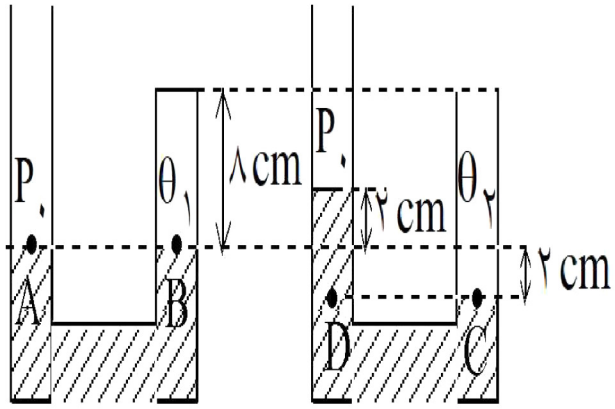
$$\frac{PV}{T} = nR \Rightarrow n = \frac{PV}{TR}$$

بنابراین اگر در دمای ثابت، گازی به تعداد مولهای n به دو گاز با $n_۱$ و $n_۲$ مول تقسیم شود:

$$n = n_۱ + n_۲ \Rightarrow \frac{PV}{TR} = \frac{P_۱ V_۱}{TR} + \frac{P_۲ V_۲}{TR} \Rightarrow PV = P_۱ V_۱ + P_۲ V_۲ \Rightarrow$$

$$۱۰/۶ \times ۵ = ۱۰ \times ۵ + ۱ \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۰/۶ \times ۵}{۱} = ۳lit$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.



۵۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل، با افزایش دمای هوای محبوس، حجم آن افزایش می‌یابد. اگر در اثر این افزایش حجم، در لولهٔ سمت راست سطح جیوه ۲cm پایین بیاید، سطح جیوه در لولهٔ سمت چپ ۲cm بالا خواهد رفت و اختلاف ارتفاع دو سطح جیوه ۴cm واهد شد.

(توجه کنید که حجم جیوهٔ درون لوله‌ها ثابت است.)

فشار گاز محبوس در دمای $\theta_1 = 31^\circ C$: $P_B = P_A = P_0 = 76\,cmHg$

فشار گاز محبوس در دمای θ_2: $P_C = P_D = P_0 + \rho gh = 76 + 4 = 80\,cmHg$

توجه کنید که فشار گاز محبوس در تمام نقاط آن یکسان است.

اگر قانون عمومی گازها را برای گاز محبوس در دو حالت بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{76 \times 8S}{273 + 31} = \frac{80 \times (8+2)S}{273 + \theta_2}$$ (S: سطح مقطع لوله است.)

$$\Rightarrow \frac{76 \times 8}{273 + 31} = \frac{80 \times 10}{273 + \theta_2} \Rightarrow 273 + \theta_2 = 400 \Rightarrow \theta_2 = 127^\circ C$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 127 - 31 = 96^\circ C$$