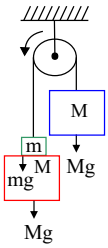
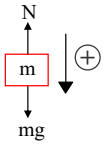
۲۱. گزینه ۳





$$\sum F = \sum ma$$
$$\cancel{Mg} - mg - \cancel{Mg} = (۲M + m)a \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$
معادله جزئی m : $mg - N = ma \Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰ - N = ۰/۲ \times ۲ \Rightarrow N = ۱/۶N$
نیروی بین (m, M') : N

۲۲. گزینه ۱

$$\frac{FA}{FB} = (\frac{gA}{gB}) = (\frac{rB}{rA})^۲ \Rightarrow ۱۶ = (\frac{rB}{rA}) = ۴$$

در مورد سرعت حرکت ماهواره ها داریم:

$$V \propto \frac{۱}{\sqrt{r}} \Rightarrow \frac{VA}{VB} = \sqrt{\frac{rB}{rA}} \Rightarrow \frac{VA}{VB} = \sqrt{۴} \Rightarrow \frac{VA}{VB} = ۲$$

۲۳. گزینه ۲

ابتدا قانون دوم را برای m می نویسیم: $mg - F_e = ma \Rightarrow ۱۰ - ۸ = ۱a \Rightarrow a = ۲$

حال قانون دوم نیوتن را برای جرم m' می نویسیم: $F_e + m'g - T = m'a \Rightarrow ۸ + ۱۵ - T = ۱/۵ \times ۲ \Rightarrow T = ۲۰N$

۲۴. گزینه ۱

طبق رابطه $V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ داریم:

$$r_A = ۳R_e \quad r_B = ۴r_A \quad \frac{VA}{VB} = \sqrt{\frac{rB}{rA}} = \sqrt{\frac{۱۲R_e}{۳R_e}} = ۲$$

۲۵. گزینه ۱

چون مجموعه با سرعت ثابت حرکت می‌کند $(a = ۰)$ داریم:

$$m_۲ g \sin ۳۷ - f_k - m_۱ g = ۰ \Rightarrow m_۲ g \sin \alpha = f_k + m_۱ g$$
$$۲ \times ۱۰ \times ۰/۶ = f_k + ۱۰ \Rightarrow f_k = ۲$$
$$m_۲ g \sin \alpha - f_k = m_۱ a \Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۰/۶ - ۲ = ۲a \Rightarrow a = ۵$$

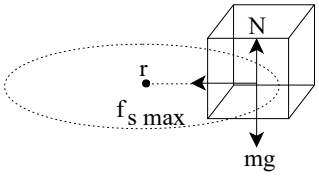
۲۶. گزینه ۱

$$F - f_k - mg = (m + M)a \overset{a=۰}{\Rightarrow} F = mg + f_k \Rightarrow ۱۴ = ۱۰ + f_k \Rightarrow f_k = ۴$$
$$mg - f_k = ma \Rightarrow ۱۰ - ۴ = (۱ + ۲)a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

پس از قطع شدن نیروی F شتاب دستگاه در جهت عکس سرعت می باشد, بنابراین این شتاب $a = ۲m/s^۲$ شتاب کند شونده است و داریم:

$$x = \left|\frac{V_۰^۲}{۲a}\right| = \frac{۲^۲}{۲ \times ۲} = ۱m$$

۲۷. گزینه ۲ مطابق شکل زیر، بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکز گرای لازم برای حرکت دایره‌ای جسم را تأمین می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:

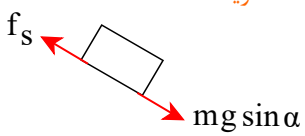


$$f_{s\,max} = m\omega^۲ r \Rightarrow \mu_s N = m\omega^۲ r$$

و چون برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم برابر صفر است، $N = mg$ بوده و می‌توان نوشت:

$$\mu_s mg = m\omega^2 r \Rightarrow \omega^2 = \frac{\mu_s g}{r} \Rightarrow \omega^2 = \frac{۰/۳ \times ۱۰}{۰/۰۳} \Rightarrow \omega = ۱۰ \frac{rad}{s}$$

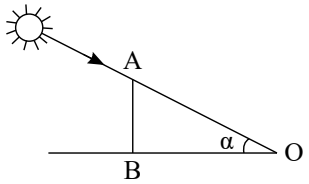
۲۸. گزینه ۲



$$f_s - mg\sin\alpha = ۰$$

$$f_s = mg\sin\alpha = ۱ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵$$

۲۹. گزینه ۳



$$\tan\alpha_۱ = \frac{AB}{OB_۱} \qquad \tan\alpha_۲ = \frac{AB}{OB_۲}$$

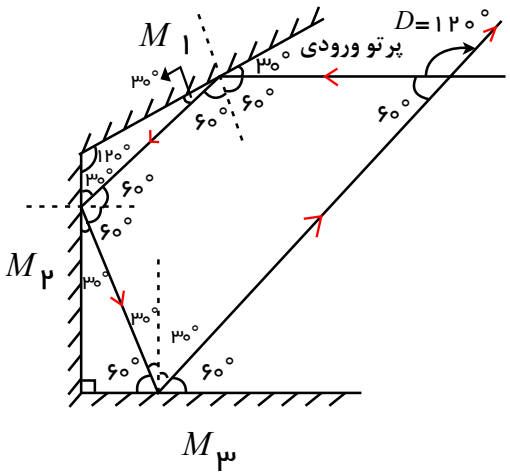
مسئله نسبت طول سایه در حالت دوم به طول سایه در حالت اول را می‌خواهد. بنابراین:

مطلوب مسئله: $\frac{OB_۲}{OB_۱}$

از طرفی: $\frac{OB_۲}{OB_۱} = \frac{\tan\alpha_۱}{\tan\alpha_۲} \Rightarrow \frac{OB_۲}{OB_۱} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{۱} \Rightarrow \frac{OB_۲}{OB_۱} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳۰. گزینه ۲

باتوجه به این‌که پرتوی SI موازی با سطح آینه‌ی تخت $M_۳$ می‌باشد، زاویه‌ی آن **پرتو خروجی** با سطح آینه $M_۱$ برابر با ۳۰° می‌باشد. باتوجه به قوانین بازتاب نور و ردیابی پرتو در اثر برخورد به سطح آینه‌ها به‌صورت زیر، به تعیین زاویه‌ی انحراف می‌پردازیم:



۳۱. گزینه ۲ در آینه‌های محدب، همواره تصویری مجازی و کوچک‌تر از جسم تشکیل می‌شود، داریم:

$$m = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{q}{p} \Rightarrow q = \frac{۳}{۴}p$$

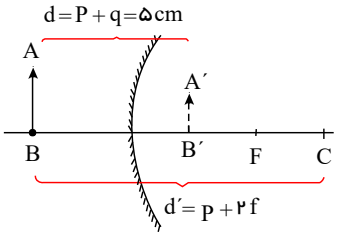
$$q + p = ۵ \Rightarrow \frac{۳}{۴}p + p = ۵ \Rightarrow p = \frac{۲۰}{۷}cm \ , \ q = \frac{۱۵}{۷}cm$$

$$\frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} = -\frac{۲}{R} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۲۰}{۷}} - \frac{۱}{\frac{۱۵}{۷}} = -\frac{۲}{r} \Rightarrow r = \frac{۱۲۰}{۷}cm$$

بنابراین فاصلهٔ جسم تا مرکز آینه برابر است با:

$$d' = p + r = \frac{۲۰}{۷} + \frac{۱۲۰}{۷} = ۲۰cm$$

روش دوم:



$$d=p+q\rightarrow d=(\frac{۱-m}{m})f+(۱-m)f\xrightarrow[m=\frac{۳}{۴}]{d=۵cm}۵=(\frac{۱-\frac{۳}{۴}}{\frac{۳}{۴}})f+(۱-\frac{۳}{۴})f$$

$$\Rightarrow ۵=\frac{۱}{۳}f+\frac{۱}{۴}f\Rightarrow ۵=(\frac{۷}{۱۲})f\Rightarrow f=\frac{۶۰}{۷}$$

فاصلهٔ جسم از مرکز آینه محدب برابر $d'=p+۲f$ در نتیجه داریم:

فاصلهٔ جسم از مرکز آینه $d'=p+۲f=(\frac{۱-m}{m})f+۲f\xrightarrow[m=\frac{۳}{۴}]{f=\frac{۶۰}{۷}}d'=\frac{۱}{۳}\times\frac{۶۰}{۷}+۲\times\frac{۶۰}{۷}=۲۰cm$

۳۲. گزینه ۳ در آینه‌های مقعر، داریم:

$$m=\frac{f}{|p-f|}$$

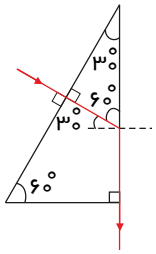
زمانی‌که جسم در فاصله‌ی کانونی قرار دارد، $f>p$ و تصویر مجازی می‌باشد و زمانی‌که جسم بین مرکز و کانون قرار دارد $p>f$ و تصویر حقیقی می‌باشد.

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow m_۱=m_۲\Rightarrow\frac{f}{f-۱۵}=\frac{f}{۲۵-f}$$

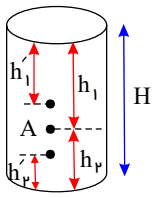
$$\Rightarrow ۲۵-f=f-۱۵\Rightarrow ۲f=۴۰\Rightarrow r=۴۰cm$$

۳۳. گزینه ۱



$$i_C=۳۰\Rightarrow\sin i_C=\frac{۱}{n}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{n}\Rightarrow n=۲$$

۳۴. گزینه ۲ چون ناظر از محیط رقیق و تقریباً در راستای قائم به نقطه‌ی A که در محیط غلیظ قرار دارد، نگاه می‌کند، ناظر نقطه‌ی A را به اندازه‌ی Δh نزدیک‌تر از مکان واقعی خود احساس می‌کند. لذا باتوجه به رابطه‌ی عمق ظاهری داریم:



حالت اول : $\Delta h=h_۱-h'_۱\xrightarrow{h'_۱=\frac{h_۱}{n}}\Delta h=h_۱(۱-\frac{۱}{n})$

$$\Rightarrow ۲۰=h_۱(۱-\frac{۱}{\frac{۳}{۲}})\Rightarrow h_۱=۶۰cm$$

حالت دوم : $\Delta h=h_۲-h'_۲\xrightarrow{h'=\frac{h}{n}}\Delta h=h_۲(۱-\frac{۱}{n})$

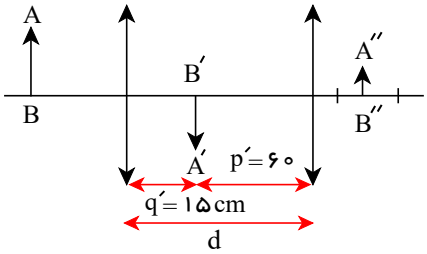
$$\Rightarrow ۲۴=h_۲(۱-\frac{۱}{\frac{۳}{۲}})\Rightarrow h_۲=۷۲cm$$

ارتفاع استوانه : $H=h_۱+h_۲=۶۰+۷۲=۱۳۲cm$

۳۵. گزینه ۴ عدسی (۱) تصویری حقیقی در فاصله‌ی $۱۵cm$ خود تشکیل می‌دهد و بزرگ‌نمایی نیز $\frac{۱}{۲}$ می‌شود.

$$\frac{۱}{q}+\frac{۱}{p}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{q}+\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow q=۱۵cm\Rightarrow m=\frac{q}{p}=\frac{۱۵}{۳۰}=\frac{۱}{۲}$$

تصویر $A'B'$ یک شیء برای عدسی (۲) خواهد شد. اگر بخواهیم بزرگ‌نمایی نهایی $\frac{۱}{۴}$ شود پس عدسی (۲) نیز باید تصویری برابر نصف طول $A'B'$ بدهد.



$$m'=\frac{A'B'}{A''B''}=\frac{۱}{۲}=\frac{q'}{p'}\quad\Rightarrow\quad q'=\frac{p'}{۲}$$

$$\frac{۱}{p'}+\frac{۱}{q'}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p'}+\frac{۱}{\frac{p'}{۲}}=\frac{۱}{f'}\Rightarrow\frac{۱}{p'}+\frac{۲}{p'}=\frac{۱}{۲۰}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{p'}=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow p'=۶۰\ d=q'+p'=۱۵+۶۰=۷۵cm$$

۳۶. گزینه ۳ با استفاده از رابطه‌ی عدسی‌های همگرا، داریم:

$$\left.\begin{aligned}\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\\ \frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{f}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{p_۲}=\frac{۱}{q_۲}-\frac{۱}{q_۱}$$

$$\frac{p_۲-p_۱}{p_۱p_۲}=\frac{q_۱-q_۲}{q_۲q_۱}\Rightarrow\frac{\Delta p}{p_۱p_۲}=\frac{-\Delta q}{q_۱q_۲}\Rightarrow\left|\frac{\Delta q}{\Delta p}\right|=\frac{q_۱q_۲}{p_۱p_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta q}{\Delta p}=m_۱\cdot m_۲\Rightarrow\frac{\Delta q}{۱۰}=۲\times\frac{۱}{۵}\Rightarrow\Delta q=۴cm$$

تذکر: برای حل این تیپ سوالات (درعدسی‌ها و آینه‌های کروی) فقط کافی است رابطه‌ی $\frac{\Delta q}{\Delta p}=m_۱\cdot m_۲$ را به خاطر داشته باشید و اثبات آن به هیچ عنوان لازم نیست.

۳۷. گزینه ۱ روی جسم‌ها نیروی وزن وزنه‌ی ۶ کیلوگرمی و نیروی اصطکاک وزنه‌ی ۹ کیلوگرمی کار انجام می‌دهند. با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$\Delta K=W_T\Rightarrow K_{۲\,\text{کل}}-K_{۱\,\text{کل}}=W_f+W_W\Rightarrow\frac{۱}{۲}(m_۱+m_۲)V^۲-۰=W_f+W_w$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۶+۹)\times۲^۲-۰=W_f+۶\times۱۰\times۱\Rightarrow W_f=-۳۰J$$

بنابراین گرمای ایجاد شده بر اثر اصطکاک تا لحظه‌ی مورد نظر برابر با ۳۰ ژول می‌باشد.

۳۸. گزینه ۴

ابتدا انرژی جنبشی اولیه‌ی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$K_۱=\frac{۱}{۲}mV_۱^۲\xrightarrow[m=۲kg]{V_۱=۱۰\frac{m}{s}}K_۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰۰=۱۰۰J$$

هنگام برخورد ۴۶ درصد از این انرژی تلف و به گرما تبدیل شده است. مابقی این انرژی یعنی $(۱۰۰-۴۶=۵۴\%)$ درصد آن به شکل انرژی پتانسیل کشسانی در مجموعه‌ی جسم و فنر ذخیره می‌شود، بنابراین داریم:

$$U_{\text{فنر}}=\frac{۵۴}{۱۰۰}K_۱=\frac{۵۴}{۱۰۰}\times۱۰۰=۵۴J$$

۳۹. گزینه ۱

$$m_۲ = m_۱ - \frac{۲۰}{۱۰۰}m_۱ = \frac{۴}{۵}m_۱ \ , \ V_۲ = V_۱ + \frac{۲۵}{۱۰۰}V_۱ = \frac{۵}{۴}V_۱$$

$$K = \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ = \frac{۴}{۵} \times (\frac{۵}{۴})^۲ = \frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta K}{K_۱} \times ۱۰۰ = (\frac{K_۲}{K_۱} - ۱) \times ۱۰۰ = ۲۵\%$$

۴۰. گزینه ۴ بنابه قضیه‌ی کار و انرژی، کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم می‌باشد. بنابراین کار برایند نیروها دربازه‌ی زمانی بیش‌تر است که تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن بازه بیش‌تر از بقیه‌ی بازه‌های زمانی دیگر باشد.

$$W_T = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$

اکنون با به دست آوردن سرعت در لحظه‌های داده شده به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$x = ۲t^۲ - ۴t + ۸ \Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = ۴t - ۴ \Rightarrow \begin{vmatrix} t = ۰ \rightarrow V_۰ = -۴\frac{m}{s} \\ t = ۱s \rightarrow V_۱ = ۰ \\ t = ۲s \rightarrow V_۲ = ۴\frac{m}{s} \\ t = ۳s \rightarrow V_۳ = ۸\frac{m}{s} \\ t = ۴s \rightarrow V_۴ = ۱۲\frac{m}{s} \end{vmatrix}$$

$$(۱) \text{ گزینه‌ی } : V_۱^۲ - V_۰^۲ = ۰ - (-۴)^۲ = -۱۶(\frac{m}{s})^۲$$

$$(۲) \text{ گزینه‌ی } : V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۴^۲ - ۰ = ۱۶(\frac{m}{s})^۲$$

$$(۳) \text{ گزینه‌ی } : V_۳^۲ - V_۲^۲ = ۸^۲ - ۴^۲ = ۴۸(\frac{m}{s})^۲$$

$$(۴) \text{ گزینه‌ی } : V_۴^۲ - V_۳^۲ = ۱۲^۲ - ۸^۲ = ۸۰(\frac{m}{s})^۲$$