دبیرستان علامه حلی تهران

۱.گزینه ۱

تذکر: قضیه تقسیم:
$$\begin{cases} a=bq+r \\ ۰\leq r\leq b-۱ \end{cases}$$
a: مقسوم ، b: مقسوم علیه، q: خارج قسمت، r: باقی مانده

$$\begin{cases} a=bq+r \\ a+k=b(q+۷)+r \end{cases} \Longrightarrow \quad bq+r+k=bq+۷b+r \Rightarrow \quad k=۷\,b$$

k باید مضرب ۷ باشد که در بین گزینه‌ها فقط گزینه ۱ این ویژگی را دارد.

۲.گزینه ۳

$$\left.\begin{cases} a=(a-b)q+r \\ b=(a-b)q'+r' \end{cases}\right\}:$$ دو رابطه را از هم کم می کنیم $\Rightarrow a-b=(a-b)(q-q')+r-r'$

چون $a-b$ بر $a-b$ بخش پذیر است پس $r-r'$ باید صفر باشد.

$$\begin{cases} q-q'=۱ \\ r-r'=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q-q'=۱ \\ r=r' \end{cases}$$

۳.گزینه ۴

$$a=-۹۳ \quad b=۱۱ \Rightarrow x=\left[\frac{a}{b}\right]=\left[-\frac{۹۳}{۱۱}\right]=-۹$$
$$Amin=-۹۳-۱۱\times(-۹)=۶$$

۴.گزینه ۴

می دانیم در قضیه تقسیم $a=bq+r$ باید $۰\leq r\leq b$ باشد. بنابراین:

$$r=q^{۲}-۲$$
$$a=۳۷q+q^{۲}-۲$$
$$۰\leq r\leq b\Rightarrow q^{۲}-۲<۳۷\Rightarrow q^{۲}<۳۹$$
$$\xrightarrow{q\in Z}\max(q)=۶\Rightarrow\max(a)=۳۷\times۶+۶^{۲}-۲=۲۲۲+۳۴=۲۵۶=۱۶^{۲}$$

۵.گزینه ۳

$$r=q^{۲}$$
$$a=۴۷q+q^{۲} \quad , \quad ۰\leq r<b$$
$$r<b\Rightarrow q^{۲}<۴۷\Rightarrow Max(q)=۶$$
$$\Rightarrow Max(a)=۴۷\times۶+۳۶\Rightarrow Max(a)=۳۱۸\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=۳+۱+۸=۱۲$$

۶.گزینه ۱ شرط گفته شده در سؤال را بر تقسیم دلخواهی اعمال می‌کنیم و شرط باقی‌مانده را هم لحاظ می‌کنیم:

$$\begin{cases} a=۱۲q+(\frac{۳}{۵}q+۲) \\ ۰\leq\frac{۳}{۵}q+۲<۱۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۱۲q+(\frac{۳}{۵}q+۲) \\ \frac{۳}{۵}q<۱۰\Rightarrow q\leq۱۶ \end{cases}$$

چون q عدد صحیح است و $\frac{۳}{۵}q+۲$ باید عدد صحیح غیرمنفی باشد پس باید q مضرب ۵ باشد پس ۱۵ یا ۱۰ یا ۵ یا $q=۰$ می‌تواند باشد،

لذا حداقل و حداکثر a را بر اساس q به دست می‌اوریم:

$$\left.\begin{array}{l} q=۱۵\Rightarrow a\text{max}=۱۲\times۱۵+(\frac{۳}{۵}\times۱۵+۲)=۱۹۱ \\ q=۰\Rightarrow a\text{min}=۱۲\times۰+(\frac{۳}{۵}\times۰+۲)=۲ \end{array}\right\}\Rightarrow|a\text{max}-a\text{min}|=۱۸۹$$

۷.گزینه ۳

$a=bq+r$

می دانیم : $r<b \xrightarrow{q>۰} r<bq \xrightarrow{+r} ۲r<\underbrace{bq+r}_{a} \Rightarrow ۲r<a$

۸.گزینه ۳

$r=۳q^{۲}+۲$

$a=۷۹q+۳q^{۲}+۲ \quad , \quad ۰\le r<b$

$۰\le r<b \Rightarrow ۰\le ۳q^{۲}+۲<۷۹ \quad \Rightarrow -۲\le ۳q^{۲}<۷۷ \Rightarrow \frac{-۲}{۳}\le q^{۲}<\frac{۷۷}{۳}\Rightarrow ۰\le |q|\le ۵$

$q_{max}=۵ \quad \Rightarrow \quad a_{max}=۷۹\times ۵+۷۵+۲=۴۷۲$

۹.گزینه ۱

$a=۲۳q+\frac{۱}{۳}q$

$a=۲۳\times ۳k+k$

با توجه به آنکه $r=\frac{۱}{۳}q$, r عدد حسابی است پس q باید مضرب ۳ باشد، پس $q=۳k$:

ویژگی باقیمانده را در نظر می‌گیریم:

$۰\le \frac{۱}{۳}q<۲۳\Rightarrow ۰\le \frac{۱}{۳}\times ۳k<۲۳\Rightarrow ۰\le k<۲۳\Rightarrow k_{max}=۲۲$

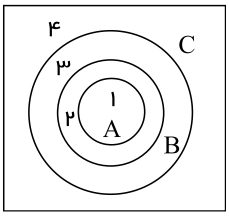
$a_{max}=۲۳\times ۳\times ۲۲+۲۲=۱۵۴۰$

۱۰.گزینه ۴ رقم یکان هیچ مربع کاملی ۲ یا ۳ یا ۷ یا ۸ نیست گزینه (۳) رد می شود. اگر یک عدد مربع کامل بر ۳ بخش پذیر باشد بر ۹ نیز باید بخش پذیر است، در غیر اینصورت باقیمانده اش بر ۳ برابر ۱ می شود.

در گزینه های (۱)و(۲) اعداد داده شده بر ۳ بخش پذیر است ولی بر ۹ بخش پذیر نیست پس گزینه ی ۴ صحیح است.

تذکر: برای تعیین باقیمانده عددی بر ۳ یا ۹ مجموع ارقام آن عدد را بر ۳ یا ۹ تقسیم می کنیم.

۱۱.گزینه ۳



نکته: اگر $a=bq+r$ باشد $a^{n}=bq'+r^{n}$ می‌شود.

چون a مضرب ۵ نیست پس:

$a=۵k\pm ۲\Rightarrow a^{۲}=۵q+۴ \quad$ یا $\quad a=۵k\pm ۱\Rightarrow a^{۲}=۵q+۱$

گزینه‌ی (۲) به صورت $۵k-۱$ نوشته شده که همان $۵k+۴$ است. پس جواب گزینه ي (۳) است.

۱۲.گزینه ۲ اگر عدد فردی بخواهد مربع کامل باشد، باید مربع یک عدد فرد باشد. ضمناً می‌دانیم که مربع هر عدد فرد به صورت $۸k+۱$ نوشته می‌شود و نمی‌تواند باقیمانده‌اش بر ۸ مساوی ۳ شود.به عبارت دیگر باقی مانده مربع تمام اعداد صحیح فرد بر ۸ برابر ۱ می باشد.

$(a=۲q+۱\Rightarrow a^{۲}=۸k+۱)$

۱۳.گزینه ۳

فرض می کنیم x واحد می توان به مقسوم اضافه کرد:

$a=۱۷q+۶$

$a+x=۱۷q+\overbrace{\boxed{۶+x}}^{r}$

$۰\le r<b\Rightarrow ۰\le ۶+x<۱۷\Rightarrow x<۱۱\Rightarrow x_{max}=۱۰$

۱۴.گزینه ۳

$a=bq+r \quad , \quad ۰\le r<b$

$b+۱۰۰۰=bq+۹۵ \qquad , \qquad ۰\le ۹۵<b$

$b(q-۱)=۹۰۵=۱\times ۹۰۵=۵\times ۱۸۱$

با توجه به اینکه $b>۹۵$ است، عدد b فقط می‌تواند ۹۰۵ یا ۱۸۱ باشد.

$\begin{cases} b=۱۸۱ \\ q-۱=۵\Rightarrow q=۶ \end{cases}$ یا $\begin{cases} b=۹۰۵ \\ q-۱=۱\Rightarrow q=۲ \end{cases}$

۱۵.گزینه ۳

$$a=bq+r \quad , \quad 0\le r<b$$
$$\begin{cases} a=bq+19 \\ a=b+125 \end{cases} \Rightarrow b+125=bq+19 \quad , \quad 0\le 19<b$$
$$b(q-1)=106=1\times 106=2\times 53$$

چون $b>19$ است پس:

$$\begin{cases} b=53 \\ q-1=2\Rightarrow q=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=106 \\ q-1=1\Rightarrow q=2 \end{cases}$$

۱۶.گزینه ۳   رقم یکان هیچ مربع کاملی ارقام ۲و ۳و ۷و ۸ نمی‌باشد پس گزینه‌های (۱) و (۴) غلط هستند.
اگر رقم یکان مربع کاملی صفر باشد باید تعداد ارقام صفر سمت راست آن تعدادی زوج باشد پس گزینه‌ی (۲) غلط است. گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۷.گزینه ۱

$$r=q^3$$
$$a=100q+q^3$$
$$0\le r<b\Rightarrow 0\le q^3<100\Rightarrow 0\le q\le 4\Rightarrow q=0,1,2,3,4$$

اگر $q=0$ باشد $a=0$ است و طبیعی نیست پس $q=1,2,3,4$ قابل قبول است. پس چهار مقدار طبیعی برای a بدست می آید.

۱۸.گزینه ۲

$$r=3q^2$$
$$a=70q+3q^2 \qquad , \qquad 0\le r<70$$
$$0\le 3q^2<70\Rightarrow 0\le q^2<\frac{70}{3}\Rightarrow 0\le |q|<\sqrt{\frac{70}{3}}\Rightarrow |q|=0,1,2,3,4\Rightarrow q_{max}=4$$
$$\Rightarrow a_{max}=70\times 4+3\times 16=328$$

۱۹.گزینه ۳

$$a=bq+r \quad , \quad 0\le r<b$$
$$a=47q+q^3 \quad , \quad 0\le q^3<47$$
$$0\le q^3<47\Rightarrow 0\le q<3/\cdots\Rightarrow q=0,1,2,3$$
$$q_{max}=3\Rightarrow a_{max}=47\times 3+3^3=141+27=168$$

۲۰.گزینه ۱   روش اول: عددگذاری

کافی است به جای a عددی بگذاریم که باقی مانده آن بر ۲۳ برابر ۱۳ باشد:

$$a=23k+13$$
$$k=1\Rightarrow a=36\Rightarrow \frac{a}{2}=18$$

اگر ۱۸ را بر ۲۳ تقسیم کنیم باقیمانده ۱۸ می‌شود. گزینه (۱)

روش دوم:

$$a=23k+13$$

اگر k را بر ۲ تقسیم کنیم دو حالت ممکن است رخ دهد.

۱) $k=2q\Rightarrow a=23\times 2q+13=$ فرد $\Rightarrow$ غ ق ق چون a باید زوج باشد.

۲) $k=2q+1\Rightarrow a=23\times(2q+1)+13\Rightarrow a=23\times 2q+36\Rightarrow \frac{a}{2}=23q+18$

یعنی باقیمانده تقسیم $\frac{a}{2}$ بر ۲۳ مساوی است ۱۸ است. گزینه (۱)

۲۱.گزینه ۲   همواره خارج قسمت تقسیم a بر b، برابر است با $[\frac{a}{b}]$ ، در نتیجه داریم:

$$q=[\frac{13!-1}{13}]=[\frac{13!}{13}-\frac{1}{13}]=[12!-\frac{1}{13}]=12!-1$$

۲۲.گزینه ۲

$$\begin{cases} ۱۰۷ = bq+۳ \to b>۳ \\ ۸۳ = bq'+۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۲۴ = b(q-q')-۲ \quad , \quad b>۵ \Rightarrow ۲۶ = b(q-q')$$

$\Rightarrow ۲۶ = bq'' \Rightarrow$ مقسوم علیه طبیعی بزرگ تر از پنج است

$\Rightarrow b = ۱$ یا ۲ یا ۱۳ یا ۲۶

اما باتوجه به الگوریتم تقسیم، باید $b>۵$ باشد، پس b برابر ۱۳ یا ۲۶ است.

۲۳.گزینه ۳

اگر $n=۲q+۱$ آنگاه:

$$n^۲ = ۴q^۲+۴q+۱ = \underbrace{۴q(q+۱)}_{\text{دو عدد متوالی}=۲۵} +۱ = ۸k+۱ \quad (k,q\in Z)$$

اگر $n=۲q$ آنگاه:

$$\begin{cases} q=۲q' \Rightarrow n=۴q' \Rightarrow n^۲ = ۱۶{q'}^۲ = ۸k' \\ q=۲q'+۱ \Rightarrow n=۴q'+۲ \Rightarrow n^۲ = ۱۶{q'}^۲+۱۶q'+۴ = ۸(۲{q'}^۳+۲q')+۴ = ۸k'+۴ \qquad (k',q'\in Z) \end{cases}$$

۲۴.گزینه ۳ روش اول: طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} ۷۸۷ = a\times ۱۰ + r \\ a\in N ۰\le r<a \end{cases} \xrightarrow{\div a} \frac{۷۸۷}{a} = ۱۰ + \frac{r}{a} \xrightarrow{۰\le \frac{r}{a} <۱} ۱۰ \le \frac{۷۸۷}{a} < ۱۱ \Rightarrow \begin{cases} ۱۰a \le ۷۸۷ \Rightarrow a\le ۷۸/۷ \\ \frac{۷۸۷}{۱۱} < a \Rightarrow a\ge ۷۲ \end{cases}$$

۷ مقدار طبیعی برای a وجود دارد که عبارتند از : ۷۸,...,۷۳،۷۲

روش دوم:

$$۷۸۷ = a\times ۱۰ + r$$

$$q=[\frac{a}{b}] \Rightarrow ۱۰ = [\frac{۷۸۷}{a}] \xrightarrow{\text{عکس کنید}} \frac{۱}{۱۱} < \frac{a}{۷۸۷} \le \frac{۱}{۱۰} \xrightarrow{\times ۷۸۷} \frac{۷۸۷}{۱۱} < a \le \frac{۷۸۷}{۱۰} \to ۷۲ \le a \le ۷۸$$

a تعداد $= ۷۸-۷۲+۱ = ۷$

۲۵.گزینه ۴ می دانیم که $a = b\times ۲۵ + ۱۷$ و عدد a باید مضرب ۶ باشد. با توجه به اینکه باقیمانده ی تقسیم عدد ۱۷ بر ۶ برابر ۵ است پس باید باقیمانده ی تقسیم $۲۵b$ بر ۶ برابر ۱ باشد و چون باقیمانده ی تقسیم ۲۵ بر ۶ برابر ۱ است پس عدد b به صورت $۶k+۱$ است. با توجه به شرط تقسیم داریم:

$$\left.\begin{matrix} r=۱۷<b \\ b=۶k+۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow b_{\min} = ۱۹ \Rightarrow a_{\min} = ۱۹\times ۲۵ + ۱۷ = ۴۹۲$$

رقم دهگان عدد ۴۹۲ برابر ۹ است.

۲۶.گزینه ۴ وقتی حاصل ضرب سه عدد زوج است یعنی اینکه هر سه عدد فرد نیستند. می دانیم که مربع هر عدد فرد در تقسیم بر عدد ۴ دارای باقیمانده ی ۱ است پس چون هر سه عدد فرد نیستند بنابراین باقیمانده ی تقسیم $x^۲+y^۲+z^۲$ بر ۴ برابر ۳ نمی باشد.

۲۷.گزینه ۱

روش اول:

$$a = bq+r \ , \ ۰\le r<b$$
$$۷۱۵ = ۱۲b + r \ , \ ۰\le r<b$$
$$r = ۷۱۵-۱۲b \Rightarrow ۰ \le ۷۱۵-۱۲b < b$$
$$\begin{cases} ۷۱۵-۱۲b\ge ۰ \quad \Rightarrow \quad b\le \frac{۷۱۵}{۱۲} \\ ۷۱۵-۱۲b<b \quad \Rightarrow \quad b>\frac{۷۱۵}{۱۳} \end{cases} \Longrightarrow \frac{۷۱۵}{۱۳} < b \le \frac{۷۱۵}{۱۲}$$
$$۵۵ < b \le ۵۹/\cdots \Rightarrow \quad b = ۵۶,۵۷,۵۸,۵۹$$

b می تواند چهار مقدار مختلف داشته باشد.

روش دوم:

$$q=\left[\frac{a}{b}\right] \Rightarrow ۱۲ = \left[\frac{۷۱۵}{b}\right] \Rightarrow ۱۲ \le \frac{۷۱۵}{b} < ۱۳ \Rightarrow \frac{۱}{۱۳} < \frac{b}{۷۱۵} \le \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{۷۱۵}{۱۳} < b \le \frac{۷۱۵}{۱۲}$$
$$\Rightarrow b = ۵۶,۵۷,۵۸,۵۹$$

۲۸.گزینه ۱

$$a=bq+r \quad , \quad ۰\le r<b$$
$$a=۲۲q+۱۷$$

دو حالت برای q وجود دارد.

$$۱)\ q=۲k\Rightarrow a=۲۲\times ۲k+۱۷\Rightarrow a+۱=۲۲\times ۲k+۱۸\Rightarrow \frac{a+۱}{۲}=۲۲k+۹$$

یعنی باقیمانده برابر ۹ می‌شود.

$$۲)\ q=۲k+۱$$
$$\Rightarrow a=۲۲\times(۲k+۱)+۱۷\Rightarrow a=۲۲\times ۲k+۳۹\Rightarrow a+۱=۲۲\times ۲k+۴۰\Rightarrow \frac{a+۱}{۲}=۲۲k+۲۰$$

باقی‌مانده برابر ۲۰ می‌شود.

۲۹.گزینه ۴

فرض می کنیم x واحد می توان به مقسوم علیه اضافه نمود:

$$\begin{cases} a=۷b+۲۹ & , \quad ۰\le ۲۹<b \\ a=۷(b+x)+r' & , \quad ۰\le r'<b+x \end{cases}$$

$$۷b+۲۹=۷b+۷x+r'\Rightarrow r'=۲۹-۷x$$
$$۰\le r'<b+x\Rightarrow ۰\le ۲۹-۷x<b+x\Rightarrow ۲۹-۷x\ge ۰\Rightarrow ۷x\le ۲۹\Rightarrow x\le \frac{۲۹}{۷}\Rightarrow x_{\max}=۴$$

روش دوم: حداکثر مقداری که می توان به مقسوم علیه اضافه کرد تا مقسوم و خارج قسمت تغییر نکنند برابر است با: $\left[\frac{r}{q}\right]$

$$r=۲۹\ ,\ q=۷\Rightarrow \left[\frac{r}{q}\right]=\left[\frac{۲۹}{۷}\right]=۴$$

۳۰.گزینه ۴ نکات:

a^n+b^n به ازای n فرد بر $a+b$ بخش پذیر است
a^n-b^n به ازای n زوج بر $a+b$ بخش پذیر است
a^n-b^n به ازای هر n بر $a-b$ بخش پذیر است

$$۳^{۲۵۲}+۲^{۳۹}=(۳^۴)^{۱۳}+(۲^۳)^{۱۳}=۸۱^{۱۳}+۸^{۱۳}\xrightarrow{n=۱۳\ \text{فرد است}}$$ این عدد بر $۸+۸۱=۸۹$ بخش‌پذیر است.

۳۱.گزینه ۴ با توجه به این‌که اگر $a+b|a^n+b^n$ باید n فرد باشد و بالعکس، پس:

$$۸۲|۳^n+۱\Rightarrow ۳^۴+۱|۳^n+۱\xrightarrow{\text{باید}}\frac{n}{۴}=\text{فرد}=۲k+۱\to n=۴(۲k+۱)$$

حال مضارب فرد دو رقمی چهار عبارتنداز: $\{۳\times ۴\ ,\ ۵\times ۴\ ,\cdots\ ,\ ۲۳\times ۴\}$ که یازده مقدار است. همچنین می‌توان به صورت زیر نیز عمل کرد:

$$۱۰\le ۴(۲k+۱)<۱۰۰\Rightarrow ۳\le ۲k+۱<۲۵\Rightarrow ۱\le k<۱۲\Rightarrow ۱\le k\le ۱۱ \quad \text{یازده مقدار}$$

نکته: در حالت کلی داریم: $a+b|a^{۲n}-b^{۲n}$ $\quad a+b|a^{۲n+۱}+b^{۲n+۱}$ $\quad a-b|a^n-b^n$

و برعکس اگر $a+b|a^n+b^n$ باشد، باید باقیمانده‌ی تقسیم a^n+b^n بر $a+b$ برابر صفر باشد، پس باید: n فرد باشد.

۳۲.گزینه ۳

$$x^a+y^a/x^n+y^n\ ;\ (\frac{n}{a}=\text{طبیعی و فرد})$$

باید ۹ بر n بخش پذیر و $\frac{۹}{n}$ باید فرد باشد.

$$n|۹\to n=۱,۳,۹$$
$$۲^n+۱\,\big|\,۲^۹+۱\Rightarrow \frac{۹}{n}=k\in \text{اعداد فرد}\Rightarrow n=۱,۳,۹$$

از طرفی هم $\frac{۹}{۱}$ و هم $\frac{۹}{۳}$ و هم $\frac{۹}{۹}$ فردند پس n، $\underline{۳}$ مقدار مختلف دارد.

۳۳.گزینه ۳

به ازای n های طبیعی و فرد ; $a+b\,|a^n+b^n$

a^n+b^n به شرطی بر $a+b$ بخش‌پذیر است که n فرد باشد. باید کاری کنیم که توان فرد شود.

$$۱۱^{۱۰}+۲^{۱۰}=(۱۱^۲)^۵+(۲^۲)^۵=(۱۲۱)^۵+(۴)^۵$$

که بر $۱۲۱+۴=۱۲۵$ بخش‌پذیر است.

۳۴.گزینه ۲

n های طبیعی و زوج ; $a+b\,|a^n-b^n$

به ازای تمام n های طبیعی ; $a-b\,|a^n-b^n$

a^n-b^n اگر n زوج باشد هم بر $a-b$ و هم بر $a+b$ بخش‌پذیر است. $۱۱^{۱۰}-۱$ بر $۱۱-۱=۱۰$ و $۱۱+۱=۱۲$ بخش‌پذیر است،

و چون عدد بر ۱۰ و ۱۲ بخش پذیر است پس بر ۱۲۰ هم بخش پذیر است.

۳۵.گزینه ۴

نکته:

$$a^x+b^x\,\Big|a^n-b^n \leftrightarrow \frac{n}{x}= = \text{زوج}$$
$$a^x+b^x\,\Big|a^n+b^n \leftrightarrow \frac{n}{x}= = \text{فرد}$$

اگر $۳^۳+۱\,|۳^n-۱$ ، آنگاه n مضرب زوج ۳ یا به عبارت دیگر مضرب ۶ است، یعنی:

$$\frac{n}{۳}=۲k \Rightarrow n=۶k \Rightarrow\ n\in\{۶,۱۲,۱۸,\cdots\}$$

اگر $۲^۴+۱\,|۲^n+۱$ آنگاه n مضرب فرد ۴ است یعنی :

$$\frac{n}{۴}=۲k+۱ \Rightarrow n=۸k+۴ \Rightarrow n\in\{۴,۱۲,۲۰,\cdots\}$$

بنابراین برای برقراری هر دو شرط، n باید به اشتراک این دو مجموعه تعلق داشته باشد. بنابراین مقادیر ممکن برای n عبارتند از:

$۱۲,۳۶,۶۰,۸۴$

۳۶.گزینه ۲

$$۳۳|۲^n+۱ \quad\Rightarrow\quad ۲^۵+۱|۲^n+۱$$

a^n+b^n به شرطی بر a^x+b^x بخش پذیر است که $\frac{n}{x}$ فرد باشد:

$$a^x+b^x\,|a^n+b^n\ ;\ (\frac{n}{a}=\text{طبیعی و فرد})$$

$$\frac{n}{۵}=۲k+۱ \Rightarrow n=۱۰k+۵ \Rightarrow ۱۰\le n<۱۰۰ \Rightarrow ۱۰\le ۱۰k+۵<۱۰۰ \Rightarrow \frac{۵}{۱۰}\le k<\frac{۹۵}{۱۰}$$

$\Rightarrow k=۱,۲,\cdots,۹$ ، n ۹مقدار مختلف دارد.

۳۷.گزینه ۴

$$۱۲۶=۵^۳+۱ \quad\Rightarrow\quad ۵^۳+۱\Big|۵^n+۱$$

a^n+b^n به شرطی بر a^x+b^x بخش‌پذیر است که $\frac{n}{x}$ فرد باشد پس:

$$a^x+b^x\,|a^n+b^n\ ;\ (\frac{n}{a}=\text{طبیعی و فرد})$$

$$\frac{n}{۳}=۲k+۱ \Rightarrow n=۶k+۳$$

$$۱\le n<۵۰ \Rightarrow ۱\le ۶k+۳<۵۰ \Rightarrow \frac{-۱}{۳}\le k<\frac{۴۷}{۶} \Rightarrow k=۰,۱,\cdots,۷$$

پس n نیز هشت مقدار مختلف قابل قبول دارد.

۳۸.گزینه ۲

$$(a+b)^۳-۳a^۲b-۳ab^۲=a^۳+b^۳ \Rightarrow a+b\Big|a^۳+b^۳$$

های n طبیعی و فرد ; $a+b|a^n+b^n$

۳۹.گزینه ۴ نکته: اگر $a\,|b\ ,\ a|\,c$ ، آن‌گاه به ازای هر $m\ ,\ n\in\mathbb{Z}$ داریم: $a\,|mb+nc$

$$\begin{cases} a-b\,|a \\ a-b\,|a-b \end{cases} \Rightarrow a-b\,|a-(a-b) \Rightarrow a-b\,|b$$

الف) $\begin{cases} a-b\,|\,a \\ a-b\,|\,b \end{cases} \Rightarrow a-b\,|\,a+b$ ب) $\begin{cases} a-b\,|\,a \\ a-b\,|\,b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b\,|\,۲a \\ a-b\,|\,۳b \end{cases} \Rightarrow a-b\,|\,۲a+۲b$

ج) $\begin{cases} a-b\,|\,a \\ a-b\,|\,b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b\,\Big|\,a^{۳} \\ a-b\,\Big|\,b^{۳} \end{cases} \Rightarrow a-b\,\Big|\,a^{۳}+b^{۳}$

۴۰.گزینه ۲ اگر بخواهد $b^{۲}|۲۴$ باشد، باید b عامل ۳ نداشته باشد و حداکثر یک عامل ۲ داشته باشد، پس $b|۲$ و چون $a|b$ ، لذا:

$a|۲ \rightarrow a=\pm۱\ ,\ \pm۲$