



۱. گزینه ۴  $|A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2$  از آن جا که  $A \cap B = \{5, 7\}$ ، پس. ابتدا اعضای مجموعه های  $A$  و  $B$  را می یابیم:

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{2k+1 \mid k \in A, 2k+1 = \text{اول}\} = \{2k+1 \mid k = 2, 3, 5, 7\} = \{5, 7, 11, 15\}$$

$$|A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2 = 4^2 - 2^2 = 12$$

$$\rightarrow A^2 - B^2 = 12 \Rightarrow \text{تعداد زیر مجموعه های مجموعه } A^2 - B^2 = 2^{12} = 4096$$

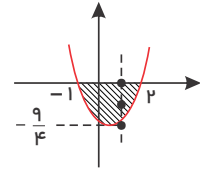
-قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۲. گزینه ۲ هر عضوی دو حالت دارد یا باشد یا نباشد، ولی عضو  $a$  فقط یک حالت دارد (حتماً باید باشد) است. از طرفی مجموعه ی  $A$  سه عضوی است. (عضو  $\{a, a\}$  دو بار تکرار شده است.) پس تعداد زیر مجموعه های شامل عضو  $a$  عبارت است از:  $2 \times 2 = 4$

-منتا-۱۳۹۳-متوسط

۳. گزینه ۳ ابتدا نمودار رابطه را با ترسیم مرزهای آن را رسم می کنیم.

$$y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$



سپس تقاطع خطوط  $x=1$  و  $x=2$  را با ناحیه ی مورد نظر به دست می آوریم که ۴ عضو دارد.

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} 1 \leq x \leq 2$$

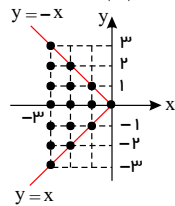
$$\left. \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow -2 \leq y \leq 0 \Rightarrow \text{۳ امتداد} \\ x=2 \Rightarrow 0 \leq y \leq 0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \text{۱ امتداد} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{کلا ۴ مقدار دارد}$$

-گزینه ۲-۱۳۹۳-متوسط

۴. گزینه ۴ روش اول: کافی است به  $x$  مقدار بدهیم و در هر حالت حدود  $y$  را بیابیم.

$$\left. \begin{array}{l} x = -3 \Rightarrow |y| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq y \leq 3 \Rightarrow \text{مقدار ۷} \\ x = -2 \Rightarrow |y| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2 \Rightarrow \text{مقدار ۵} \\ x = -1 \Rightarrow |y| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \Rightarrow \text{مقدار ۳} \\ x = 0 \Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{مقدار ۱} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد نقاط} = 7 + 5 + 3 + 1 = 16$$

روش دوم به کمک نمودار: تعداد نقاط مشخص شده در نمودار جواب می باشد.



-سراسری-۱۳۹۱-متوسط

۵. گزینه ۴ با توجه به اینکه  $x$  و  $y$  هر دو اعدادی صحیح هستند، داریم:

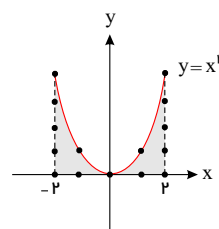
$$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow |y| \leq -1 \times \\ x = 0 \Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow |y| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \Rightarrow y = -1, 0, 1 \\ x = 2 \Rightarrow |y| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2 \Rightarrow y = -2, -1, 0, 1, 2 \end{array} \right.$$

بنابراین  $R = \{(0, 0), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$  دارای ۹ عضو است.

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۶. گزینه ۱ به مقدار می‌دهیم، در هر حالت مقادیر  $y$  را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = \pm 1 \Rightarrow 0 \leq y \leq 1 \Rightarrow y = 0, 1 \Rightarrow \text{حالت } 2 \times 2 \\ x = \pm 2 \Rightarrow 0 \leq y \leq 4 \Rightarrow y = 0, 1, 2, 3, 4 \Rightarrow \text{حالت } 2 \times 5 \\ x = 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \text{حالت } 1 \end{cases}$$



بنابراین ۱۵ عضو با مؤلفه‌های صحیح در رابطه‌ی  $R$  وجود دارد.

-گزینه ۲-۱۳۹۶-متوسط

۷. گزینه ۱ طبق یکی از قضایای کتاب جبر و احتمال: «اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه ی غیرتهی باشند، آنگاه در صورتی که  $A \times C = B \times C$ ، می‌توان نتیجه گرفت  $A = B$ ».

-خارج از کشور-۱۳۸۷-متوسط

۸. گزینه ۳

تمام اعضای  $A$  در  $p(A)$  نیز حضور دارند.

$$\begin{cases} \emptyset \in A, \emptyset \subseteq A \Rightarrow \emptyset \in p(A) \\ \{\emptyset\} \in A, \{\emptyset\} \subseteq A \Rightarrow \{\emptyset\} \in p(A) \\ \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A \Rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in p(A) \end{cases}$$

چون  $|p(A)| = 8$  است، پس  $|p(A) - A| = 5$  می‌باشد. لذا مجموعه‌ی  $p(A) - A$  دارای  $2^5$  زیر مجموعه است.

-گزینه ۲-۱۳۹۳-سخت

۹. گزینه ۱

$$A \cup (B - A) = B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subset B$$

-سراسری-۱۳۸۶-متوسط

۱۰. گزینه ۲

طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} A_1 &= (-2, -1), \quad A_2 = (-4, 2) \\ A_3 &= (-6, -3), \quad A_4 = (-8, 4), \quad A_5 = (-10, -5) \end{aligned}$$

بنابراین  $\bigcup_{n=1}^5 A_n = (-10, 4)$  که مجموعه‌ی اعداد صحیح  $\{-9, -8, \dots, 3\}$  در این بازه قرار دارد که شامل ۱۳ عضو می‌باشد.

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۱۱. گزینه ۱

$$\begin{aligned} A \times B = C \times D \xrightarrow{A, B, C, D \neq \emptyset} A = C, B = D \\ (A - B) \times B = A \times (B - A) \Rightarrow \begin{cases} A - B = A \\ B = B - A \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \emptyset \\ A' \Delta B' = A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = A \cup B \end{aligned}$$

می‌دانیم:  $A' \Delta B' = A \Delta B$  پس:  $A' \Delta B' = A \cup B$

-گزینه ۲-۱۳۹۳-متوسط

۱۲. گزینه ۳

تذکر: به مجموعه تمام زیر مجموعه های مجموعه  $A$ ، مجموعه توانی  $A$  گوئیم و آن را با  $P(A)$  نمایش می دهیم. اگر  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی باشد،  $P(A)$  دارای  $2^n$  عضو است.

$$|A| = 2 \Rightarrow P(P(P(A))) = 2^{2^{2^2}} = 2^{16}$$

مجموعه ای که دارای  $2^{16}$  عضو است  $2^{2^{16}}$  زیر مجموعه دارد.

متنا-۱۳۹۳-متوسط

۱۳.گزینه ۳

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}\} \Rightarrow \text{تعداد زیر مجموعه های ناتهی سره} = 2^3 - 1 - 1 = 6$$

سراسری-۱۳۸۹-متوسط

۱۴.گزینه ۱

مجموعه اعداد اول یک رقمی به صورت  $A = \{2, 3, 5, 7\}$  می باشد.

$R = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$   
زوج های مرتبی که بین مولفه اول (a) و مولفه دوم آنها (b) رابطه  $2a + 3b < 20$  برقرار باشد اعضای  $R$  می باشند.

$$R = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\}$$

خارج از کشور-۱۳۹۴-متوسط

۱۵.گزینه ۳ ابتدا حدود  $x$  را یافته به مقدار  $x$  می دهیم در هر حالت مقادیر  $y$  را می یابیم.

باتوجه به اینکه  $x^2 \leq 9$  نتیجه می گیریم که  $x \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$  بنابراین:

$$x = 0 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 0 \text{ غیر ممکن}$$

$$x = \pm 1 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 1 \text{ غیر ممکن}$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow 2y^2 \leq 1 \Rightarrow y = \{0\} \Rightarrow (2, 0), (-2, 0) \Rightarrow \text{دو زوج مرتب}$$

$$x = \pm 3 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 9 \Rightarrow y^2 \leq 3 \Rightarrow y = \{0, \pm 1\} \Rightarrow$$

چون برای  $x$  دو حالت و برای  $y$  سه حالت داریم: پس  $2 \times 3 = 6$  زوج مرتب تشکیل می شود.

بنابراین به طور کلی ۸ زوج مرتب در رابطه  $R$  وجود دارد.

قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۱۶.گزینه ۱

$$(A \times C) \Delta (B \times C) = (A \Delta B) \times C$$

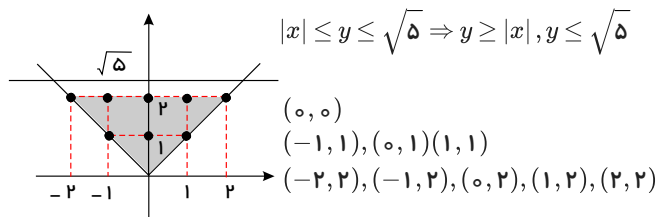
$$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, C = \{2\}$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$$

$$(A \Delta B) \times C = \{1, 2, 9\} \times \{2\} \Rightarrow n((A \Delta B) \times C) = 3 \times 1 = 3$$

قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۱۷.گزینه ۳



مطابق شکل نقاط روبرو جواب اند:

$$\begin{aligned} &(0, 0) \\ &(-1, 1), (0, 1), (1, 1) \\ &(-2, 2), (-1, 2), (0, 2), (1, 2), (2, 2) \end{aligned}$$

پس جمعاً ۹ نقطه خواهد بود.

روش دوم: مقادیر  $x$  را یافته و بازه هر مقدار از  $x$ ، تعداد مقادیر  $y$  را می یابیم نهایتاً تعداد مقادیر  $y$  برابر تعداد عضوهای رابطه می باشد.

$$|x| \leq y \leq \sqrt{5} \Rightarrow |x| \leq \sqrt{5} \Rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} -2 \leq x \leq 2$$

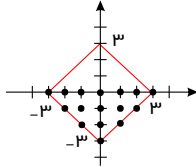
$$\begin{cases} x = -2 \Rightarrow 2 \leq y \leq \sqrt{5} \Rightarrow y = 2 & \text{مقدار ۱} \\ x = -1 \Rightarrow 1 \leq y \leq \sqrt{5} \Rightarrow y = 1, 2 & \text{مقدار ۲} \\ x = 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq \sqrt{5} \Rightarrow y = 0, 1, 2 & \text{مقدار ۳} \end{cases}$$

به ازای  $x = 1, 3$  نیز حالات  $x = -1, -2$  تکرار می‌شود پس:

$$\text{تعداد جواب} = (1 + 2) \times 2 + 3 = 9$$

-قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۱۸. گزینه ۲



روش اول: باید به شرط  $y \leq 0$  توجه داشته باشیم و این نکته که  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ ، ۱۶ نقطه با این شرایط وجود دارد. پس ۱۶ زوج مرتب داریم.

روش دوم: واضح است که  $-3 \leq y \leq 0$  می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} y = 0 \Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \rightarrow \text{مقدار ۷} \\ y = -1 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow \text{مقدار ۵} \\ y = -2 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \rightarrow \text{مقدار ۳} \\ y = -3 \Rightarrow |x| \leq 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \text{مقدار ۱} \end{array} \right\} \rightarrow \text{کلاً ۱۶ مقدار}$$

-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۱۹. گزینه ۳

$$\begin{aligned} |A| &= 5, |B| = 4, |A \cap B| = 3 \\ |(A \times B) \cup (B \times A)| &= |A \times B| + |B \times A| - |(A \times B) \cap (B \times A)| \\ &= 2|A \times B| - |(A \cap B)|^2 = 2|A||B| - |A \cap B|^2 = 2 \times 4 \times 5 - 3^2 = 31 \end{aligned}$$

-قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۲۰. گزینه ۱

$$\begin{aligned} |(A \times B) - (B \times A)| &= |A \times B| - |(A \times B) \cap (B \times A)| \\ 24 &= 49 - |A \cap B|^2 \Rightarrow |(A \cap B)| = 5 \\ |A \cup B| &= |A| + |B| - |A \cap B| = 7 + 7 - 5 = 9 \\ |A \Delta B| &= |A \cup B| - |A \cap B| = 9 - 5 = 4 \\ |(A \times (A \Delta B))| &= |A| \times |A \Delta B| = 7 \times 4 = 28 \end{aligned}$$

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۲۱. گزینه ۲ متمم مجموعه داده شده را کمی ساده‌تر می‌نویسیم، سپس با اعمال قوانین جبر مجموعه‌ها به گزینه‌هایی که برابر با آن هستند، می‌رسیم:

$$[C \cup A' \cup B']' = [C \cup (A \cap B)]' = C' \cap (A \cap B)' = A \cap B \cap C'$$

گزینه (۴) برابر با مجموعه داده شده است.  $A \cap B \cap C' = (A \cap B) - C \Rightarrow$

گزینه (۳) برابر با مجموعه داده شده است.  $A \cap B \cap C' = A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \Rightarrow$

گزینه (۱) برابر با مجموعه داده شده است.  $A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \xrightarrow[\text{اشتراک بر روی تفاضل}]{\text{خاصیت توزیع پذیری}} (A \cap B) - (A \cap C) \Rightarrow$

بنابراین مجموعه گزینه (۲) با مجموعه داده شده برابر نیست.

-خارج از کشور-۱۳۸۹-متوسط

۲۲. گزینه ۴ تذکر: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با:  $2^n$

تذکر: تعداد زیر مجموعه‌های  $k$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با:  $\binom{n}{k}$

$$\begin{cases} A = \{100, 101, 102, \dots, 999\} \\ B = \{700, 707, 714, \dots, 6993\} \end{cases} \Rightarrow 999 \div 7 \simeq 142,7$$

آخرین عضو از مجموعه  $B$  که سه رقمی است برابر  $142 \times 7$  یعنی ۹۹۴ است، پس تعداد اعضای  $A \cap B$  برابر است با ۴۳:

$$142 - 100 + 1 = 43 \Rightarrow \text{زیرمجموعه های دو عضوی: } \binom{43}{2} = \frac{43 \times 42}{2} = 903$$

منا-۱۳۹۳-متوسط

۲۳.گزینه ۱

$$A \times B - B \times A = \emptyset \Rightarrow A \times B \subset B \times A \Rightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases} \Rightarrow A = B \Rightarrow A \cap B = A \neq \emptyset$$

سراسری-۱۳۸۵-متوسط

۲۴.گزینه ۱ به  $y$  مقدار مقادیر  $|y| \leq 1$  داده و در هر حالت مقادیر  $x$  را می یابیم:

$$\begin{aligned} |y| \leq 1 &\Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z} - \{0\}} y = 1 \text{ یا } y = -1 \\ y = 1 &\Rightarrow x(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z} - \{0\}} x = -1, x = -2 \\ y = -1 &\Rightarrow x(x-2) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z} - \{0\}} x = 1, x = 2 \\ R &= \{(1, -1), (2, -1), (-1, 1), (-2, 1)\} \end{aligned}$$

قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۲۵.گزینه ۴

$$K \in (A \cap B) \Rightarrow B = \{7 \times 10, 7 \times 11, 7 \times 12, 7 \times 13, 7 \times 14\} =$$

پس  $A \cap B$  دارای ۵ عضو است بنابراین مجموعه توانی آن  $2^5 = 32$  عضو دارد.

سراسری-۱۳۸۱-متوسط

۲۶.گزینه ۴ ابتدا حدود  $x$  را می یابیم، به  $x$  مقدار می دهیم در هر حالت تعداد مقادیر  $y$  را می یابیم:

$$\begin{aligned} x^2 \leq y \leq 2x+3 &\Rightarrow x^2 \leq 2x+3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \\ \left. \begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{مقدار } 1 \\ x = 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq 3 \Rightarrow y = 0, 1, 2, 3 \quad \text{مقدار } 4 \\ x = 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 5 \Rightarrow y = 1, 2, 3, 4, 5 \quad \text{مقدار } 5 \\ x = 2 \Rightarrow 4 \leq y \leq 7 \Rightarrow y = 4, 5, 6, 7 \quad \text{مقدار } 4 \\ x = 3 \Rightarrow -9 \leq y \leq 9 \Rightarrow y = 9 \quad \text{مقدار } 1 \end{array} \right\} &\Rightarrow \text{یعنی این رابطه } R \text{ دارای } 15 \text{ زوج مرتب است} \end{aligned}$$

خارج از کشور-۱۳۹۶-متوسط

۲۷.گزینه ۴

می دانیم  $P(A)$  مجموعه‌ی همهی زیرمجموعه‌های  $A$  است، بنابراین:

لذا  $P(A) - A = \{\emptyset, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}\}$  مجموعه‌های سه عضوی است که دارای ۸ زیرمجموعه و ۷ زیرمجموعه‌ی سره است. نکته: زیرمجموعه‌های محض یا سره، همهی زیرمجموعه‌های یک مجموعه غیر از خود آن هستند.

گزینه ۲-۱۳۹۳-متوسط

۲۸.گزینه ۱ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $2^n$  است.

$$2^{n+3} = 2^n + 224 \Rightarrow 8 \times 2^n = 2^n + 224 \Rightarrow 2^n = 32$$

پس  $n = 5$ .

سنجش-۱۳۹۴-متوسط

۲۹.گزینه ۲ طبق تعریف  $A_n$ ، داریم:

$$A_1 = [0, 2], A_2 = [1, 3], A_3 = [2, 4]$$

$$A_1 \Delta A_3 = (A_1 \cup A_3) - (A_1 \cap A_3) = [0, 4] - \{2\}$$

$$(A_1 \Delta A_3) \Delta A_2 = ((A_1 \Delta A_3) \cup A_2) - ((A_1 \Delta A_3) \cap A_2)$$

$$= [0, 4] - (([1, 2] \cup [2, 3])) = [0, 1] \cup \{2\} \cup [3, 4]$$

این مجموعه شامل سه عدد صحیح ۰، ۲ و ۴ است.

قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

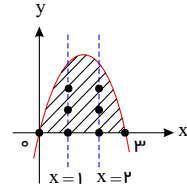
۳۰. گزینه ۳ با رسم نمودار سهمی  $y = 3x - x^2$ ، ناحیه‌ی هاشور خورده، مربوط به نمودار رابطه‌ی  $S$  است. با توجه به شکل،  $\lambda$  نقطه از  $S$  با  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  مشترک است:

$$x = 0 : 0 \leq y \leq 3 \times 0 - 0^2 \Rightarrow y = 0$$

$$x = 1 : 0 \leq y \leq 3 - 1 = 2 \Rightarrow y = 0, 1, 2$$

$$x = 2 : 0 \leq y \leq 6 - 4 = 2 \Rightarrow y = 0, 1, 2$$

$$x = 3 : 0 \leq y \leq 9 - 9 = 0 \Rightarrow y = 0$$



خارج از کشور-۱۳۹۱-متوسط

۳۱. گزینه ۳

$$A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 4\} \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

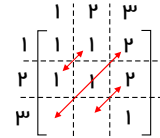
$$\Rightarrow R = \{(-2, -1), (-2, 0), (-2, 1), (-2, 2), (-1, 0), (-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 2)\}$$

پس:  $|R| = 10$

سراسری-۱۳۸۵-متوسط

۳۲. گزینه ۲ ماتریس نظیر یک رابطه به شکل زیر می باشد، عناصر قطر اصلی همگی ۱ حالت دارند (چون رابطه بازتابی است عناصر قطر اصلی همگی ۱ می باشند) از طرفی  $(1, 2)$  در  $R$  عضو می باشد و  $R$  متقارن است پس  $(2, 1)$  نیز باید باشد و سایر عناصر متناظر دوه به باهم دوحالت دارند:

$$\text{تعداد} = 2 \times 2 = 4$$



آزاد عصر-۱۳۸۲-متوسط

۳۳. گزینه ۴ اشتراک دو رابطه پادمتقارن است اما اجتماع آن‌ها پادتقارنی نیست برای درک موضوع به مثال زیر توجه کنید.

$$\begin{cases} R_1 = \{(1, 2)\} \\ R_2 = \{(2, 1), (2, 3)\} \end{cases} \Rightarrow R_1 \cup R_2 = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3)\}$$

توجه کنید  $R_1$  پادمتقارن و  $R_2$  پادمتقارن نیست و  $R_1 \cup R_2$  نیز پادمتقارن نمی باشد.

آزاد عصر-۱۳۸۶-متوسط

۳۴. گزینه ۳

$$A = \{x : |x| \leq 3\} \Rightarrow \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$x = -3 \Rightarrow |y| \leq 3 \rightarrow -3 \leq y \leq 3 \rightarrow 7 \text{ مقدار}$$

$$x = -2 \Rightarrow |y| \leq 2 \rightarrow -2 \leq y \leq 2 \rightarrow 5 \text{ مقدار}$$

$$x = -1 \Rightarrow |y| \leq 1 \rightarrow -1 \leq y \leq 1 \rightarrow 3 \text{ مقدار}$$

$$x = 0 \Rightarrow |y| \leq 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow 1 \text{ مقدار}$$

واضح است برای  $1 \leq x \leq 3$  رابطه مورد نظر عضوی ندارد پس تعداد کل اعضای این رابطه  $16 = 7 + 5 + 3 + 1$  می باشد.

سراسری-۱۳۹۴-متوسط

۳۵. گزینه ۲ با توجه به تعریف  $A \times B$  داریم:  $A \times B = \{(x, y); x \in A, y \in B\}$  تمام اعداد بازه  $[1, 2]$  و عدد ۳ را شامل می شود و به ازای هر  $x$ ، تمام اعداد بازه  $[1, 3]$  را اختیار می کند. در نتیجه نمودار گزینه «۲» صحیح است.

قلم چی-۱۳۹۵-متوسط

۳۶. گزینه ۱ مجموعه  $A$  دارای ۳ عضو است. مجموعه  $P(A)$  دارای ۸ عضو است که دو عضو  $\{a\}$  و  $\{\{a\}\}$  با مجموعه  $A$  مشترک می باشد (عضوهایی که هم عضو  $A$  باشند و هم زیرمجموعه، در  $P(A)$  نیز ظاهر می شوند) پس مجموعه  $(P(A) - A)$  دارای ۶ عضو بوده و مجموعه  $2^6 = 64$  عضو دارد.

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۳۷. گزینه ۱ با قرار دادن اعداد ۴ و ۵ در نامساوی مجموعه  $A$  متوجه می شویم که  $A$  دو عضو دارد از طرفی اعضای مجموعه  $B$  با قرار ۱ و ۲ و ۳ به جای  $k$  به صورت  $B = \{4, 9, 14\}$  خواهند بود. پس داریم:

$$n[(A \times B) \cup (B \times A)] = n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A))$$

$$n[(A \times B) \cup (B \times A)] = 2n(A \times B) - n(A \cap B)^2 = 2(3 \times 2) - 1^2 = 11$$

لذا تعداد زیرمجموعه های دو عضوی برابر است با:

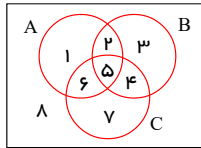
$$\binom{11}{2} = 55$$

-قلم چی-۱۳۹۶-متوسط

۳۸. گزینه ۱ راه حل اول: با شماره گذاری افزارهای حاصل روی نمودار ون و استفاده از قضیه دمورگان داریم:

$$\begin{aligned} & A \cup (A \cap (B' \cap C) \cap C) \\ &= \{1, 2, 5, 6\} \cup [\{1, 2, 5, 6\} \cap \{6, 7\}] \cap \{4, 5, 6, 7\} \\ &= \{1, 2, 5, 6\} \cup \{6\} = \{1, 2, 5, 6\} = A \end{aligned}$$

پس متمم مجموعه داده شده  $A'$  است.  
تذکر: منظور از نماد « , » همان اجتماع است.  
راه حل دوم: قانون جذب:



-گزینه ۲-۱۳۹۳-متوسط

$$\begin{cases} A \cup (A \cap X) = A \\ A \cap (A \cup X) = A \end{cases} \Rightarrow A \cup (A \cap \underbrace{(B' \cap C)}_X) = A$$

۳۹. گزینه ۳

$$\bigcup_{n=1}^{10} A_n = (-1, 1) \cup (-2, 2) \cup \dots \cup (-10, 10) = (-10, 10)$$

$$\bigcap_{n=1}^{10} A_n = (-1, 1) \cap (-2, 2) \cap \dots \cap (-10, 10) = (-1, 1)$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=1}^{10} A_n - \bigcap_{n=1}^{10} A_n = (-10, 10) - (-1, 1) = (-10, -1] \cup [1, 10)$$

عددهای صحیح در این دو بازه عبارتند از:

$$-9, -8, \dots, -1, 1, 2, \dots, 9$$

مجموعاً ۱۸ عدد صحیح در این بازه وجود دارد.

-قلم چی-۱۳۹۴-متوسط

۴۰. گزینه ۴

$$۱) [x] = ۰ \Rightarrow ۰ \leq x < ۱ \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} \{ \}$$

$$۲) x^2 - x + ۶ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow \{ \}$$

$$۳) x^3 = -۲۷ \Rightarrow x = -۳ \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} \{ \}$$

$$۴) |k| < ۲ \Rightarrow -۲ < k < ۲ \Rightarrow x = \left\{ \frac{1}{۴}, ۱, ۴ \right\} \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} \{ ۱, ۴ \}$$

-منا-۱۳۹۳-متوسط