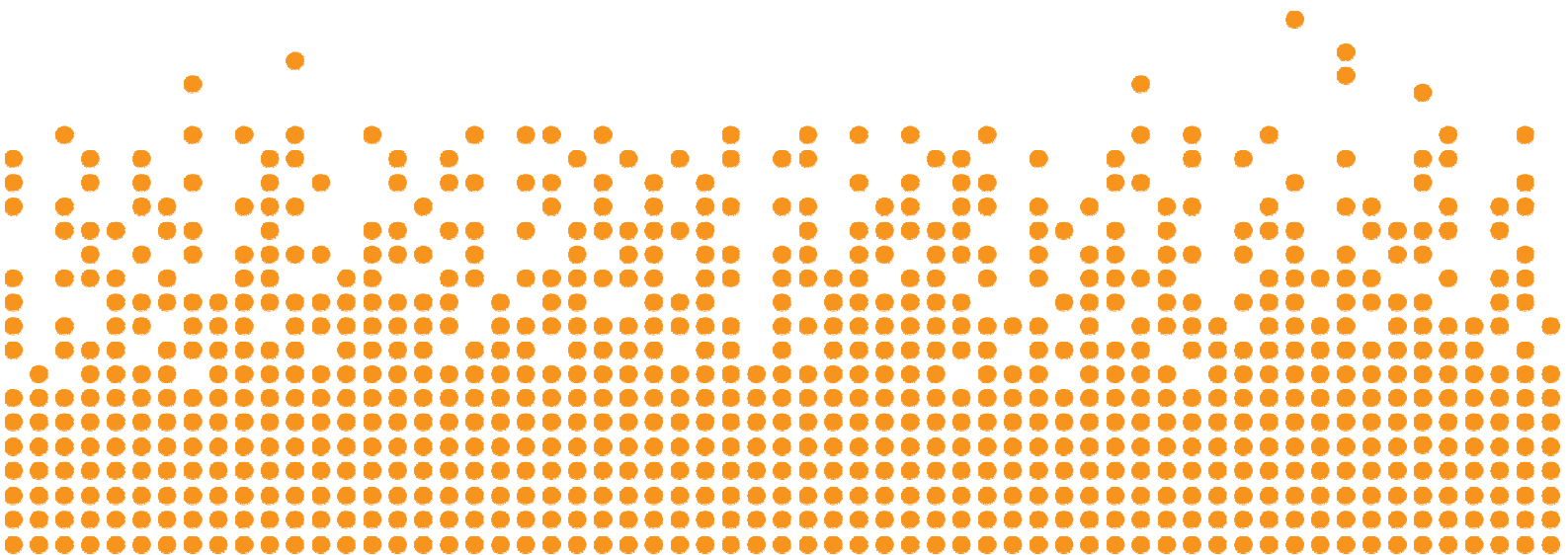




## ریاضی عمومی

● فصل ۲



## فصل ۲: توابع و معادلات

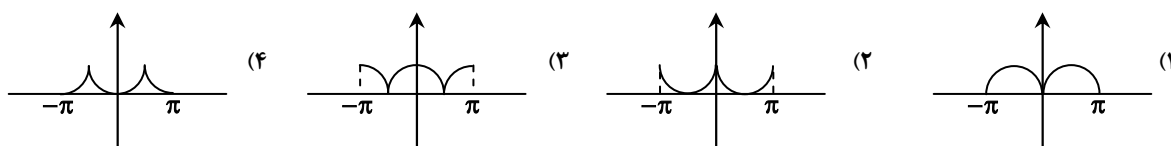
## ریاضی عمومی

۱- اگر  $f(x) = [x]$  باشد، مجموعه مقادیر  $f(f(x) - x)$  کدام است؟

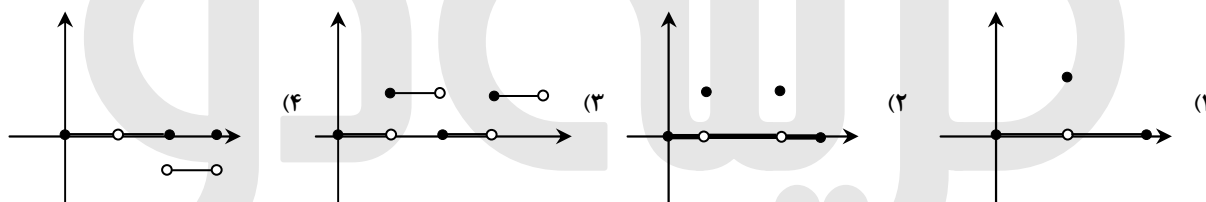
- (۱)  $\{0\}$  (۲)  $\{0, 1\}$  (۳)  $\{0, -1\}$  (۴)  $\{0, 1, -1\}$

۲- قرینه‌ی تابع  $y = \frac{3x+2}{x-1}$  نسبت به خط  $y = x$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $y = \frac{x-2}{x+3}$  (۲)  $y = \frac{x+2}{x-3}$  (۳)  $y = \frac{2x+3}{x-2}$  (۴)  $y = \frac{x-3}{x+2}$

۳- نمودار تابع  $y = ||\sin x| - 1|$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  شبیه کدام شکل است؟۴- در یک نوع کشت تعداد باکتری‌ها بعد از  $t$  ساعت از رابطه  $P(t) = P_0 e^{kt}$  به دست می‌آیند. اگر بعد از یک ساعت تعداد باکتری‌ها ۳ برابر شود و روند تکثیر بدین ترتیب ادامه یابد تعداد باکتری‌ها پس از سه ساعت چند برابر تعداد اولیه می‌شود؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱

۵- نمودار تابع  $f(x) = [\sin x]$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟۶- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & x > 1 \\ 2 & x \leq 1 \end{cases}$ ، آن‌گاه حاصل  $f \circ f(\cos^2 x)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)  $-\cos^2 x$

۷- اگر  $f(x) = \frac{[x]+2}{[x]}$ ، حاصل  $f(-\frac{1}{3})$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است. )

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) صفر (۴)  $-\frac{1}{2}$

۸- اگر  $f(x) = |x-1|$  و  $g(x) = (x-1)^2$  باشد، حاصل  $\text{gof}(2-\sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $4-4\sqrt{2}$  (۲)  $4\sqrt{2}-1$  (۳) ۲ (۴)  $6-4\sqrt{2}$

۹- اگر دامنه‌ی تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  باشد آن‌گاه دامنه‌ی کدام تابع با دامنه‌ی تابع  $g$  برابر نیست؟

- (۱)  $\text{gof}(x)$  (۲)  $\text{fog}(x)$  (۳)  $(f \circ g)(x)$  (۴)  $(f+g)(x)$

۱۰- مساحت محدود بین منحنی تابع  $y = x - [x]$  و محور  $x$ ‌ها در بازه  $3 \leq x < 2$  چقدر است؟

- (۱)  $2/5$  (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)  $4/5$

۱۱- معادله  $|x-2| + |x+4| = 5$  چند ریشه دارد؟

- (۱) یک ریشه (۲) دو ریشه (۳) سه ریشه (۴) هیچ ریشه

۱۲- اگر  $x^2 - x < 0$  باشد حاصل  $[-x] + [-x^2] + [-x^3]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است. )

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) صفر (۴) -۱

۱۳- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \log_{[x]}(|x| - |x-3|)$  کدام بازه است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است. )

- (۱)  $[1, +\infty)$  (۲)  $(\frac{3}{2}, +\infty)$  (۳)  $[2, +\infty)$  (۴)  $(2, +\infty)$

۱۴- اگر  $x = [y] + \left[x + \frac{y}{2}\right]$  باشد، مقدار  $|y+1| + |y|$  کدام است؟

- (۱)  $2y$  (۲) ۱ (۳)  $2y+1$  (۴) صفر

۱۵- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دوم و چهارم برابر ۶ است و مجموع چهار جمله اول برابر ۱۰ است. مجموع ۸ جمله اول دنباله چقدر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۱۶- چند جمله‌ی دنباله‌ی  $\{n^2 - 9n + 18\}$  منفی است؟

- (۱) یک جمله (۲) دو جمله (۳) سه جمله (۴) هیچ جمله

۱۷- دنباله  $a_n = \left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$  کدام ویژگی را دارد؟

- (۱) همگرا- صعودی (۲) واگرا- کراندار (۳) همگرا- کراندار (۴) همگرا- غیر یکنوا

۱۸- در یک دنباله‌ی عددی جمله  $n$ ام به صورت  $a_n = 3n - 5$  است. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۵

۱۹- در یک دنباله‌ی هندسی نزولی مجموع ۱۲ جمله اول  $\frac{5}{4}$  برابر مجموع ۶ جمله اول آن است. جمله نهم این دنباله چند برابر جمله ششم آن است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۰- در یک دنباله‌ی عددی، اگر ۲ واحد به قدر نسبت جملات اضافه شود، به مجموع ۳۰ جمله اول چقدر اضافه می‌شود؟

- (۱) ۸۵۰ (۲) ۸۶۰ (۳) ۸۷۰ (۴) ۸۸۰

۲۱- کوچک‌ترین کران بالای دنباله  $U_n = \frac{4n+1}{3n+2}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۲- اگر در یک دنباله‌ی حسابی  $a_4 + a_6 + a_7 + a_9 = 40$  آن‌گاه مجموع ۱۲ جمله‌ی اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

۲۳- کدام دنباله نزولی است؟

- (۱)  $\{(-1)^n \sqrt{n}\}$  (۲)  $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$  (۳)  $\left\{ \frac{n^2+3}{n^2+1} \right\}$  (۴)  $\{\sqrt{n}\}$

۲۴- حد دنباله نسبت‌های  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \dots$  وقتی شماره‌ی نسبت‌ها زیاد می‌شود کدام است؟

- (۱)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (۳)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (۴) ۱

۲۵- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\frac{1-\sin 2x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})} = 0$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$

۲۶- معادله مثلثاتی  $2\sin^2 x = 2\cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  دارای چند جواب است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- جواب کلی معادله‌ی  $\sin x - \cos 2x = 2$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

۲۸- حاصل  $\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$  با کدام گزینه برابر است؟

- (۱)  $\frac{1}{8} \sin 80^\circ$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{8} \tan 80^\circ$  (۴) ۱

## پاسخ تست‌های فصل ۲

۱- گزینه ۳ پاسخ است.

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow -1 < [x] - x \leq 0$$

$$f([x] - x) = [[x] - x] = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

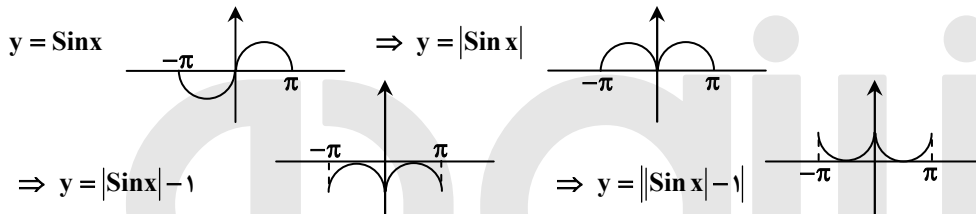
۲- گزینه ۲ پاسخ است.

تذکر: قرینه نقطه  $A(x, y)$  نسبت به خط  $y = x$  نقطه  $A'(y, x)$  است. پس:

$$y = \frac{3x+2}{x-1} \xrightarrow[\text{خط } y=x]{\text{قرینه نسبت به}} \begin{cases} x \rightarrow y \\ y \rightarrow x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3y+2}{y-1} \Rightarrow xy - x = 3y + 2$$

$$\Rightarrow xy - 3y = x + 2 \Rightarrow y(x - 3) = x + 2 \Rightarrow y = \frac{x+2}{x-3}$$

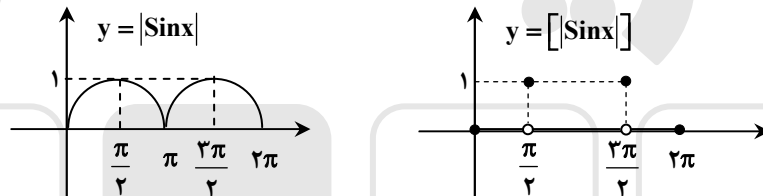
۳- گزینه ۲ پاسخ است.



۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$P(t) = P_0 e^{kt} \xrightarrow[t=P(t)=2P_0]{t=1} 2P_0 = P_0 e^k \Rightarrow e^k = 2 \Rightarrow P(2) = P_0 e^{2k} = P_0 (e^k)^2 \Rightarrow P(2) = P_0 (2)^2 \Rightarrow P(2) = 4P_0$$

۵- گزینه ۲ پاسخ است.



۶- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x > 1 \\ 2 & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(f(\cos^2 x)) = f(2) = 4 - 2 = 2$$

۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$f(x) = \frac{[x] + 2}{[x]} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\left[-\frac{1}{3}\right] + 2}{\left[-\frac{1}{3}\right]} = \frac{-1 + 2}{-1} = -1$$

۸- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{cases} f(x) = |x - 1| \\ g(x) = (x - 1)^2 \end{cases} \Rightarrow g \circ f(2 - \sqrt{2}) = g(f(2 - \sqrt{2}))$$

$$f(2 - \sqrt{2}) = |2 - \sqrt{2} - 1| = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow g(f(2 - \sqrt{2})) = g(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2} - 1 - 1)^2 = (\sqrt{2} - 2)^2 = 2 + 4 - 4\sqrt{2} = 6 - 4\sqrt{2}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $D_{g \circ f}(x) = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \Rightarrow D_{g \circ f} \neq D_g$

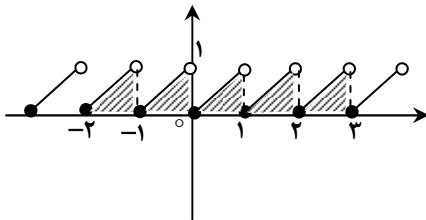
گزینه ۲:  $D_{f \circ g}(x) = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = D_g$

گزینه ۳:  $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap D_g = D_g$

گزینه ۴:  $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap D_g = D_g$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا نمودار تابع  $y = x - [x]$  را رسم می‌کنیم.



نمودار تابع در بازه‌ی  $[-2, 3]$  از پنج پاره خط تشکیل شده است و مساحت

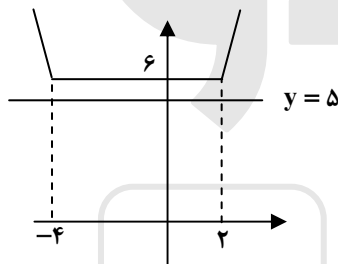
محدود بین منحنی تابع و محور xها در این بازه برابر است با:

$$S = 5 \times \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ است.

راه اول: با تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق‌ها در معادله  $|x-2| + |x+4| = 5$ ، قدرمطلق‌ها را برداشته و معادله را حل می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{غ ق ق} \quad x < -4 \Rightarrow -x+2-x-4=5 \Rightarrow -2x=7 \Rightarrow x=-\frac{7}{2} \\ \text{م غ م} \quad -4 \leq x < 2 \Rightarrow -x+2+x+4=5 \Rightarrow 6=5 \\ \text{غ ق ق} \quad x \geq 2 \Rightarrow x-2+x+4=5 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$



راه دوم: با رسم نمودار تابع  $y = |x-2| + |x+4|$  و خط  $y = 5$  در

یک دستگاه می‌توانیم تعداد ریشه‌های معادله را بیابیم.

همان‌طور که می‌بینیم خط  $y = 5$  نمودار تابع را در هیچ نقطه‌ای قطع

نمی‌کند پس معادله فاقد ریشه است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ است.

$$x^2 - x < 0 \Rightarrow x(x-1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ 0 \quad 1 \\ + \quad - \quad + \\ // \quad // \quad // \end{array} \Rightarrow 0 < x < 1$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow \begin{cases} -1 < -x < 0 \Rightarrow [-x] = -1 \\ 0 < x^2 < 1 \Rightarrow -1 < -x^2 < 0 \Rightarrow [-x^2] = -1 \\ 0 < x^3 < 1 \Rightarrow -1 < -x^3 < 0 \Rightarrow [-x^3] = -1 \end{cases} \Rightarrow [-x] + [-x^2] + [-x^3] = -3$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(x) = \log_{[x]}(|x| - |x-3|) \Rightarrow D_f : \begin{cases} |x| - |x-3| > 0 & (1) \\ [x] > 0 \\ [x] \neq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad |x| - |x-3| > 0 \Rightarrow |x| > |x-3| \Rightarrow x^2 > x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 6x > 9 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$(2) \quad \begin{cases} [x] > 0 \Rightarrow [x] \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \\ [x] \neq 1 \Rightarrow x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow [x] = 2, 3, 4, \dots \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_f = (1) \cap (2) = x \geq 2 \Rightarrow D_f = [2, +\infty)$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\left[x + \frac{3}{2}\right] + [y] = x \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[x + \frac{3}{2}\right] + [y] = x + \left[\frac{3}{2}\right] + [y] = x \Rightarrow 1 + [y] = 0 \Rightarrow [y] = -1$$



$$\Rightarrow -1 \leq y < 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq y+1 < 1 \Rightarrow |y+1| = y+1 \\ |y| = -y \end{cases} \Rightarrow |y+1| + |y| = y+1-y = 1$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\left. \begin{aligned} a+d+a+3d &= 2a+4d=6 \\ S_4 &= \frac{4[2a+3d]}{2} = 2a+6d=10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2d=2 \Rightarrow d=1 \Rightarrow 2a+4=6 \Rightarrow a=1 \rightarrow S_8 = \frac{8[2 \times 1 + 7 \times 1]}{2} = 36$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ است.

$$n^2 - 9n + 18 < 0 \Rightarrow (n-3)(n-6) < 0$$

n	۱	۳	۶
a <sub>n</sub>		+	
		-	+

همان طور که می بینیم جملات چهارم و پنجم منفی اند، پس دنباله ۲ جمله ی منفی دارد.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

با تشکیل جملات دنباله داریم:

$$\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\} = \left\{ 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots \right\}$$

همان طور که می بینیم دنباله نوسانی و غیر یکنوا و واگراست ولی دنباله کراندار است.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \quad \text{مجموع } n \text{ جمله اول دنباله حسابی از رابطه روبه رو به دست می آید:}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع } 10 \text{ جمله} = S_{10} = \frac{10}{2} [2a_1 + 9d] = 10a_1 + 45d$$

پس باید  $a_1$  و  $d$  را بیابیم با توجه به این که جمله ی  $n$  ام به صورت  $a_n = 3n - 5$  است داریم:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 3(1) - 5 = -2 \\ a_2 &= 3(2) - 5 = 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow d = a_2 - a_1 = 1 - (-2) = 3$$

پس:  $a_1 = -2$  و  $d = 3$  لذا:

$$S_{10} = 10(-2) + 45(3) = -20 + 135 = 115$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\frac{S_{12}}{S_6} = \frac{\frac{a(1-q^{12})}{1-q}}{\frac{a(1-q^6)}{1-q}} = \frac{1-q^{12}}{1-q^6} = \frac{(1-q^6)(1+q^6)}{1-q^6} = 1+q^6 = \frac{5}{4} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{4} \Rightarrow q^3 = \pm \frac{1}{2}$$

$$\frac{t_9}{t_6} = \frac{aq^8}{aq^5} = q^3 = \frac{1}{2}$$

چون دنباله نزولی است  $q^3 = \frac{1}{2}$  را انتخاب می کنیم تا نوسان پیش نیاید. در نتیجه:

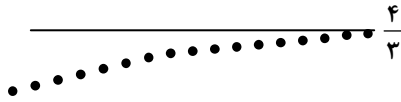
۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$S_{30} = \frac{30[2a + 29d]}{2}$$

$$S_{30} = \frac{30[2a + 29(d+2)]}{2} = \frac{30[2a + 29d] + 30 \times 58}{2} = \frac{30[2a + 29d]}{2} + 15 \times 58 = S_{30 \text{ قدیم}} + 870$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به این که دنباله ی  $U_n = \frac{4n+1}{3n+2}$  دنباله‌ای صعودی و همگرا به  $\frac{4}{3}$  است.



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n+1}{3n+2} = \frac{4}{3}$$

$$U_n = \left\{ \frac{4n+1}{3n+2} \right\} = \left\{ \frac{5}{5}, \frac{9}{8}, \frac{13}{11}, \dots \right\} \text{ صعودی}$$

لذا جملات دنباله در بی‌نهایت به  $\frac{4}{3}$  میل کرده و از آن بالاتر نمی‌روند پس مجموعه کران‌های بالای دنباله است که کوچک‌ترین

کران بالای دنباله  $\frac{4}{3}$  است.

۲۲- گزینه ۳ پاسخ است.

تذکر:

(۱) در دنباله‌ی حسابی اگر  $m+n=k+L$  آن‌گاه  $a_m + a_n = a_k + a_L$  (قانون اندیس‌ها)

(۲) مجموع جملات دنباله‌ی حسابی از فرمول زیر به‌دست می‌آید:  $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

با توجه به تذکر فوق داریم:

$$a_4 + a_6 + a_7 + a_9 = 40$$

$$a_4 + a_9 = a_6 + a_7 = a_1 + a_{12} = x \quad \text{طبق فرض} \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20 \Rightarrow s_{12} = \frac{12}{2}(a_1 + a_{12}) = 6 \times 20 = 120$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ است.

با بررسی گزینه‌ها داریم:

غیر یکنوا  $\{(-1)^n \sqrt{n}\} = \{-1, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, \dots\}$  :گزینه‌ی ۱

صعودی  $\{\frac{n}{n+1}\} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$  :گزینه‌ی ۲

نزولی  $\{\frac{n^2+3}{n^2+1}\} = \{2, \frac{7}{5}, \frac{12}{10}, \dots\}$  :گزینه‌ی ۳

صعودی  $\{\sqrt{n}\} = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots\}$  :گزینه‌ی ۴

۲۴- گزینه ۳ پاسخ است.

دنباله  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$  را که در آن هر جمله از جمع دو جمله‌ی ماقبل‌اش به‌دست می‌آید در نظر می‌گیریم یعنی:

$$U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$$

نسبت‌های داده شده در صورت سؤال در واقع نسبت هر جمله از این دنباله به جمله‌ی قبلی‌اش به‌دست می‌آید یعنی:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \dots, \frac{U_{n-1}}{U_{n-2}}, \frac{U_n}{U_{n-1}}, \frac{U_{n+1}}{U_n}, \dots$$

حد دنباله فوق وقتی شماره‌ها زیاد می‌شود را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_n + U_{n-1}}{U_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{U_{n-1}}{U_n} = L \Rightarrow 1 + \frac{1}{L} = L$$

$$\Rightarrow L^2 - L - 1 = 0 \Rightarrow L = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

چون  $U_n > 0$  است پس باید  $L \geq 0$  باشد لذا  $L = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  قابل قبول است.

۲۵- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\frac{1 - \sin 2x}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} = 0 \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2}}$$

تذکر

باید توجه کنیم به ازای این مقادیر به دست آمده برای  $x$  مخرج کسر معادله مخالف صفر گردد که این چنین است.

۲۶- گزینه ۲ پاسخ است.

$$2\sin^2 x = 2\cos x \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) = 2\cos x$$

$$\cos x = -2$$

$$2\cos^2 x + 2\cos x - 2 = 0 \Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\sin x - \cos 2x = 2 \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 2 \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{3}{2} \\ \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = \frac{\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \times \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ}{\sin 10^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin 40^\circ \cos 40^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 80^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 80^\circ}{\cos 80^\circ} = \frac{1}{8} \tan 80^\circ$$

$$\boxed{\sin 10^\circ = \cos(90^\circ - 10^\circ) = \cos 80^\circ}$$

توجه: