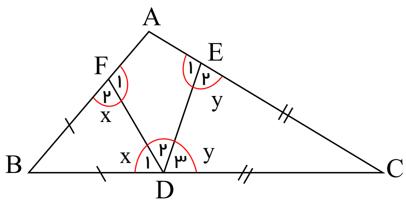
۱.گزینه ۳ در مثلث $B\widehat{F}D$ داریم:

$$\widehat{B}=۱۸۰^{\circ}-۲x$$

در مثلث $C\widehat{E}D$ داریم:

$$\widehat{C}=۱۸۰^{\circ}-۲y$$

در نتیجه در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:



$$\widehat{A}=۱۸۰^{\circ}-(\widehat{B}+\widehat{C})=۱۸۰-(۱۸۰-۲x+۱۸۰-۲y)$$
$$\widehat{A}=۲x+۲y-۱۸۰^{\circ}\qquad(۱)$$
$$\widehat{D}_۱+\widehat{D}_۲+\widehat{D}_۳=۱۸۰^{\circ}$$
$$x+\widehat{D}_۲+y=۱۸۰^{\circ}\qquad(۲)$$
$$(۱)\,,\,(۲)\Rightarrow\widehat{A}=۲(۱۸۰-\widehat{D}_۲)-۱۸۰^{\circ}=۱۸۰-۲\widehat{D}_۲$$

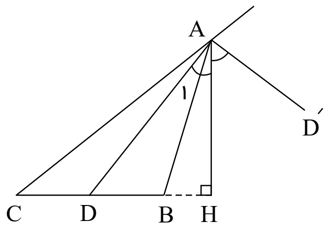
در چهارضلعی $AFDE$ داریم:

$$\widehat{A}+\widehat{F}_۱+\widehat{E}_۱+\widehat{D}_۲=۳۶۰^{\circ}$$

اطلاعات به دست آمده را در معادله بالا جایگزین می کنیم:

$$۱۸۰-۲\widehat{D}_۲+۲۵۰+\widehat{D}_۲=۳۶۰^{\circ}\Rightarrow\widehat{D}_۲=۷۰^{\circ}$$

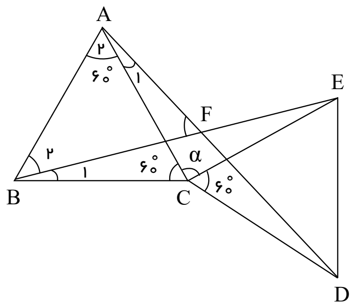
۲.گزینه ۳ می دانیم که در هر مثلث ABC زاویه ی بین ارتفاع و نیمساز داخلی نظیر رأس A برابر با قدر مطلق تفاضل دو زاویه ی B و C است. همچنین می دانیم که نیمساز داخلی و خارجی نظیر هر رأس بر هم عمودند(نیمسازهای دو زاویه ی مجانب بر هم عمودند). لذا زاویه ی بین نیمساز خارجی و ارتفاع نظیر رأس $\hat{A}$ ، برابر است با:



$$H\hat{A}D'=۹۰^{\circ}-\hat{A}_۱=۹۰^{\circ}-\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲}$$
$$\Rightarrow ۶۰^{\circ}=۹۰^{\circ}-\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲}\Rightarrow\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲}=۳۰^{\circ}\Rightarrow\hat{B}-\hat{C}=۶۰^{\circ}=\frac{\pi}{۳}$$

۳.گزینه ۳

مثلث های ACD و ECE همنهشت اند، زیرا:



$$\left.\begin{array}{l}CE=CD\\ A\hat{C}D=B\hat{C}E=۶۰^{\circ}+\alpha\\ AC=BC\end{array}\right\}\xrightarrow{(\text{ضرض})}\overset{\Delta}{ACD}\cong\overset{\Delta}{BCE}\Rightarrow\hat{A}_۱=\hat{B}_۱$$

می دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰° است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{AFB}:A\hat{B}F+A\hat{F}B+F\hat{A}B=۱۸۰^{\circ}\Rightarrow\hat{B}_۲+\hat{A}_۱+\hat{A}_۲+A\hat{F}B=۱۸۰^{\circ}$$
$$\xrightarrow{\hat{A}_۱=\hat{B}_۱}(\hat{B}_۲+\hat{B}_۱)+\hat{A}_۲+A\hat{F}B=۱۸۰^{\circ}\Rightarrow ۶۰^{\circ}+۶۰^{\circ}+A\hat{F}B=۱۸۰^{\circ}\Rightarrow A\hat{F}B=۶۰^{\circ}$$

۴.گزینه ۱

$$n(S)=۶^{۳}=۲۱۶$$

برای مثال یعنی اگر تاس A، ۲ بیاید دو عدد تاس های B، ۱,۱ باشند.

$$A=\left\{\begin{array}{l}(۲,۱,۱),(۳,۱,۲),(۳,۲,۱),(۴,۱,۳),(۴,۳,۱),(۴,۲,۲)\\ (۵,۱,۴),(۵,۴,۱),(۵,۲,۳),(۵,۳,۲),(۶,۱,۵),(۶,۵,۱)\\ (۶,۲,۴),(۶,۴,۲),(۶,۳,۳)\end{array}\right\}\Rightarrow n(A)=۱۵$$

پس $P(A)=\frac{۱۵}{۲۱۶}$ است.

۵.گزینه ۴ روش اول:

می دانیم: $\boxed{P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)\ ,\ P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)}$

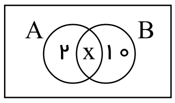
$$\left.\begin{array}{l} P(A-B)=\frac{۲}{۱۷} \to P(A)-P(A\cap B)=\frac{۲}{۱۷} \\ P(B-A)=\frac{۱۰}{۱۷} \to P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱۰}{۱۷} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{معادله ی بالا را در منفی ضرب می کنیم}} P(B)-P(A)=\frac{۸}{۱۷}$$

$$\xrightarrow{P(B)=۳P(A)} ۲P(A)=\frac{۸}{۱۷} \Rightarrow P(A)=\frac{۴}{۱۷}\ ,\ P(B)=\frac{۱۲}{۱۷}\ ,\ P(A\cap B)=\frac{۲}{۱۷}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۴}{۱۷}+\frac{۱۲}{۱۷}-\frac{۲}{۱۷}=\frac{۱۴}{۱۷}$$

روش دوم:

فضای نمونه ای ۱۷ عضوی



$$P(B)=۳P(A)\Rightarrow \frac{۱۰+x}{۱۷}=\frac{۳(۲+x)}{۱۷}$$

$$\Rightarrow ۱۰+x=۶+۳x\Rightarrow x=۲$$

$$P(A\cup B)=\frac{۲+x+۱۰}{۱۷}=\frac{۲+۲+۱۰}{۱۷}=\frac{۱۴}{۱۷}$$

۶.گزینه ۲ چون می دانیم فقط یک تیر به هدف خورده است حالات کل این مسأله به صورت زیر است.

A,B',C' یا A',B,C' یا A',B',C

$$(\frac{۱}{۶}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۳})+(\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۲}{۳})+(\frac{۵}{۶}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۳})=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۵}{۳۶}+\frac{۵}{۲۴}=\frac{۳۱}{۷۲}$$

حالت مطلوب حالتی است که A به هدف زده باشد یعنی A,B',C' : $n(A)=\frac{۱}{۶}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۱۲}$ می‌باشد.

پس $P(A)=\dfrac{\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۳۱}{۷۲}}=\frac{۶}{۳۱}$ است.

۷.گزینه ۱ یعنی در همان دفعه‌ی اول رو ظاهر شود یا دفعه‌ی اول و دفعه‌ی دوم رو ظاهر نشود و دفعه‌ی سوم رو ظاهر شود یا دفعه‌ی اول و دفعه‌ی دوم و دفعه‌ی سوم و دفعه‌ی چهارم رو ظاهر نشود و دفعه‌ی پنجم رو ظاهر شود و .....

$$\text{احتمال}=\frac{۱}{۲}+(\frac{۱}{۲})^{۲}\times\frac{۱}{۲}+(\frac{۱}{۲})^{۴}\times\frac{۱}{۲}+\cdots$$

عبارت فوق مجموع جملات یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $\frac{۱}{۲}$ و قدرنسبت $\frac{۱}{۴}=(\frac{۱}{۲})^{۲}$ است.

$$S_{\text{حد}}=\frac{a_۱}{۱-q}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۲}{۳}$$

۸.گزینه ۴

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \quad , \quad \log_k^{a^n}=n\log_k^a}$

$$\log 2+\log 3+\log 4=a \Rightarrow \log 2\times 3\times 4=a \Rightarrow \log 24=a$$

$$\frac{3\log 6+\log 64}{\log 24+\log 100}=\frac{3\log(2\times 3)+\log 8^2}{\log 24+\log 100}=\frac{3(\log 2+\log 3)+2\log 8}{\log 24+\log 100}=\frac{3\log 3+3\log 2+2\log 8}{\log 24+\log 100}$$

$$=\frac{3\log 3+\log 8+2\log 8}{\log 24+2}=\frac{3\log 3+3\log 8}{\log 24+2}=\frac{3(\log 3+\log 8)}{\log 24+2}=\frac{3\log 24}{\log 24+2}=\frac{3a}{a+2}$$

۹.گزینه ۲

می دانیم: $\boxed{\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab} \quad , \quad \log_B^A\times\log_C^B\times\log_D^C=\log_D^A}$

$$\log_7^{12}=\log_7^{4\times 3}=\log_7^4+\log_7^3=2\log_7^2+\log_7^3$$
$$=2(\log_3^2\times\log_5^3\times\log_7^5)+(\log_5^3\times\log_7^5)=2abc+bc$$

۱۰.گزینه ۱ تابع رشد را به صورت $f(t)=Ae^{kt}$ نشان می‌دهیم.

$$f(20)=3A \Rightarrow Ae^{20k}=3A \Rightarrow e^{20k}=3 \Rightarrow Lne^{20k}=Ln3 \Rightarrow 20k=Ln3 \Rightarrow k=\frac{1}{20}Ln3$$
$$f(t)=9A \Rightarrow Ae^{kt}=9A \Rightarrow e^{kt}=9 \Rightarrow Lne^{kt}=Ln9$$
$$\Rightarrow kt=2Ln3 \Rightarrow \frac{1}{20}tLn3=2Ln3 \Rightarrow t=40$$

۱۱.گزینه ۱

می دانیم: $\boxed{a_n=a_1+(n-1)d}$

$$d=a_2-a_1=100-96=4$$
$$a_n<158 \Rightarrow a_1+(n-1)d<158$$
$$\Rightarrow 96+(n-1)4<158 \Rightarrow 96+4n-4<158 \Rightarrow 4n<158-92 \Rightarrow 4n<66$$
$$\Rightarrow n<\frac{66}{4} \Rightarrow n<16{,}5 \Rightarrow n\le 16$$

پس ۱۶ جمله کوچک تر از ۱۵۸ وجود دارد.

۱۲.گزینه ۳

پنج جمله‌ی اولیه‌ی زوج یعنی $a_2, a_4, a_6, a_8, a_{10}$ و پنج جمله‌ی اولیه‌ی فرد یعنی a_1, a_3, a_5, a_7, a_9.

$$\left.\begin{array}{l}\overbrace{a_2+a_{10}}^{2a_6}+\overbrace{a_4+a_8}^{2a_6}+a_6=60 \Rightarrow 5a_6=60 \Rightarrow a_6=12\\ \overbrace{a_1+a_9}^{2a_5}+\overbrace{a_3+a_7}^{2a_5}+a_5=30 \Rightarrow 5a_5=30 \Rightarrow a_5=6\end{array}\right\} \Rightarrow d=a_6-a_5=6$$

۱۳.گزینه ۱

ابتدا کل کلمات چهارحرفی که با حروف صدادار شروع شود را می یابیم: (حروف صدادار a و e می باشند) $\boxed{2}\times\boxed{6}\times\boxed{6}\times\boxed{6}=432$

حال از بین آن ها تعداد کلمات چهارحرفی را می یابیم که با حروف صدادار شروع شود و حرف تکراری نداشته باشد.

$\boxed{2}\times\boxed{5}\times\boxed{4}\times\boxed{3}=120$

تعداد کل کلمات مطلوب $=432-120=312$

۱۴.گزینه ۲ بهتر است از روش متمم استفاده کنیم:

تعداد کل سه رقمی ها $=\boxed{7}\times\boxed{8}\times\boxed{8}$

تعداد اعداد سه رقمی که نه یکان آن ها زوج باشد و نه دهگان آن‌ها زوج باشد $=\boxed{7}\times\boxed{4}\times\boxed{4}$

تعداد اعداد مطلوب $=7\times 8\times 8-7\times 4\times 4\times=7\times(64-16)=7\times 48=336$

۱۵.گزینه ۴ با این حالات، مواجه هستیم:

خ - - - س - - - → ۲!۶! = ۱۴۴۰

- خ - - - س - - → ۲!۶! = ۱۴۴۰

- - خ - - - س - → ۲!۶! = ۱۴۴۰

- - - خ - - - س → ۲!۶! = ۱۴۴۰

بنابراین کل حالات، برابر **۵۷۶۰** است.