

حد

الف) مقدار حدهای زیر را در صورت وجود بیابید:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$: 2) \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2\sqrt{2}x - 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2x-3}}$$

$$: 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$: 6) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt[3]{2x-3}}{\sqrt[3]{x+9} - 2\sqrt[3]{3x-5}}$$

$$: 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0} - 1}{x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - x^{n-1} + \dots + x^2 + x - n}{x - 1}$$

$$: 10) \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}} \right)$$

$$: 12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{1-x}}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt{1-2x}}{x^2+2x}$$

$$: 14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+\alpha x} \sqrt[n]{1+\beta x} - 1}{x} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$$

ب) همه مقادیر  $a$  را طوری بیابید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 - 3 & x < 0 \\ x + 2a & x \geq 0 \end{cases}$$

در نقطه  $x=0$  حد داشته باشد.

ج) اگر تابع

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2a & x > 1 \\ 2bx^2 + a & x < 1 \end{cases}$$

در  $x=1$  حدی برابر با  $2$  داشته باشد اعداد  $a, b$  را بیابید.

(د) اگ تابع

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \leq 1 \\ ax^2-b & 1 < x < 3 \\ 2x-2a & x > 3 \end{cases}$$

در همه نقاط حقیقی حد راسته باشد مقادیر  $a, b$  را بیاید.

(ه) اعداد  $a, b$  را طوری بیاید که

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{abx + 3b}{1 - \sqrt{ax+4}} = 2$$

(و) اگ

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^3 + 2ax^2 + x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1} = a$$

مقادیر  $a$  را بیاید.

(ز) اگ

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + c}{x^3 - 3x + 2} = 3$$

مقادیر  $a, b, c$  را بیاید.

(ح) تابع  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  این طور تعریف شده است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{if } x = \frac{p}{q} \text{ (} p, q \in \mathbb{N}, (p, q) = 1 \text{)} \\ 0 & \text{if } x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap (0, 1) \end{cases}$$

ثابت کنید تابع  $f$  در هر نقطه از  $(0, 1)$  حد دارد.